

УДК 532.517.2

РАСХОДЯЩЕЕСЯ ТЕЧЕНИЕ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ**Кутузова Э. Р., Тазюков Ф. Х., Снигерев Б. А.**

NON-NEWTONIAN DIVERGENT FLUID FLOW

Kutuzova E. R. *, Tazyukov F. Kh. *, Snigerev B. A. **

* Kazan National Research Technological University, Kazan, 420015, Russia

** Kazan Science Center of the Russian Academy of Sciences, Kazan, 420111, Russia
e-mail: elvira.kutuzova@list.ru

Abstract. In this article the viscoelastic divergent fluid flow in the planar branched channel with a quadratic cavity is considered. Non-Newtonian fluid flow performed by the FENE-P (Finitely Extensible Non-linear Elastic–Peterlin) model that predicts the viscosity anomaly, limited finite longitudinal viscosity and elastic properties. The governing parameters of such fluid flows are the Weissenberg number (We), Reynolds number (Re), the ability of macromolecules to change its orientation in the flow and the disentanglement of polymer macromolecules L^2 . The fluid flow symmetry loss effect at laminar regime is discussed. It is shown that under a certain set of values of We and L^2 numbers the fluid flow loses the stability and acquires an asymmetric shape. The aim of this work is to study the flow's pattern at low inertial effects and model's parameters. The solution was obtained on a non-uniform mesh using the finite volume method (FVM) in the OpenFoam software package. Special attention is paid to the influence of the properties of the fluid flow to the flow symmetry loss effect at small inertial effects. This effect is associated with the interaction of macromolecules of the dissolved polymer and the solvent flow (the main stream). Change the direction of flow leads to changes in conformation of macromolecules associated with their elongation and changes in orientation in the flow. This non-equilibrium configuration, in turn, leads to changes in normal stress. That, in turn, affect the flow pattern.

Keywords: non-newtonian fluid flow, T-junction channel, symmetry loss effect, FENE-P model, FVM.

Введение

С конца XX в. внимание все большего числа ученых, работающих в областях реологии полимеров и биомеханики, приковано к течениям неньютоновских жидкостей [1], в том числе течениям в каналах различных размеров Т-образной формы. Использование каналов в составе различных микроустройств нашли свое применение во многих сферах человеческой деятельности [2]. В частности, в области фармацевтики и биомедицины [3] широко используются Т-образные каналы, являющиеся частью конструкции устройств in-vitro диагностики, производстве лекарств, хирургии [4]. К примеру, для проведения лапароскопической операции используется Т-образная трубка при дренировании общего желчного

протока. Понимание структуры течения жидкости во многих случаях является ключевым фактором при производстве устройств, использующих течения в каналах различной формы.

В промышленном производстве для смешения жидкостей также применяются разветвляющиеся каналы. В макроскопических каналах этот процесс происходит при турбулентном режиме. Течения жидкостей в микроканалах обычно являются ламинарными. Во многих случаях для их эффективного перемешивания используются специальные устройства — микромиксеры. Их конструкции представляют из себя Y- или Т-образный каналы, в которых смешение жидкостей достигается за счет изменения конструкции выходной

Кутузова Эльвира Ризилевна, ассистент кафедры автоматизированных систем сбора и обработки информации Казанского национального технологического университета; e-mail: elvira.kutuzova@list.ru.

Тазюков Фарук Хоснутдинович, д-р техн. наук, старший научный сотрудник, профессор кафедры теоретической механики и сопротивления материалов Казанского национального технологического университета; e-mail: tazyukov@mail.ru.

Снигерев Борис Александрович, д-р техн. наук, ведущий научный сотрудник лаборатории «Моделирование технологических процессов» Института механики и машиностроения Казанского научного центра РАН; e-mail: snigerev@imm.knc.ru.

части канала: установки вставок различной формы или преобразования к S-образной форме [5]. В различных приложениях, связанных с течением биологических жидкостей, увеличение скорости течения в микроканалах и использование микромиксеров может приводить к значительным сдвиговым напряжениям, способным повредить стенки канала. Тем не менее, даже при малых значениях числа Рейнольдса ($Re \ll 1$) при течении упруговязких жидкостей, к которым можно отнести растворы полимеров, суспензии, различные биоматериалы, возможно достаточно эффективное перемешивание, вследствие особенностей течения таких жидкостей. Сочетание физических свойств вязкоупругих жидкостей особым образом влияет на картину течения [6, 7], а в особенности на потерю устойчивости симметричного ламинарного режима течения, на возникновение вторичных течений и развитие возмущений, приводящих к эффективному перемешиванию [8]. В ряде работ показано, что для потоков вязкоупругих жидкостей в T-образном канале наблюдается, что превращение плоского течения в трехмерное и неустановившееся при превышении некоторого значения числа We [1].

Целью настоящей работы является исследование структуры течения неньютоновских упруговязких жидкостей в плоском T-образном канале, а также сопоставление результатов с течением ньютоновской жидкости.

1. Математическая постановка задачи

Изотермические течения неньютоновских вязкоупругих жидкостей описываются уравнениями движения и неразрывности [9]

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \nabla \tilde{\tau}, \quad (1.1)$$

$$\nabla \mathbf{v} = 0. \quad (1.2)$$

Для ньютоновской жидкости

$$\tilde{\tau} = 2\eta \tilde{D}, \quad (1.3)$$

где η — постоянная сдвиговая вязкость.

Ньютоновская жидкость характеризуется постоянной сдвиговой и продольной вязкостью, а так же отсутствием упругих свойств.

Для неньютоновских жидкостей в соответствии с принципом расщепления напряжений

общее напряжение можно записать в виде суммы

$$\tilde{\tau} = \tilde{\tau}^p + \tilde{\tau}^s, \quad (1.4)$$

где $\tilde{\tau}^s = 2\eta^s \tilde{D}$.

Для жидкостей, описываемых моделью “Finitely Extensible Non-linear Elastic–Peterlin” (FENE-P), конститутивное реологическое соотношение запишется в следующем виде:

$$\tilde{\tau}^p = \frac{\eta^p}{\lambda} \left[\frac{\tilde{A}}{1 - \frac{\text{tr}(\tilde{A})}{3L^2}} - \frac{\tilde{I}}{1 - \frac{1}{L^2}} \right], \quad (1.5)$$

$$\frac{\tilde{A}}{1 - (\text{tr} \tilde{A})/(3L^2)} + \text{We} \overset{\nabla}{\tilde{A}} = \frac{\tilde{I}}{1 - 1/L^2}, \quad (1.6)$$

$$\overset{\nabla}{\tilde{A}} = \frac{\partial \tilde{A}}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla \tilde{A} - \nabla \mathbf{v} \tilde{A} - \tilde{A} (\nabla \mathbf{v})^T, \quad (1.7)$$

где \mathbf{v} — вектор скорости; ρ — плотность жидкости; λ — характерное время релаксации напряжения; $\eta^0 = \eta^s + \eta^p$ — вязкость полимерного раствора при нулевой сдвиговой скорости; η^p — динамическая вязкость полимерной составляющей жидкости при нулевой сдвиговой скорости; η^s — динамическая вязкость растворителя; $\tilde{\tau}^p$ — неньютоновская составляющая напряжения; $\tilde{\tau}^s$ — ньютоновская составляющая напряжения; $\tilde{A} = 3 \langle \mathbf{Q} \mathbf{Q} \rangle / Q_{eq}^2$ — тензор конфигурации, где $\mathbf{Q} \mathbf{Q}$ — диадное произведение векторов конфигурации;

$$\langle \mathbf{Q} \mathbf{Q} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{Q} \mathbf{Q} P_N(\mathbf{Q}) d\mathbf{Q} d\mathbf{Q} d\mathbf{Q}$$

— осреднение по ансамблю, где $P_N(\mathbf{Q})$ — вероятность того, что случайно выбранная макромолекула имеет заданный размер, находящийся в интервале от \mathbf{Q} до $\mathbf{Q} + d\mathbf{Q}$; $\tilde{D} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T)$ — тензор скоростей деформации, где $(\cdot)^T$ — процедура транспонирования.

Ньютоновская жидкость характеризуется постоянной сдвиговой и продольной вязкостью, а также отсутствием упругих свойств. Модель жидкости FENE-P предсказывает конечность времени релаксации напряжений, аномалию вязкости и зависящую от скорости деформирования продольную вязкость.

С помощью процедуры приведения к характерным масштабам уравнения движения записываются в безразмерном виде и содержат следующие безразмерные величины:

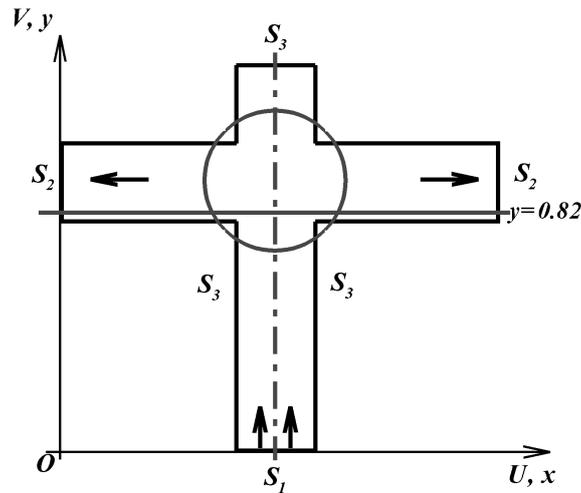


Рис. 1. Схематичное представление канала

– ньютоновская жидкость

$$Re = \frac{\rho U l}{\eta};$$

– упруговязкая модель жидкости FENE-P

$$We = \frac{\lambda U}{l}, \quad Re = \frac{\rho U l}{\eta^0},$$

$$\beta = \frac{\eta^s}{\eta^0}, \quad L^2 = 3 \left(\frac{Q_0}{Q_{eq}} \right)^2,$$

где U — характерная скорость; l — характерный линейный масштаб; Q_{eq} — длина вектора конфигурации макромолекулы, находящейся в равновесном состоянии; Q_0 — максимально возможная длина вектора конфигурации.

2. Граничные условия

На рис. 1 представлена расчетная область с указанием границ. Длина каждого канала в 10 раз превышает его ширину, исходя из соображений формирования профиля скорости на входе и установления течения на выходе.

Расчеты были проведены с помощью метода контрольных объемов (МКО), описание которого представлено во многих работах [10], на неравномерной сетке со сгущением 1 : 300 в программном комплексе OpenFoam.

На входе в канал (S_1) задаются условия

$$U = 0, \quad V = \text{const.} \quad (2.1)$$

На выходе из канала (S_2) задаются условия типа Неймана

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial x} = 0, \quad V = 0, \\ \frac{\partial \tau_{xx}^p}{\partial x} = \frac{\partial \tau_{xy}^p}{\partial x} = \frac{\partial \tau_{yy}^p}{\partial x} = 0. \end{aligned} \quad (2.2)$$

На твердых стенках (S_3) задается условие прилипания

$$U = 0, \quad V = 0. \quad (2.3)$$

В начальный момент времени во всей области течения

$$U = 0, \quad V = 0. \quad (2.4)$$

3. Результаты

На рис. 2 представлены результаты моделирования течения упруговязкой жидкости, представленной моделью FENE-P, при разных значениях числа $We = 0,01$ и 3 при фиксированном значении $L^2 = 500$.

Предположим, что случай при $We = 0,01$ и $L^2 = 500$ соответствует моделированию ньютоновской жидкости. В центральной области возникают нормальные напряжения вследствие искривления потока, а релаксация напряжений происходит почти мгновенно ($\lambda = 0,008$ с). Течение остается симметричным относительно линии симметрии. В каверне наблюдается образование двух циркуляционных течений медленного вращения и значительное смещение точки стагнации внутрь каверны при фиксации ее на линии симметрии.

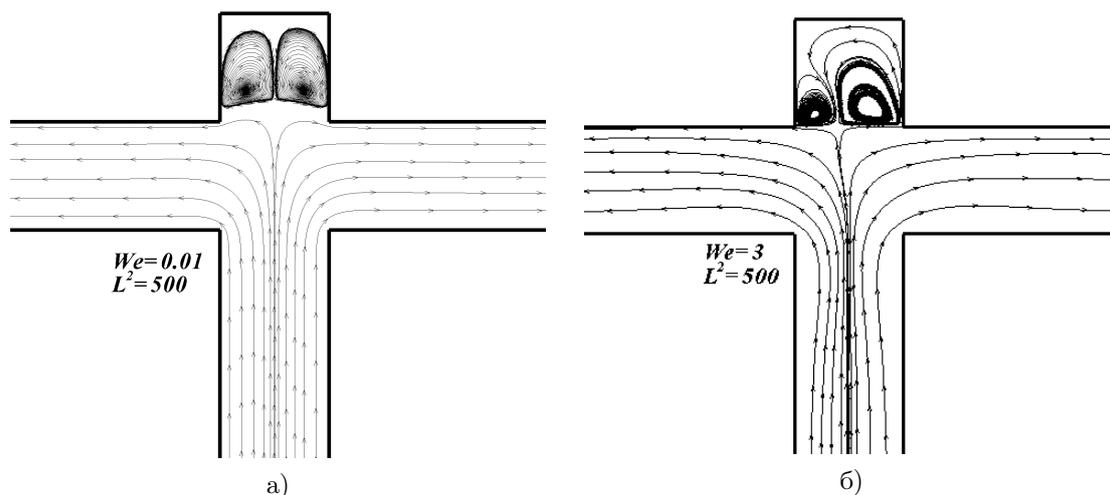
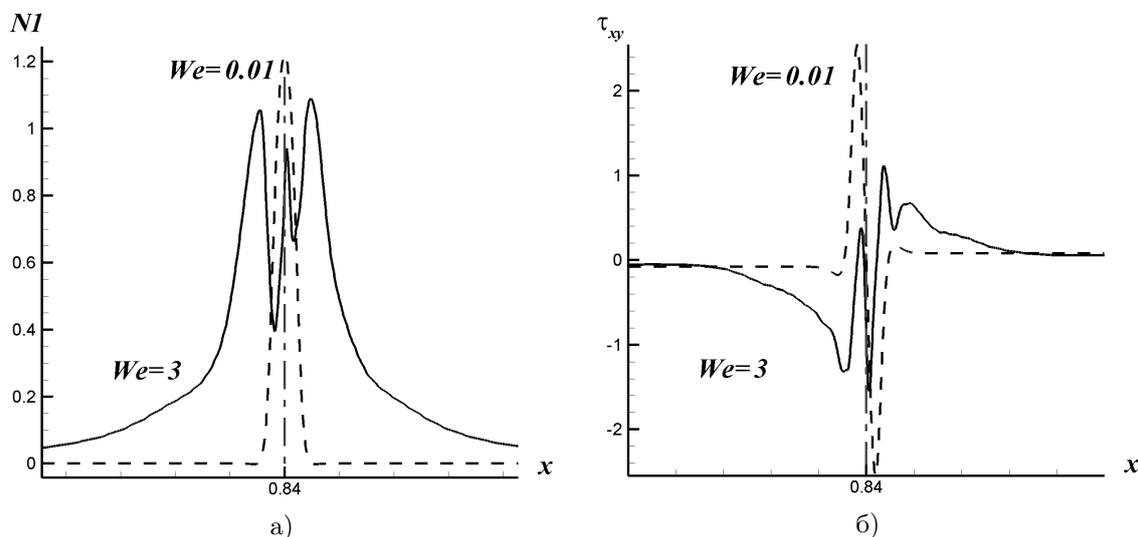


Рис. 2. Линии тока (а) ньютоновская жидкость, б) неньютоновская жидкость

Рис. 3. Распределение $N1$ (а) и τ_{xy} (б) в канале

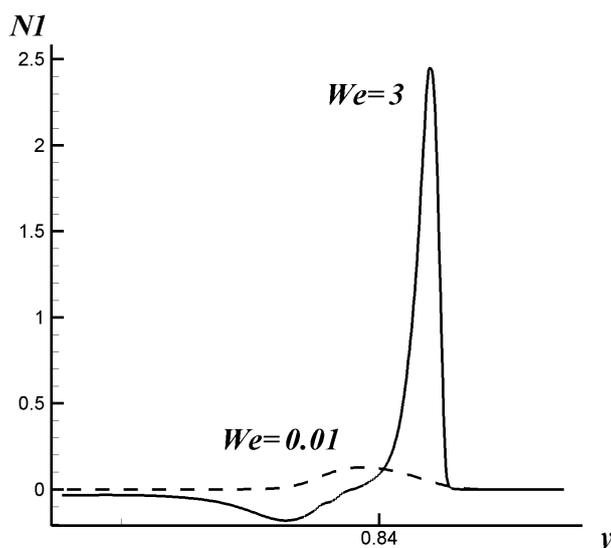
Увеличение упругости ($We = 3$) ведет к потере симметрии потоком неньютоновской жидкости, смещению точки стагнации влево от линии симметрии и увеличению застойных зон вблизи угловых точек канала.

Величина $N1$, определяемая как $N1 = \tau_{xx} - \tau_{yy}$, является характеристикой потока жидкости. Для неньютоновских жидкостей, в отличие от ньютоновских, эта величина имеет ненулевое значение. На рис. 3 представлено распределение $N1$ и τ_{xy} в канале в сечении $y = 0,82$.

Для ньютоновской жидкости во входных и выходных рукавах первая разность нормальных напряжений равна нулю. В центральной области возникновения нормальных напряжений обуславливается поворотом потока жид-

кости. Аналогичные результаты наблюдаются в распределении касательных напряжений: в выходных частях канала значения τ_{xy} имеют нулевые значения, а в центральной части имеется максимальный пик значений. Моделирование неньютоновской жидкости при значении числа $We = 0,01$ дает такой же результат, как для ньютоновской жидкости. Таким образом, предположение, что моделирование неньютоновской жидкости при значении числа $We = 0,01$ есть моделирование ньютоновской жидкости, справедливо.

Для случая потери симметрии ($We = 3$; $L^2 = 500$) ввиду особенностей не только формы канала, но и свойств жидкости, зона максимальных значений $N1$ смещена к верхним угловым точкам. Причем центр этой зоны

Рис. 4. Распределение $N1$ по линии симметрии канала

смещен влево относительно линии симметрии канала. Касательные напряжения также распределены несимметрично и неравномерно относительно линии симметрии.

На рис. 4 представлено распределение величины $N1$ в канале по линии симметрии.

Для ньютоновского случая изменение величины $N1$ незначительно по сравнению со случаем потери симметрии ($We = 3$). Для последнего наблюдается изменение значения разности нормальных напряжений как на подходе к угловым точкам, так и в центральной части канала вблизи угловых точек. Максимальный скачок этой величины наблюдается вблизи верхних угловых точек.

Эффект потери симметричной формы течения упруговязкой жидкости связан с взаимодействием макромолекул растворенного полимера и потоком растворителя (основного потока). Изменения направления потока приводит к изменениям в конформации макромолекул, связанной с их вытягиванием и изменением ориентации в потоке. Эта неравновесная конфигурация приводит к изменению нормальных напряжений, в свою очередь, влияющих на картину течения. Таким образом, структура раствора полимеров и взаимодействие макромолекул с основным потоком ответственны за потерю симметрии течения. Однако смещение точки стагнации влево обуславливается не свойствами потока жидкости, а построением расчетной сетки.

Выводы

В данной статье рассмотрено течение неньютоновской жидкостей в плоском Т-образном канале с квадратной каверной. Особое внимание уделено влиянию свойств потока жидкости на потерю симметрии течения при малых инерционных эффектах. Эффект потери симметричной формы течения упруговязкой жидкости связан с взаимодействием макромолекул растворенного полимера и потоком растворителя (основного потока). Изменения направления потока приводит к изменениям в конформации макромолекул, связанной с их вытягиванием и изменением ориентации в потоке. Эта неравновесная конфигурация, в свою очередь, приводит к изменению нормальных напряжений, в свою очередь, влияющих на картину течения. Таким образом, структура раствора полимеров и взаимодействие макромолекул с основным потоком ответственны за потерю симметрии течения.

Литература

1. *Mukhopadhyay S., Midya C., Layek G.C.* Computation of viscous flow field in a tapered artery with an overlapping constriction // International Journal of Fluid Mechanics Research. 2009. Vol. 36. No. 4. P. 343–356.
2. *Soulages J. et al.* Investigating the stability of viscoelastic stagnation flows in T-shaped microchannels // Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. 2009. Vol. 163. No. 1. С. 9–24.
3. *Tazyukov F.Kh. et al.* Non-Newtonian flow of blood through a symmetric stenosed artery //

- Russian Journal of Biomechanics. 2012. Vol. 16. No. 1. P. 46–57.
4. Stone H.A., Kim S. Microfluidics: basic issues, applications, and challenges // *AICHE Journal*. 2001. Vol. 47. No. 6. C. 1250–1254.
 5. Лобасов А.С., Минаков А.В. Интенсификация процесса смешения двух жидкостей в микроканалах. VII Всероссийская конференция «Молодежь и наука: начало XXI века», 2010.
 6. Tazyukov F.K., Khalaf H.A., Hassan J.M. Non-newtonian models for blood flow through an arterial stenosis // *ASME 2011 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*. American Society of Mechanical Engineers. 2011. C. 831–838.
 7. Халаф Х.А. Халаф Х.А., Тазюков Ф.Х., Алиев К.М. Нелинейные явления при течении обобщенной ньютоновской жидкости в плоском канале // *Труды Академэнерго*. 2012. № 1. С. 44–50.
 8. Haward S.J., McKinley G.H. Stagnation point flow of wormlike micellar solutions in a microfluidic cross-slot device: Effects of surfactant concentration and ionic environment // *Physical Review E*. 2012. Vol. 85. No. 3. C. 031502.
 9. Öztekin A., Alakus B., McKinley G.H. Stability of planar stagnation flow of a highly viscoelastic fluid // *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 1997. Vol. 72. No. 1. C. 1–29.
 10. Baaijens F.P.T. Mixed finite element methods for viscoelastic flow analysis: a review // *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 1998. Vol. 79. No. 2. C. 361–385.
 - crochannels. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2009, vol. 163, no. 1, pp. 9–24.
 3. Tazyukov F.Kh. et al. Non-Newtonian flow of blood through a symmetric stenosed artery. *Russian Journal of Biomechanics*, 2012, vol. 16, iss. 1, pp. 46–57.
 4. Stone H.A., Kim S. Microfluidics: basic issues, applications, and challenges. *AICHE Journal*, 2001, vol. 47, no. 6, pp. 1250–1254.
 5. Lobasov A.S., Minakov A.V. Intensifikacija processa smeshenija dvuh zhidkостей v mikrokanalah [Intensification of two fluids mixture process in microchannels]. *VII Vserossiskaja konferencija “Molodezh’ I nauka: nachalo XXI veka”* [VII Russian conference “Youth and scientists: at the beginning of XXI”], 2010. (In Russian)
 6. Tazyukov F.K., Khalaf H.A., Hassan J.M. Non-newtonian models for blood flow through an arterial stenosis. *ASME 2011 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, American Society of Mechanical Engineers, 2011, pp. 831–838.
 7. Khalaf H.A., Tazyukov F.Kh., Aliev K.M. Nelinejnye javlenija pri techenii obobshennoj n’jutonovskoj zhidkosti v ploskom kanale [Non-linear phenomena at the current of the generalized Newtonian fluid through the planar channel]. *Trudy Academenergo* [Transaction of academenergo], 2012, no. 1, pp. 44–50. (In Russian)
 8. Haward S.J., McKinley G.H. Stagnation point flow of wormlike micellar solutions in a microfluidic cross-slot device: Effects of surfactant concentration and ionic environment. *Physical Review E*, 2012, vol. 85, no. 3, pp. 031502.
 9. Öztekin A., Alakus B., McKinley G.H. Stability of planar stagnation flow of a highly viscoelastic fluid. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 1997, vol. 72, no. 1, pp. 1–29.
 10. Baaijens F.P.T. Mixed finite element methods for viscoelastic flow analysis: a review. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 1998, vol. 79, no. 2, pp. 361–385.

References

1. Mukhopadhyay S., Midya C., Layek G.C. Computation of viscous flow field in a tapered artery with an overlapping constriction. *International Journal of Fluid Mechanics Research*, 2009, vol. 36, no. 4, pp. 343–356.
2. Soulaiges J. et al. Investigating the stability of viscoelastic stagnation flows in T-shaped mi-