

УДК 517.3:544.62

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ЭЛЕКТРОКОНВЕКЦИИ В ЭЛЕКТРОМЕМБРАННЫХ СИСТЕМАХ

Коваленко А. В.

MATHEMATICAL CLASSIFICATION OF ELECTROCONVECTION  
IN ELECTRO-MEMBRANE SYSTEMS

Kovalenko A. V.

Kuban State University, Krasnodar, 350040, Russia  
e-mail: savanna-05@mail.ru

*Abstract.* The article shows that the cause of electroconvection is vortex nature of electric power, which has a significant value. The mathematical classification of phenomena electroconvection (electroosmosis) is proposed in the article, based on an analysis of the rotor of the electric force. The connection of the rotor of the electric force and the known classification Dukhin–Mishchuk and Rubinstein–Zaltzman is showed. The causes and mechanism of occurrence electroconvection in the flow-through membrane channel is analyzed and it is shown, that the forced flow of solution in the channel desalination has a significant influence on the development of electroconvection. It is shown that although electroconvection in a flow-through membrane channel has features as electroosmosis of the first kind Dukhin–Mishchuk and also unsteady electroosmosis of the second kind Rubinstein–Zaltzman, nevertheless it is a qualitatively new type of electroconvection. It is shown that electroconvection in the presence of forced fluid flow is the qualitatively new type of electroconvection associated with the rotor of the electric force.

*Keywords:* electroconvection, electroosmosis, forced fluid flow, equations of Nernst-Planck-Poisson-Navier-Stokes, the rotor of the electric force.

### Введение

Под электроконвекцией (электроосмосом, электроосматическим скольжением раствора) в работе понимается любое движение раствора электролита, вызванного воздействием на него электрического поля [1–4]. Это воздействие моделируется пространственной электрической силой в уравнении Навье–Стокса.

Возникновение и влияние пространственной электрической силы может быть объяснено следующим образом. Фиксированный заряд матрицы ионообменных мембран обуславливает высокую концентрацию противоионов и низкую концентрацию коионов в объеме мембраны. Вследствие непрерывности изменения концентрации на межфазной границе образуется область пространственного заряда (ОПЗ) [3]. Воздействие электрического поля на ОПЗ в растворе приводит к движению ионов в этом слое. Поскольку ионы окружены гидратной оболочкой (гидратированы), то они движутся вместе с ней. Будем предполагать раствор вязкой и несжимаемой жидко-

стью. В жидкостях вязкость есть проявление сил сцепления между молекулами, поэтому гидратная оболочка в свою очередь связана с окружающими ее молекулами воды силами молекулярного сцепления. Таким образом, часть воды, окружающая гидратную оболочку ионов, также вовлекается в движение. Так как в ОПЗ находятся почти исключительно противоионы, объем воды, движущийся вместе с ними, почти не встречает сопротивления со стороны встречного потока объема, переносимого коионами. Поэтому воздействие электрического поля на ОПЗ приводит к переносу всего объема раствора, находящегося в этой области (явление электроконвекции или электроосмоса) [5]. Отметим существенную разницу по сравнению с объемом электронейтрального раствора, в котором происходит встречное движение объемов воды, связанной с ионами. Молекулы воды, не входящие в первичную гидратную оболочку, испытывают воздействие как со стороны катионов, движущихся от анода к катоду, так и анионов,

Коваленко Анна Владимировна, канд. экон. наук, доцент кафедры прикладной математики Кубанского государственного университета; e-mail: savanna-05@mail.ru

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-08-00128\_а «Теоретическое и экспериментальное исследование гравитационной конвекции в мембранных системах с учетом реакции диссоциации/рекомбинации молекул воды».

движущихся в противоположном направлении [6]. В результате, относительно свободные молекулы воды вообще не переносятся, явление электроосмоса в электронейтральном растворе отсутствует.

Существуют различные классификации электроосмоса: классификация электроосмоса по Духину–Мищук [7–9], электроосмоса второго рода по механизму возникновения (неустойчивая электроконвекция Рубинштейна–Зальцмана [10], гетероэлектроконвекция [11] и т.д.).

Наличие разнородных систем классификации электроосмоса делает актуальной проблему единой математической классификации.

В известных работах Духина С. С., Мищук Н. А., Рубинштейн И., Зальцмана Б., Базанта М. З., Талларека У. [8–10, 12–14] рассматривают системы при отсутствии вынужденного течения. В данной работе показано, что наличие вынужденного течения приводит к новому типу электроконвекции.

### 1. Классификация электроосмоса по Духину–Мищук. Электроосмос первого и второго рода

Духин С. С. и Мищук Н. А. [7–9, 12] выделяют два рода электроосмоса. Электроосмос первого рода (классический электроосмос) происходит в результате действия электрического поля на равновесный двойной электрический слой (ДЭС), существующий независимо от наличия внешнего электрического поля. Иная ситуация возникает при сильной поляризации ионообменной мембраны внешним электрическим полем. В этом случае, как впервые показали Рубинштейн И. и Штальман Л. [14], размер ОПЗ значительно превосходит толщину равновесного ДЭС, и может достигать микрометровых размеров [14]. Тогда возникает электроосмос второго рода: перенос объема жидкости под действием внешнего электрического поля на расширенную ОПЗ, возникающую в результате действия того же электрического поля. Именно электроосмос второго рода является основным механизмом, обуславливающим сверхпредельный перенос противоионов соли через мембрану [1, 3].

### 2. Разница во влиянии на течение раствора потенциальной и вихревой пространственных сил

При условии прилипания раствора на твердых границах влияние любых негидро-

динамических процессов на течение раствора происходит через внешнюю силу  $\mathbf{f}$  в уравнении Навье–Стокса [15]. Если эта сила является потенциальной ( $\text{rot } \mathbf{f} = 0$ ), т.е. существует такая функция  $\psi$ , что  $\mathbf{f} = \nabla\psi$ , то, вводя новое представление давления  $\tilde{P} = -P + \psi$ , получаем, что влияние такой силы сводится только к изменению давления внутри раствора и не вносит изменений в характер его движения. В качестве примера такой потенциальной силы можно рассматривать, например, силу тяготения. Как показано ниже, в некоторых случаях потенциальной будет и электрическая сила. В ряде работ в качестве причины электроконвекции указывается наличие тангенциальной составляющей силы [3, 16]. Авторами были проведены численные эксперименты в проточном канале с течением Пуазейля с потенциальными силами (см. ниже случаи 1) и 2)), имеющими тангенциальную составляющую, причем первая сила является просто тангенциальной:

1)  $f_x = 0, f_y = 1$  (потенциал  $\psi = y$ ).

2)  $f_x = ay/H, f_y = ax/H$ , где  $a$  — постоянная (потенциал  $\psi = a/Hxy$ ).

Как и следовало ожидать, в обоих случаях первоначальное течение Пуазейля не изменилось. В то же время расчеты течения с вихревой силой приводят к существенно другому течению раствора [4, 15, 17–19].

### 3. Вихревой характер электрической силы

В случае электромембранных систем (ЭМС) пространственной силой является электрическая (Кулоновская) сила поля, действующая на пространственный заряд

$$\mathbf{f} = \rho \mathbf{E},$$

где  $\rho$  — плотность распределения зарядов, а  $\mathbf{E}$  — напряженность электрического поля.

Напряженность электрического поля является потенциальным полем, т.к.  $\mathbf{E} = -\nabla\phi$ , где  $\phi$  — потенциал электрического поля, поэтому  $\text{rot } \mathbf{E} = 0$ . Отсюда следует, что  $\text{rot } \mathbf{f} = \rho \text{rot } \mathbf{E} + \nabla\rho \times \mathbf{E} = \nabla\rho \times \mathbf{E}$ , поэтому вихревой характер поля электрической силы определяется векторным произведением градиента плотности зарядов и напряженности электрического поля [15, 17, 18].

Рассмотрим бинарный электролит [20, 21], тогда  $\rho = F(z_1C_1 + z_2C_2)$ , где  $z_i, C_i, i = 1, 2$  — зарядовые числа и концентрации катионов и анионов,  $F$  — число Фарадея.

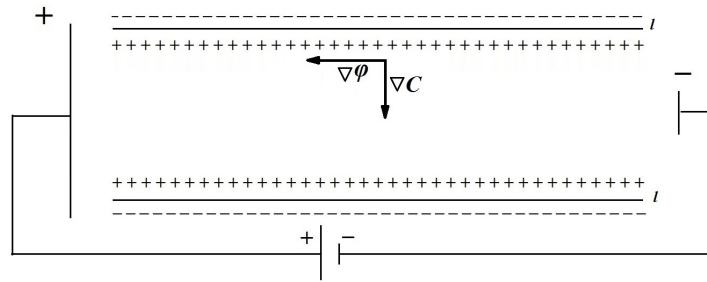


Рис. 1. Схема возникновения электроосмоса первого рода

Образование пространственного заряда в некоторой области связано с преобладанием концентрации катионов в этой области над концентрацией анионов (при  $\rho > 0$ ) или, наоборот, преобладанием концентрации анионов в этой области над концентрацией катионов (при  $\rho < 0$ ).

Пространственный заряд сосредоточен вблизи раздела фаз, а в ядре потока, вдали от границ, раствор локально (поточечно) электронейтрален, следовательно,

$$\rho = \begin{cases} Fz_1C_1, & \text{при } \rho > 0, \\ 0, & \text{в области электро-} \\ & \text{нейтральности,} \\ Fz_2C_2, & \text{при } \rho < 0. \end{cases} \quad (3.1)$$

Таким образом,

$$\text{rot } \mathbf{f} = \begin{cases} Fz_1\nabla C_1 \times \mathbf{E}, & \text{при } \rho > 0 \\ 0, & \text{в области электро-} \\ & \text{нейтральности,} \\ Fz_2\nabla C_2 \times \mathbf{E}, & \text{при } \rho < 0. \end{cases} \quad (3.2)$$

Из проведенных выше рассуждений следует, что электроконвекция в ЭМС определяется векторным произведением градиента концентрации противоионов и напряженности электрического поля. С учетом  $\mathbf{E} = -\nabla\phi$  получаем, что  $\text{rot } \mathbf{f} = -Fz_i\nabla C_i \times \nabla\phi$ , т.е. ротор электрической силы определяется векторным произведением градиентов концентрации и потенциала [17, 18].

Рассчитаем величину ротора электрической силы. Пусть  $\rho > 0$ . С учетом (3.2), получаем

$$\begin{aligned} \|\text{rot } \mathbf{f}\| &= \|Fz_1\nabla C_1 \times \nabla\phi\| = \\ &= Fz_1\|\nabla C_1\| \cdot \|\nabla\phi\| \sin \beta, \end{aligned} \quad (3.3)$$

где  $\beta$  угол между векторами  $\nabla C_1$  и  $\nabla\phi$ , зависящий в общем случае от координат и времени.

#### 4. Ротор силы и электроосмос первого рода Духина–Мищук

Из формулы (3.3) следует, что при прочих равных условиях максимальное значение  $\|\text{rot } \mathbf{f}\|$  достигается, когда вектора  $\nabla C_1$  и  $\nabla\phi$  перпендикулярны ( $\nabla C_1 \perp \nabla\phi$ ), тогда  $\|\text{rot } \mathbf{f}\| = Fz_1\|\nabla C_1\| \cdot \|\nabla\phi\|$ .

Этот случай реализуется при электроосмосе первого рода (механизм Духина–Мищук) (рис. 1). Действительно, считая, что на межфазной границе концентрация меняется только в поперечном направлении, получаем, что  $\nabla C_i \perp l$ , где  $l$  межфазная граница. С другой стороны, поверхности электродов являются эквипотенциальными поверхностями, следовательно,  $\nabla\phi$  перпендикулярен поверхности электродов, и, поэтому параллелен  $l$ . Таким образом  $\nabla C_1 \perp \nabla\phi$  (рис. 1).

При этом величина

$$\|\text{rot } \mathbf{f}\| = Fz_1\|\nabla C_1\| \cdot \|\nabla\phi\|$$

при небольших падениях потенциала является не очень большой величиной, поскольку вектор  $\nabla C_1$  не зависит от него, а  $\nabla\phi$  имеет небольшую величину. Таким образом, электроосмос первого рода Духина–Мищук обусловлен вихревым характером электрической силы. Поскольку  $\nabla C_1 \perp \nabla\phi$  и  $\|\nabla C_1\| \neq 0$ ,  $\|\nabla\phi\| \neq 0$ , то малое возмущение не приводит к изменению вихревого характера электрической силы, поэтому электроосмос первого рода Духина–Мищук является устойчивым.

#### 5. Ротор силы и электроосмос второго рода (неустойчивая электроконвекция Рубинштейна–Зальцмана)

Из формулы (3.3) следует, что минимальное значение  $\|\text{rot } \mathbf{f}\|$  равно нулю достигается, когда вектора  $\nabla C_1$  и  $\nabla\phi$  параллельны ( $\nabla C_1 \parallel \nabla\phi$ ), т.е. существует число  $k$ , что  $\nabla C_1 = k\nabla\phi$ , поскольку угол  $\beta = 0$ .

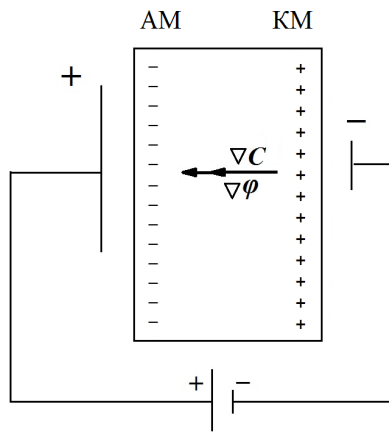


Рис. 2. Схема возникновения электроосмоса второго рода в непроточной КО

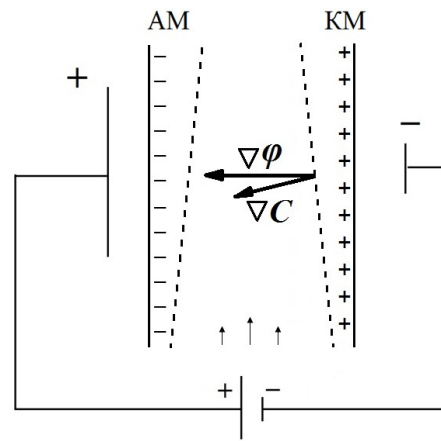


Рис. 3. Схема возникновения электроосмоса второго рода в проточной КО

Этот случай реализуется, например, в камере обессоливания (КО) непроточного электродиализного аппарата (ЭДА) (рис. 2), поскольку в этом случае толщина диффузионного слоя постоянна и не зависит от длины КО, следовательно, градиент концентрации перпендикулярен поверхности ионообменных мембран. С другой стороны, градиент потенциала перпендикулярен поверхности ионообменных мембран, поскольку они считаются эквипотенциальными. Таким образом, градиенты  $\nabla C_1$  и  $\nabla \phi$  параллельны и  $\beta = 0$ .

При этом величина  $Fz_1 \|\nabla C_1\| \cdot \|\nabla \phi\|$ , в отличие от электроосмоса первого рода, при запредельных токовых режимах очень большая, поскольку каждый из векторов  $\nabla C_1$  и  $\nabla \phi$  имеет большую величину. Такая ситуация является неустойчивой, т.к. любое небольшое возмущение приводит к тому что угол становится отличным от нуля, следовательно, ротор силы будет не только ненулевым, но и достаточно большим и начнется интенсивная электроконвекция.

Теория электроосмоса, возникающего за счет неустойчивости (электроосмос второго рода), разработана в работах Рубинштейна И., Зальцмана Б. и др. (механизм электроосмоса Рубинштейна–Зальцмана) [3, 10, 16].

## 6. Ротор силы и электроконвекция в проточном канале

На практике используются проточные ЭДА, поэтому важно учитывать и вынужденное течение, взаимодействующее с электроконвекцией, вызванной интенсивной концентрационной поляризацией. Вынужденное

течение раствора в КО оказывает существенное влияние на развитие электроконвекции и появляется ее качественно новый тип.

Рассмотрим электроконвекцию в проточной КО (рис. 3). Главной особенностью в данном случае является изменение толщины диффузионного слоя по длине канала, поэтому возникает необходимость учета изменения градиента концентрации и потенциала не только по ширине, но и по длине камеры.

Как видно из рис. 3, величина ротора электрической силы перед началом электроконвекции при наличии вынужденного течения, не равна нулю ( $\text{rot } \mathbf{f} \neq 0$ ,  $\|\text{rot } \mathbf{f}\| > 0$ ), так как угол  $\beta \neq 0$ .

Достаточно малые изменения приводят к небольшим изменениям угла, угол  $\beta$  обратится в ноль, в связи с этим вначале электроконвекция имеет устойчивый характер. Это утверждение было проверено прямым нелинейным численным анализом математической модели электроконвекции при наличии вынужденной конвекции [22, 23]. Кроме того, это утверждение подтверждается исследованием колебания ВАХ с использованием чисел Херста [24].

С началом электроконвекции угол между градиентами концентрации и потенциала зависит не только от времени, но и от координат точек (рис. 4). Со временем развитое электроконвективное течение приобретает все более неустойчивый характер вплоть до развития хаотического движения раствора [24].

Таким образом, электроконвекция при наличии вынужденного движения раствора имеет черты как электроосмоса первого рода Духина–Мишук (устойчивость в на-

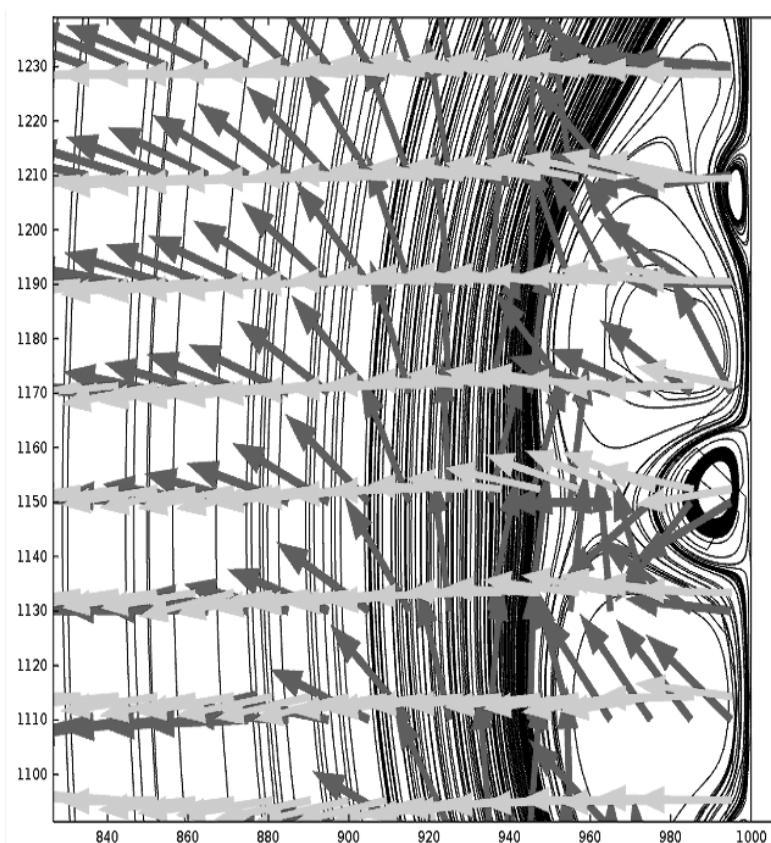


Рис. 4. Линии тока раствора, градиенты концентрации (красный цвет), потенциала (зеленый цвет) рассчитанные по модели [1]. Время — 120,74 с

чале возникновения электроконвекции), так неустойчивого электроосмоса второго рода Рубинштейна–Зальцмана (неустойчивость развитой электроконвекции).

Однако электроконвекцию при наличии вынужденного движения нельзя считать суперпозицией электроосмоса первого рода Духина–Мишук и неустойчивого электроосмоса второго рода Рубинштейна–Зальцмана, поскольку она определяется увеличением ширины диффузионного слоя вниз по потоку, отсутствующего как в первом, так и во втором случае.

Таким образом, электроконвекция при наличии вынужденного движения является качественно новым типом электроконвекции.

### Заключение

В работе показано, что причиной электроконвекции является вихревой характер электрической силы, имеющей значительную величину. Представлена математическая классификация электроконвекции на основе анализа ротора электрической силы.

Вынужденное течение раствора в КО оказывает существенное влияние на развитие электроконвекции, и, хотя она имеет черты как электроосмоса первого рода Духина–Мишук, так неустойчивого электроосмоса второго рода Рубинштейна–Зальцмана, все же она является качественно новым типом электроконвекции.

### Литература

1. *Urtenov M.K., Uzdenova A.M., Kovalenko A.V., Nikonenko V.V., Pismenskaya N.D., Vasil'eva V.I., Sizat P., Pourcelly G.* Basic mathematical model of overlimiting transfer in electro dialysis membrane systems enhanced by electroconvection // *Journal of Membrane Science*. 2013. Vol. 447. P. 190–202. DOI: 10.1016/j.memsci.2013.07.033
2. *Kwak R., Guan G., Peng W.K., Han J.* Microscale electro dialysis: concentration profiling and vortex visualization // *Desalination*. 2012. Vol. 308. P. 138–146.
3. *Nikonenko V., Kovalenko A., Urtenov M., Pismenskaya N., Han J., Sizat P., Pourcelly G.* Desalination at overlimiting currents: State-of-the-art and perspectives // *Desalination*.

2014. Vol. 342. P. 85–106. Режим доступа: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S001191641400023X> (дата обращения 25.01.2015).
4. Коваленко А.В., Уртеннов М.Х., Герюгова А.А. Электроосмос в микро- и наноканалах. Ч. 1. вывод иерархической системы математических моделей с использованием метода декомпозиции // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. 2015. № 114. С. 370–387.
  5. Nikonenko V.V., Vasil'eva V.I., Akberova E.M., Uzdenova A.M., Urtenov M.K., Kovalenko A.V., Pismenskaya N.P., Mareev S.A., Pourcelly G. Competition between diffusion and electroconvection at an ion-selective surface in intensive current regimes // *Advances in Colloid and Interface Science*. 2016. No. 235. P. 233–246. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cis.2016.06.014>
  6. Коваленко А.В. Влияние диссоциации воды на развитие электроконвекции в мембранных системах // Конденсированные среды и межфазные границы. 2014. Т. 16. № 3. С. 288–293.
  7. De Jong J., Lammertink R.G.H., Wessling M. Membranes and microfluidics: a review // *Lab on a Chip-Miniaturisation for Chemistry and Biology*, 2006. Vol. 6. No. 9. P. 1125–1139.
  8. Духин С.С., Мищук Н.А., Жолковский Э.К. Концентрационная поляризация двойного слоя дисперсной частицы при больших числах Пекле // Коллоидный журнал. 1987. Т. 49. № 5. С. 865–874.
  9. Dukhin S.S. Electrokinetic phenomena of the 2nd kind and their applications // *Adv. Colloid Interface Sci.* 1991. Vol. 35. P. 173–196.
  10. Rubinstein I., Zaltzman B. Electroosmotically induced convection at a permselective membrane // *Physical Review E*. 2000. Vol. 62. P. 2238–2251.
  11. Коваленко А.В., Заболоцкий В.И., Никоненко В.В., Уртеннов М.Х. Математическое моделирование влияния морфологии поверхности гетерогенных ионообменных мембран на электроконвекцию // Политематический сетевой электронный научный журнал КубГАУ. 2014. № 10. Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2014/10/pdf/46.pdf> (дата обращения 20.01.2015).
  12. Mishchuk N.A. Concentration polarization of interface and non-linear electrokinetic phenomena // *Advances in Colloid and Interface Science*. 2010. Vol. 160. P. 16–39.
  13. Mishchuk N.A., Takhistov P.V. Electroosmosis of the second kind // *Colloids Surf. A*. 1995. Vol. 95. No. 2. P. 119–131.
  14. Rubinstein I., Shtilman L. Voltage against current curves of cation exchange membranes // *J. Chem. Soc.* 1979. Vol. 75. P. 231–246.
  15. Коваленко А.В., Уртеннов М.Х., Никоненко В.В., Лойко В.И. Физический смысл некоторых критериев подобия процесса переноса в канале обессоливания электродиализного аппарата с учетом электроконвекции // Политематический сетевой электронный научный журнал КубГАУ. Электрон. журн. 2015. № 1. С. 846–865. Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2015/01/pdf/51.pdf> (дата обращения 29.09.2015).
  16. Davidson S.M., Wessling M., Mani A. On the Dynamical Regimes of Pattern-Accelerated Electroconvection // *Scientific Reports*. 2016. No. 6. P. 22505. DOI: 10.1038/srep22505
  17. Коваленко А.В., Узденнова А.М., Уртеннов М.А.Х., Никоненко В.В. Критериальные числа образования нестабильных электроконвективных вихрей в канале обессоливания электродиализного аппарата // Сорбционные и хроматографические процессы. 2014. Т. 14. № 2. С. 260–269.
  18. Коваленко А.В., Узденнова А.М., Уртеннов М.Х., Никоненко В.В. Критериальные числа возникновения электроконвекции в камере обессоливания электродиализатора // Конденсированные среды и межфазные границы. 2013. Т. 15. № 4. С. 404–412.
  19. Коваленко А.В., Письменский А.В., Уртеннов М.Х. Теория подобия электромембранных систем с учетом вынужденной, гравитационной и электроконвекции // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. 2015. № 105. С. 866–887.
  20. Коваленко А.В. 2D моделирование переноса произвольного бинарного электролита в электромембранных системах при выполнении условия электронейтральности // Фундаментальные исследования. 2015. № 11. Ч. 2. С. 257–266.
  21. Коваленко А.В. Численный анализ 2D модели ЗОМ переноса симметричного бинарного электролита // Фундаментальные исследования. 2015. № 11. Ч. 1. С. 59–65.
  22. Pismenskiy A.V., Urtenov M.K., Kovalenko A.V., Mareev S.V. Electrodialysis desalination process in conditions of mixed convection // *Desalination and Water Treatment*. 2014. No. 1–3. Режим доступа: <http://dx.doi.org/10.1080/19443994.2014.981407> (дата обращения 12.01.2015).
  23. Письменский А.В., Коваленко А.В., Уртеннов М.Х. Математическое моделирование процессов массопереноса в электромембранных системах в условиях одновременного действия вынужденной, гравитационной и электроконвекции. Зависимость от начальной концентрации // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2014. № 3. С. 59–68.
  24. Коваленко А.В., Евдоченко Е.Н., Уртеннов М.Х. Расчет и анализ временных характеристик электроконвекции в мембран-

ных системах // Политематический сетевой электронный научный журнал КубГАУ. 2015. № 109. С. 958–970. Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2015/05/pdf/66.pdf> (дата обращения 20.11.2016)

### References

1. Urtenov M.K., Uzdenova A.M., Kovalenko A.V., Nikonenko V.V., Pismenskaya N.D., Vasil'eva V.I., Sistas P., Pourcelly G. Basic mathematical model of overlimiting transfer in electro dialysis membrane systems enhanced by electroconvection. *J. of Membrane Science*, 2013, vol. 447, pp. 190–202. DOI: 10.1016/j.memsci.2013.07.033
2. Kwak R., Guan G., Peng W.K., Han J. Microscale electro dialysis: concentration profiling and vortex visualization. *Desalination*, 2012, vol. 308, pp. 138–146.
3. Nikonenko V., Kovalenko A., Urtenov M., Pismenskaya N., Han J., Sistas P., Pourcelly G. Desalination at overlimiting currents: State-of-the-art and perspectives. *Desalination*, 2014, vol. 342, pp. 85–106. Available at: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S001191641400023X> (accessed 25.01.2015).
4. Kovalenko A.V., Urtenov M.Kh., Geryugova A.A. Elektroosmos v mikro- i nanokanalakh. Chast' 1. vyvod ierarkhicheskoy sistemy matematicheskikh modeley s ispol'zovaniem metoda dekompozitsii [The electroosmosis in micro- and nanochannel. Part 1. conclusion a hierarchical system of mathematical models using decomposition method]. *Politematicheskii setevoy elektronnyy nauchnyy zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta* [Polythematic network electronic scientific journal of the Kuban state agrarian University], 2015, no. 114, pp. 370–387. (In Russian)
5. Nikonenko V.V., Vasil'eva V.I., Akberova E.M., Uzdenova A.M., Urtenov M.K., Kovalenko A.V., Pismenskaya N.P., Mareev S.A., Pourcelly G. Competition between diffusion and electroconvection at an ion-selective surface in intensive current regimes. *Advances in Colloid and Interface Science*, 2016, no. 235, pp. 233–246. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cis.2016.06.014>
6. Kovalenko A.V. Vliyanie dissotsiatsii vody na razvitiye elektrokonnektsii v membrannykh sistemakh [Influence of water dissociation on electroconvection development in membrane systems]. *Kondensirovannye sredy i mezhfaznye granitsy* [Condensed substance and phase boundary], 2014, vol. 16, no. 3, pp. 288–293. (In Russian)
7. De Jong J., Lammertink R.G.H., Wessling M. Membranes and microfluidics: a review. *Lab on a Chip-Miniaturisation for Chemistry and Biology*, 2006, vol. 6, no. 9, pp. 1125–1139.
8. Dukhin S.S., Mishchuk H.A., Zholkovskiy E.K. Kontsentratsionnaya polarizatsiya dvoynogo sloya dispersnoy chastitsy pri bol'shikh chislakh Pekle [The concentration polarization of the double layer of disperse particles at large Peclet numbers]. *Kolloidnyy zhurnal* [Colloid J.], 1987, vol. 49, no. 5, pp. 865–874. (In Russian)
9. Dukhin S.S. Electrokinetic phenomena of the 2nd kind and their applications. *Adv. Colloid Interface Sci.*, 1991, vol. 35, pp. 173–196.
10. Rubinstein I., Zaltzman B. Electroosmotically induced convection at a permselective membrane. *Physical Review E*, 2000, vol. 62, pp. 2238–2251.
11. Kovalenko A.V., Zabolotskiy V.I., Nikonenko V.V., Urtenov M.Kh. Matematicheskoe modelirovanie vliyaniya morfologii poverkhnosti geterogennykh ionoobmennyykh membran na elektrokonnektsiyu [Mathematical modeling of the influence of the morphology of the heterogeneous ion-exchange membranes on electroconvection]. *Politematicheskii setevoy elektronnyy nauchnyy zhurnal KubGAU* [Polythematic network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University], 2014, no. 10. Available at: <http://ej.kubagro.ru/2014/10/pdf/46.pdf> (accessed 20.01.2015). (In Russian)
12. Mishchuk N.A. Concentration polarization of interface and non-linear electrokinetic phenomena. *Adv. in Colloid and Interface Science*, 2010, vol. 160, pp. 16–39.
13. Mishchuk N.A., Takhistov P.V. Electroosmosis of the second kind. *Colloids Surf. A*, 1995, vol. 95, no. 2, pp. 119–131.
14. Rubinstein I., Shtilman L. Voltage against current curves of cation exchange membranes. *J. Chem. Soc.*, 1979, vol. 75, pp. 231–246.
15. Kovalenko A.V., Urtenov M.Kh., Nikonenko V.V., Loyko V.I. Fizicheskiy smysl nekotorykh kriteriev podobiya protsessa perenosa v kanale obessolivaniya elektrodializnogo apparata s uchetom elektrokonnektsii [The physical meaning of some similarity criteria for the process of transfer in the desalination channel of the electro dialytic apparatus, taking into account electroconvective]. *Politematicheskii setevoy elektronnyy nauchnyy zhurnal KubGAU. Elektronnyy zhurnal* [Polythematic network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University. Electron. J.], 2015, no. 1. pp. 846–865. Available at: <http://ej.kubagro.ru/2015/01/pdf/51.pdf> (accessed 29.09.2015). (In Russian)
16. Davidson S.M., Wessling M., Mani A. On the Dynamical Regimes of Pattern-Accelerated Electroconvection. *Scientific Reports*, 2016, no. 6, p. 22505. DOI: 10.1038/srep22505
17. Kovalenko A.V., Uzdenova A.M., Urtenov M.A.Kh., Nikonenko V.V. Kriteriial'nye chisla obrazovaniya nestabil'nykh elektrokonnekktivnykh vikhrey v kanale obessolivaniya elektrodializnogo apparata [Criterion number education electroconvective unstable vortices in the desalination channel of the electro dialytic

- device]. *Sorbtsionnye i khromatograficheskie protsessy* [Sorption and chromatographic processes], 2014, vol. 14, no. 2, pp. 260–269. (In Russian)
18. Kovalenko A.V., Uzdenova A.M., Urtenov M.Kh., Nikonenko V.V. Kriterial'nye chisla vozniknoveniya elektrokonveksii v kamere obessolivaniya elektrodializatora [The criterion of the number of occurrence of electroconvection in the desalination chamber of electrodyalyzer]. *Kondensirovannye sredy i mezhfaznye granitsy* [Condensed matter and interphase boundaries], 2013, vol. 15, no. 4, pp. 404–412. (In Russian)
  19. Kovalenko A.V., Pis'menskiy A.V., Urtenov M.Kh. Teoriya podobiya elektromembrannykh sistem s uchetom vyzhdennoy, gravitatsionnoy i elektrokonveksii [Similarity theory electro-membrane systems with consideration of forced, gravitational and electroconvection]. *Politematicheskii setevoy elektronnyy nauchnyy zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta* [Polythematic network electronic scientific journal of the Kuban state agrarian University], 2015, no. 105, pp. 866–887. (In Russian)
  20. Kovalenko A.V. 2D modelirovanie perenosa proizvol'nogo binarnogo elektrolita v elektromembrannykh sistemakh pri vypolnenii usloviya elektroneytral'nosti [2D modeling of the transfer of arbitrary binary electrolyte in electromembrane systems under the condition of electroneutrality]. *Fundamental'nye issledovaniya* [Fundamental Research], 2015, no. 11, pt. 2, pp. 257–266. (In Russian)
  21. Kovalenko A.V. Chislennyy analiz 2D modeli ZOM perenosa simmetrichnogo binarnogo elektrolita [Numerical analysis of the 2D model ZOOM transfer a symmetric binary electrolyte]. *Fundamental'nye issledovaniya* [Fundamental Research], 2015, no. 11, pt. 1, pp. 59–65. (In Russian)
  22. Pismenskiy A.V., Urtenov M.Kh., Kovalenko A.V., Mareev S.V. Electrodialysis desalination process in conditions of mixed convection. *Desalination and Water Treatment*, 2014, no. 1–3. DOI: 10.1080/19443994.2014.981407
  23. Pis'menskiy A.V., Kovalenko A.V., Urtenov M.Kh. Matematicheskoe modelirovanie protsessov massoperenosa v elektromembrannykh sistemakh v usloviyakh odnovremennogo deystviya vyzhdennoy, gravitatsionnoy i elektrokonveksii. Zavisimost' ot nachal'noy kontsentratsii [Mathematical modeling of mass transfer processes in electromembrane systems under the simultaneous action of forced, gravitational and electroconvection. Dependence on the initial concentration]. *Ekologicheskii vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva* [Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation], 2014, no. 3, pp. 59–68. (In Russian)
  24. Kovalenko A.V., Evdochenko E.N., Urtenov M.Kh. Raschet i analiz vremennykh kharakteristik elektrokonveksii v membrannykh sistemakh [Calculation and analysis of the temporal characteristics of electroconvection in membrane systems]. *Politematicheskii setevoy elektronnyy nauchnyy zhurnal KubGAU* [Polythematic network electronic scientific journal of the Kuban state agrarian University], 2015, no. 109, pp. 958–970. Available at: <http://ej.kubagro.ru/2015/05/pdf/66.pdf> (accessed 20.11.2016)