

УДК 51.37

АЛГОРИТМ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ МГНОВЕННОГО ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА ЗАГРЯЗНЕНИЯ В АЗОВСКОМ МОРЕ НА ОСНОВЕ МЕТОДА СОПРЯЖЕННЫХ УРАВНЕНИЙ

Кочергин В. С., Кочергин С. В.

THE ALGORITHM OF IDENTIFICATION PARAMETERS OF INSTANT POINT SOURCE OF POLLUTION IN THE AZOV SEA ON THE BASIS OF THE METHOD OF ADJOINT EQUATIONS

Kochergin V. S., Kochergin S. V.

Marine Hydrophysical Institute, Sevastopol, 299011, Russia
e-mail: vskoher@gmail.com

Abstract. The ecological state of the Azov Sea is required the creation of reliable environmental monitoring systems that allow you effectively to assess the situation in the areas subject to technological impact, especially in the areas of the intensive shipping and the construction of communication systems of a different nature. For such evaluations of the examined object it is effective to use highly productive computer technologies and approaches allowing implementing parallelization of calculations. Solving the problems of the pollution spreading of a different nature in the sea is possible on the basis of the methods of the mathematical modeling and the methods for the solving inverse problems, when according to the measurement data due to their assimilation occurs the identification of the certain parameters of the transport model. Recently, variational methods of assimilation and the method of the adjoint equations have been actively developed and used to solve the oceanographic problems. The algorithms of the measurement data adoption are based generally on the minimization of a quadratic functional prediction quality that characterizes the deviation of the model solutions from the measurement data. The transport model of the passive admixture acts as a limit to the variations of the input parameters. In this work, the method of the adjoint equations is applied that allows searching for the location of the source of pollution. The Identification of the source power was produced by using the variational filtering. The numerical experiments were conducted using a hydrodynamic model of the Azov Sea. The resultant flow fields were used in the modeling the transport of the passive admixture. The numerical experiments have shown that the result of the identification significantly depends on the location of measurement points. The most accurate reproduction of the true value of the power source of pollution is obtained in the case, where measurements are carried out in the region of maximum concentration values of the field, which leads to a better conditionality of the solving problem. In general, the carried out numerical experiments have shown the reliable operation of the power of the algorithm identifying the source of pollution, related to the model of passive admixture transport in the Azov Sea.

Keywords: method of the adjoint equations, identification of input parameters, passive admixture, transport model, Azov Sea, spreading of pollution, assimilation of the data measurements.

Введение

Экологическая обстановка в акватории Азовского моря требует создания систем мониторинга состояния окружающей среды, позволяющих оперативно оценивать последствия и причины загрязнений в районах, подверга-

ющихся техногенному воздействию, особенно в областях интенсивного судоходства и строительства коммуникаций различного характера. Решение таких задач возможно на основе методов математического моделирования [1] и методов решения обратных задач [2–4], ко-

Кочергин Владимир Сергеевич, младший научный сотрудник отдела теории волн Морского гидрофизического института РАН; e-mail: vskoher@gmail.com

Кочергин Сергей Владимирович, старший научный сотрудник отдела морских информационных систем и технологий Морского гидрофизического института РАН; e-mail: ko4ep@mail.ru

Работа выполнена в рамках Государственного задания (0827-2014-0010) «Комплексные междисциплинарные исследования океанологических процессов определяющих функционирование и эволюцию экосистем Черного и Азовского морей на основе современных методов контроля состояния морской среды и гидротехнологий».

гда по данным измерений за счет их ассимиляции происходит идентификация входных параметров модели. В последнее время вариационные методы ассимиляции и метод сопряженных уравнений активно развиваются и используются для решения подобных задач [5–7]. Для оперативности получения информации о состоянии исследуемого объекта численная реализация таких моделей и алгоритмов должна осуществляться с использованием современных подходов, в том числе, распараллеливания вычислений. Вариационные алгоритмы усвоения данных измерений основаны на итерационной минимизации квадратичного функционала качества прогноза, который характеризует отклонения модельного решения от данных измерений. При этом модель переноса пассивной примеси выступает в качестве ограничений на вариации входных параметров при минимизации функционала. В работе [8] рассмотрен вариационный алгоритм идентификации мощности источника. В настоящей работе применен метод сопряженных уравнений [9], позволяющий эффективно осуществить поиск параметров источника загрязнения с точки зрения организации вычислительного процесса.

1. Метод сопряженных уравнений

Рассмотрим модель переноса пассивной примеси в σ -координатах

$$\begin{aligned} \frac{\partial DC}{\partial t} + \frac{\partial DUC}{\partial x} + \frac{\partial DVC}{\partial y} + \frac{\partial WC}{\partial \sigma} = \\ = \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial DC}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial DC}{\partial y} + \\ + \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{K}{D} \frac{\partial C}{\partial \sigma}, \end{aligned} \quad (1.1)$$

с условиями на боковых границах

$$\Gamma : \frac{\partial C}{\partial \mathbf{n}} = 0, \quad (1.2)$$

краевыми условиями на поверхности и на дне

$$\begin{aligned} \sigma = 0 : \frac{\partial C}{\partial \sigma} = Q, \\ Q = Q_S \delta(t - 0) \delta(x - x_0) \delta(y - y_0), \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\sigma = -1 : \frac{\partial C}{\partial \sigma} = 0,$$

и начальными данными

$$C(x, y, \sigma, 0) = 0, \quad (1.4)$$

где t — время; x_0, y_0 — координаты точечного источника; D — динамическая глубина; C — концентрация примеси; Q — мгновенный точечный источник постоянной мощности; U, V, W — компоненты поля скорости; A_H и K — коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной диффузии соответственно; \mathbf{n} — нормаль к боковой границе.

Умножая (1.1)–(1.4) на C^* и интегрируя по частям с учетом краевых условий и аналога уравнения неразрывности в σ -координатах

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial DU}{\partial x} + \frac{\partial DV}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial \sigma} = 0, \quad (1.5)$$

и выбирая C^* как решение сопряженной задачи

$$\begin{aligned} - \frac{\partial DC^*}{\partial t} - \frac{\partial DUC^*}{\partial x} - \frac{\partial DVC^*}{\partial y} - \frac{\partial WC^*}{\partial \sigma} - \\ - D \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial C^*}{\partial x} - D \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial C^*}{\partial y} - \\ - \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{K}{D} \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} = 0, \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$\Gamma : \frac{\partial C^*}{\partial \mathbf{n}} = 0, \quad \sigma = 0 : \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} = g, \quad (1.7)$$

$$\sigma = -1 : \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} = 0,$$

$$t = T : C^* = 0, \quad (1.8)$$

получим

$$\int_S QC^* dS = \int_S CgdS, \quad (1.9)$$

где S — поверхность моря,

$$g = \delta(t - T) \delta(x - x_n) \delta(y - y_n),$$

$$n = 1, \dots, N,$$

N — общее количество точек измерений на конечный момент времени. Учитывая представление для Q и g из формулы (1.9) имеем

$$Q_S C_n^*(0, x_0, y_0, 0) = C(T, x_n, y_n, 0), \quad (1.10)$$

$$n = 1, \dots, N.$$

Формула (1.9) аналогична формуле, полученной в [10] для оценки поля концентрации по различным начальным данным, и является по своей сути двойственным представлением [9] концентрации через мощность источника и решение соответствующей сопряженной задачи. Отметим, что N сопряженных задач для N точек являются независимыми друг

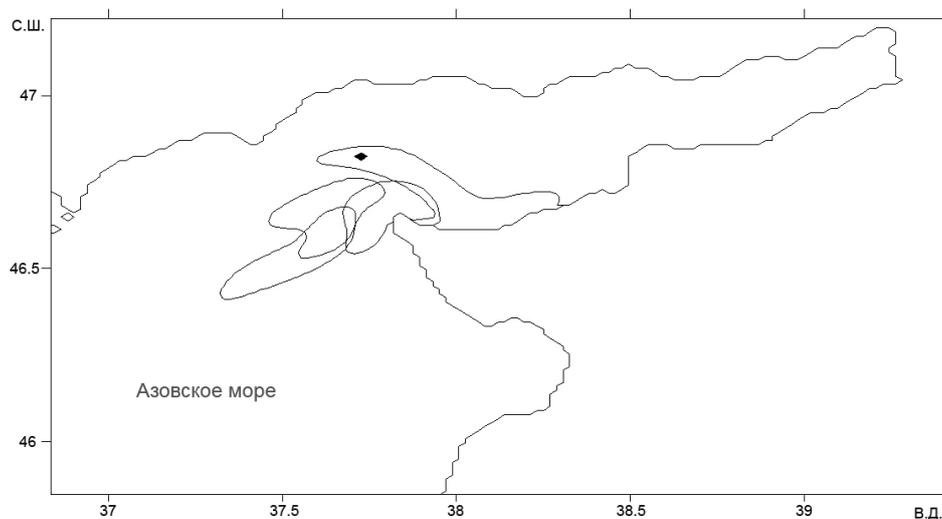


Рис. 1. Решение сопряженных задач и местоположение источника загрязнения

от друга и могут быть реализованы в параллельном режиме различными исполнителями (процессорами).

Если координаты точки выброса (x_0, y_0) подлежат определению, то, решая N сопряженных задач (1.6)–(1.8), можно определить область $\Omega = \cap L_n, n = 1, \dots, N$, где L_n — области существенных значений C_n^* . Следует отметить, что в случае, когда сопряженные задачи решаются на интервале времени, не соответствующем истинному временному промежутку, не удастся получить пересечение всех областей L_n для идентификации местоположения источника загрязнения. На рис. 1 представлен вариант расчета функций влияния для периферийных точек пятна загрязнения на временном интервале 2,5 сут. Таким образом, априорная информация о местоположении пятна загрязнения и его границах может оказаться полезной при определении местоположения области Ω . В качестве такой информации могут быть использованы данные дистанционного зондирования, получаемые со спутников в оперативном режиме. Расположение точек (x_i, y_i) на границе пятна загрязнения позволяет существенно сузить область Ω , а расположение точек измерений в областях максимальной концентрации приводит к лучшей обусловленности решаемой задачи определения Q_S . Выбирая $(x_i, y_i) \in \Omega, i = 1, \dots, M$, можно построить M систем для различных координат источника загрязнения. Для $(x_i, y_i) = (x_0, y_0)$ величины $Q_S^n \approx Q_S, n = 1, \dots, N$. Значения Q_S находятся из системы (1.10) на основе метода филь-

трации [11], который успешно применяется при решении такого рода задач [12]. В случае переопределенной системы (1.10) и ошибок при измерении C_n необходима фильтрация с учетом всей информации, имеющейся в N уравнениях. В результате работы такой процедуры уравнения новой системы сортируются по рангу. В итоге в первой строке системы оказывается уравнение с наилучшей обусловленностью, из которого находится величина Q_S , а неинформативные уравнения удаляются.

2. Результаты численных экспериментов

Численные эксперименты проводились с использованием баротропной гидродинамической модели, описанной в работе [1], для акватории Азовского моря. Для тестирования алгоритма идентификации мощности источника был проведен расчет на установление модельного поля течений под воздействием постоянного ветра северо-восточного направления со скоростью 10 м/с. В результате моделирования также было получено пространственное распределение коэффициентов A_H и K . Поля скоростей и коэффициентов турбулентной диффузии использовались в качестве входной информации при интегрировании модели переноса пассивной примеси на срок 5 сут.

Модельное поле концентрации рассчитывалось при $Q_S = 1$, а результаты расчетов нормировались на максимальное значение. На рис. 2 изображено истинное местоположение мгновенного точечного источника, кото-

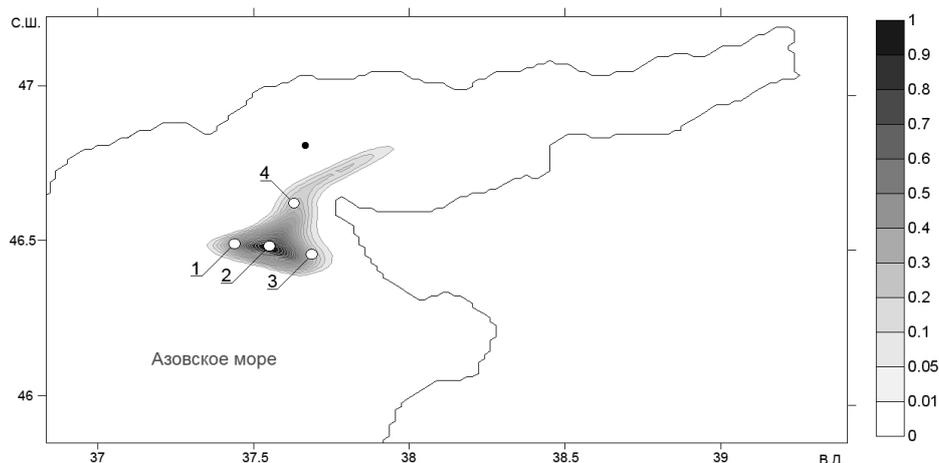


Рис. 2. Местоположение мгновенного точечного источника, нормированное поле концентрации и точки

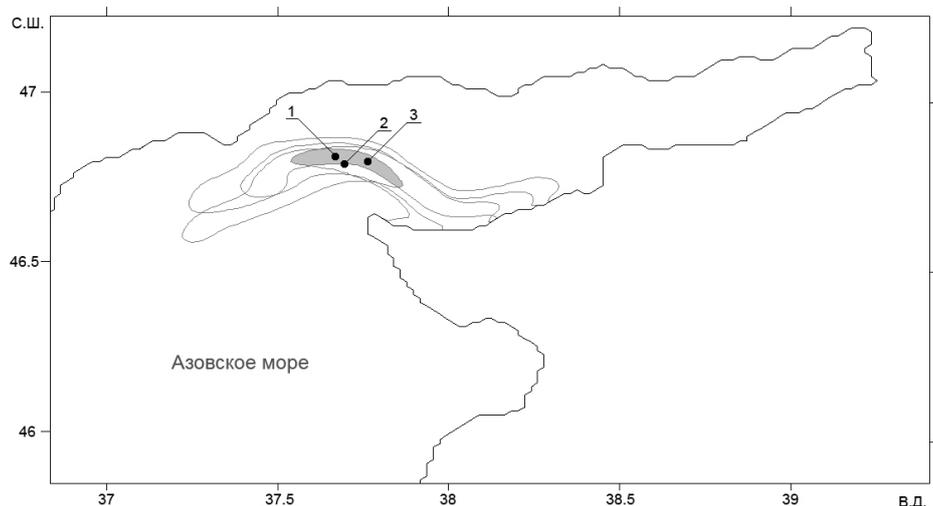


Рис. 3. Решение сопряженных задач, область Ω и местоположения источников загрязнения

рое обозначено черной точкой. Кроме модельного поля концентрации на этом рисунке изображены 4 точки измерений ($N = 4$). Результат интегрирования четырех сопряженных задач (1.6)–(1.8) представлен на рис. 3. Соответствующая этим сопряженным задачам область Ω выделена на рисунке серым цветом. Из рисунка видно, что истинное местоположение источника, обозначенное на рисунке цифрой «1», принадлежит области Ω . Для этой точки решение четырех уравнений системы (1.10) имеет следующие значения $Q_S^1 = 1,024$, $Q_S^2 = 0,9882$, $Q_S^3 = 0,9581$, $Q_S^4 = 1,2446$. Точка «1» является наилучшей, так как значения в этой точке $Q_S^i \approx 1$. Значения Q_S^i в остальных точках в большей мере отличаются друг

от друга, поэтому они не рассматриваются. Из переопределенной системы (1.10) для точки «1» на основе метода фильтрации находим $Q_S = 1,0122$.

Заклучение

Проведенные численные эксперименты показали, что наиболее точное воспроизведение истинного значения мощности источника загрязнения получается в случае, когда измерения производятся в области максимальных значений поля концентрации, что приводит к лучшей обусловленности решаемой задачи. Измерения, проведенные на границе пятна загрязнения, позволяют существенно сузить область поиска первоначального источника

примеси. Использование метода фильтрации при решении переопределенной системы позволяет получать решение с учетом всей поступающей информации, что существенно улучшает получаемые результаты. В целом проведенные численные эксперименты показали надежную работу алгоритма идентификации мощности источника загрязнения применительно к модели переноса пассивной примеси в Азовском море. Результаты могут быть использованы для решения различных задач экологической направленности при изучении воздействия источников загрязнения антропогенного характера в акваториях Азовского и Черного морей.

Литература

1. Иванов В.А., Фомин В.В. Математическое моделирование динамических процессов в зоне море – суша. Севастополь: ЭКОСИ-гидрофизика, 2008. 363 с.
2. Marchuk G.I., Penenko V.V. Application of optimization methods to the problem of mathematical simulation of atmospheric processes and environment // *Modelling and Optimization of Complex Systems* / Ed. G.I. Marchuk. Proc. of the IFIP-TC7 Working conf. New York: Springer, 1978. P. 240–252.
3. Кочергин В.С., Кочергин С.В. Использование вариационных принципов и решения сопряженной задачи при идентификации входных параметров модели переноса пассивной примеси // *Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа*. Севастополь: ЭКОСИ-гидрофизика, 2010. Вып. 22. С. 240–244.
4. Пененко В.В. Методы численного моделирования атмосферных процессов. Л.: Гидрометеоздат, 1981. 350 с.
5. Агошков В.И., Пармузин Е.И., Шутяев В.П. Ассимиляция данных наблюдений в задаче циркуляции Черного моря и анализ чувствительности её решения // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2013. Т. 49. № 6. С. 643–654.
6. Шутяев В.П., Ле Диме Ф., Агошков В.И., Пармузин Е.И. Чувствительность функционалов задач вариационного усвоения данных наблюдений // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2015. Т. 51. № 3. С. 392–400.
7. Рябцев Ю.Н., Шапиро Н.Б. Определение начального положения обнаруженных в открытой части моря поверхностных линз пониженной солености примеси // *Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа*. 2009. Вып. 18. С. 141–157.
8. Кочергин В.С., Кочергин С.В. Идентификация мощности источника загрязнения в Казантипском заливе на основе применения вариационного алгоритма // *Морской гидрофизический журнал*. 2015. № 2. С. 79–88.
9. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М. Наука, 1982. 320 с.
10. Кочергин В.С. Определение поля концентрации пассивной примеси по начальным данным на основе решения сопряженных задач // *Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа*. 2011. Вып. 25, Том. 2. С. 270–376.
11. Страхов В.Н. Метод фильтрации систем линейных алгебраических уравнений — основа для решения линейных задач гравиметрии и магнитометрии // *ДАН СССР*. 1991. Т. 320. № 3. С. 595–599.
12. Еремеев В.Н., Кочергин В.П., Кочергин С.В., Скляр С.Н. Математическое моделирование гидродинамики глубоководных бассейнов. Севастополь: НПЦ «ЭКОСИ-Гидрофизика», 2002. 238 с.

References

1. Ivanov V.A., Fomin V.V. *Matematicheskoye modelirovaniye dinamicheskikh protsessov v zone more – susha* [Mathematical modeling of dynamic processes in the sea–land]. Sevastopol, EKOSI-gidrofizika Pub., 2008, 363 p. (In Russian)
2. Marchuk G.I., Penenko V.V. Application of optimization methods to the problem of mathematical simulation of atmospheric processes and environment. *Modelling and Optimization of Complex Systems Proc. of the IFIP-TC7 Working conf.*, New York, Springer, 1978, pp. 240–252.
3. Kochergin V.S., Kochergin S.V. Ispol'zovanie variatsionnykh principov i resheniya sopryazhennoj zadachi pri identifikacii vkhodnykh parametrov modeli perenosa passivnoj primesi [The use of variational principles and the solution of the adjoint problem, identification of input parameters for models of transport of passive tracer]. *Ekologicheskaya bezopasnost' pribrezhnoj i shel'fovoj zon i kompleksnoe ispol'zovanie resursov shel'fa* [Ecological safety of coastal and shelf zones and complex use of shelf resources]. Sevastopol', EKOSI-gidrofizika Pub., 2010, no. 22, pp. 240–244. (In Russian)
4. Penenko V.V. *Metody chislennogo modelirovaniya atmosferykh protsessov* [Methods for numerical modeling of atmospheric processes]. Leningrad, Gidrometeoizdat, 1981, 350 p. (In Russian)
5. Agoshkov V.I., Parmuzin E.I., SHutyaev V.P. Assimilyaciya dannyh nablyudenij v zadache cirkulyacii Chernogo morya i analiz chuvstvitel'nosti eyo resheniya [Data assimilation of observations in the problem of Black sea circu-

- lation and sensitivity analysis of its solution]. *Izv. RAN, Fizika atmosfery i okeana* [Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Physics of atmosphere and ocean], 2013, vol. 49, no. 6, pp. 643–654. (In Russian)
6. Shutyaev V.P., Le Dime F., Agoshkov V.I., Parmuzin E.I. Chuvstvitel'nost' funkcionalov zadach' variacionnogo usvoeniya dannyh nablyudeni [The sensitivity of functionals of the challenges of variational data assimilation]. *Izv. RAN, Fizika atmosfery i okeana* [Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Physics of atmosphere and ocean], 2015, vol. 51, no. 3, pp. 392–400. (In Russian)
 7. Ryabcev Yu. N., Shapiro N.B. Opredelenie nachal'nogo polozheniya obnaruzhennyh v otkrytoj chasti morya poverhnostnyh linz ponizhennoj solenosti primesi [Specify a start position detected in the open part of the sea surface lens of low salinity impurities]. In *Ekologicheskaya bezopasnost' pribrezhnoj i shel'fovoj zon i kompleksnoe ispol'zovanie resursov shel'fa* [Ecological safety of coastal and shelf zones and complex use of shelf resources]. Sevastopol', EKOSI-gidrofizika Pub., 2009, no. 18, pp. 141–157. (In Russian)
 8. Kochergin V.S., Kochergin S.V., Identifikaciya moshchnosti istochnika zagryazneniya v Kazantipskom zalive na osnove primeneniya variacionnogo algoritma [Identification of power source of pollution in the Kazantipsky Gulf through the application of a variational algorithm]. *Morskoy gidrofizicheskij zhurnal* [Marine hydrophysical journal], 2015, no. 2, pp. 79–88. (In Russian)
 9. Marchuk G.I. Matematicheskoye modelirovaniye v probleme okruzhayushchey sredy [Mathematical modeling in the environmental problem]. Moscow, Nauka Pub., 1982, 320 p. (In Russian)
 10. Kochergin V.S. Opredelenie polya koncentracii passivnoj primesi po nachal'nym dannym na osnove resheniya sopryazhennyh zadach [Determination of the concentration field of a passive impurity in the initial data based on the solution of conjugate objectives]. In *Ekologicheskaya bezopasnost' pribrezhnoj i shel'fovoj zon i kompleksnoe ispol'zovanie resursov shel'fa* [Ecological safety of coastal and shelf zones and complex use of shelf resources], MGI NANU, Sevastopol' 2011, no. 25, vol. 2, pp. 270–376. (In Russian)
 11. Strahov V.N. Metod fil'tracii sistem linejnyh algebraicheskikh uravnenij – osnova dlya resheniya linejnyh zadach gravimetrii i magnitometrii [Filtering method systems of linear algebraic equations – the basis for solving linear problems of gravimetry and magnetometry]. *Dokl. AN SSSR* [Rep. of the Academy of Sciences of the USSR], 1991, vol. 320, no. 3, pp. 595–599. (In Russian)
 12. Eremeyev V.N., Kochergin V.P., Kochergin S.V., Sklyar S.N. Matematicheskoye modelirovaniye gidrodinamiki glubokovdnykh basseynov [Mathematical modeling of hydrodynamics of deep-water basins]. Sevastopol, EKOSI-Gidrofizika Pub., 2002, 238 p. (In Russian)