УДК 539.3

ОГРАНИЧЕННЫЕ И ПОЛУОГРАНИЧЕННЫЕ РАЗЛОМЫ И СКРЫТЫЕ ДЕФЕКТЫ ПОКРЫТИЯ

Бабешко В. А., Уафа С. Б., Бабешко О. М., Евдокимова О. В., Федоренко А. Г., Хафуз Т. А., Гладской И. Б., Горшкова Е. М.

RESTRICTED AND SEMIRESTRICTED FAULTS AND HIDDEN DEFECTS OF THE COVERING

Babeshko V. A.[*,**], Uafa S. B.[**], Babeshko O. M.[**], Evdokimova O. V.[*], Fedorenko A. G.[*], Khafuz T. A.[*], Gladskoy I. B.[**], Gorshkova E. M.[**]

[*] Southern Scientific Center RAS, Rostov-on-Don, 344006, Russia
[**] Kuban State University, Krasnodar, 350040, Russia
e-mail: babeshko41@mail.ru

Abstract. The theory of blocked structures, designed in the South Research Center of RAS, has several various advantages discussed right below. It allows solvation of boundary value problems for the system of difference equations in particular derivatives in some systems in analytical form. The basis of this theory is differential method of factorization. Scientists have not paid attention to this method for a long time, being involved in the design of factorizing approaches. The reason is that the method required involvement of modern mathematical methods. Being highly precise though still rather complex in application the method was applied in various other areas. In the report there is an example of application of the method in the task of solidity of bodies with plating.

Keywords: singularity domain, singular peculiarity, logarithmic singularity, break singularity, algebraic system of equations.

1. Постановка задачи

Некоторые исходные сведения о стартовых землетрясениях, методах исследования и результатах опубликованы в работах [1–3]. Считаем, что покрытие, лежащее на деформируемом основании, представляет пластину Кирхгофа, имеющую три типа дефектов: бесконечный, разделяющий пластину на две полубесконечные пластины, называемые ради краткости, плитами, полубескнечный, когда

Бабешко Владимир Андреевич, академик РАН, д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой математического моделирования Кубанского государственного университета, директор Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета, заведующий лабораторией Южного федерального университета; e-mail: babeshko41@mail.ru.

Уафа Самир Баширович, инженер Кубанского государственного университета; e-mail: uafa70@mail.ru.

Бабешко Ольга Мефодиевна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: babeshko49@mail.ru.

Евдокимова Ольга Владимировна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: evdokimova.olga@mail.ru.

Федоренко Алексей Григорьевич, канд. физ.-мат. наук, младший научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: afedorenko@mail.ru.

Хафуз Татьяна Александровна, стажер-исследователь Южного научного центра РАН; e-mail: masya16.92@mail.ru.

Гладской Игорь Борисович, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: i.glad@list.ru.

Горшкова Елена Михайловна, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: gem@kubsu.ru.

Отдельные фрагменты работы выполнены в рамках реализации Госзадания на 2017 г. проекты (9.8753.2017/БЧ), (0256-2014-0006), Программы президиума РАН 1-33П, проекты с (0256-2015-0088) по (0256-2015-0093), и при поддержке грантов РФФИ (15-01-01379, 15-08-01377, 16-41-230214, 16-41-230218, 16-48-230216, 17-08-00323).

дефект представляет полубесконечную трещину, и конечный, когда дефект является конечной трещиной. Считаем, что с некоторого момента берега всех трех типов дефектов с параллельными границами удалены друг от друга на расстояние 2θ и находятся на линейно деформируемом основании. При этом пространство между берегами дефекта является пустым, а на торцах плит действуют внешние силы, направленные по правилу внешних векторов. В системе координат $x_1x_2x_3$ с началом в плоскости x_1x_2, совпадающей со срединной плоскостью пластины, осью ox_3, направленной вверх по нормали к пластине, осью ox_1, направленной по касательной к границе дефекта, осью ox_2 — по нормали к его границе. Область, занятая левой от дефекта плитой, обозначается λ, и описывается соотношениями $|x_1| \leqslant \infty$, $x_2 \leqslant -\theta$, а занятая правой — индексом r и координатами $|x_1| \leqslant \infty$, $\theta \leqslant x_2$. Ограничимся случаем лишь вертикальных воздействий на пластины, считая, что на торцах могут задаваться отличные от нуля изгибающие моменты и перерезывающие силы. Уравнение Кирхгофа для фрагментов b покрытия, $b = \lambda, r$, занимающих области Ω_b с границами $\partial\Omega_b$, при указанных вертикальных статических воздействиях напряжением t_{3b} сверху и g_{3b} снизу имеет вид

$$\mathbf{R}_b(\partial x_1, \partial x_2)u_{3b} + \varepsilon_{53b}(t_{3b} - g_{3b}) \equiv \\ \equiv \left(\frac{\partial^4}{\partial x_1^4} + 2\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^4}{\partial x_2^4}\right)u_{3b} + \\ + \varepsilon_{53b}(t_{3b} - g_{3b}) = 0,$$

$$\mathbf{R}_b(-i\alpha_1, -i\alpha_2)U_{3b} \equiv \\ \equiv R_b(-i\alpha_1, -i\alpha_2)U_{3b} \equiv (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^2 U_{3b},$$

$$U_{3b} = \mathbf{F_2}u_{3b}, \quad G_{3b} = \mathbf{F_2}g_{3b},$$

$$T_{3b} = \mathbf{F_2}t_{3b}, \quad b = \lambda, r,$$

$$M_b = -D_{b1}\left(\frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_2^2} + \nu_b\frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_1^2}\right),$$

$$D_{b1} = \frac{D_b}{H^2}, \quad D_{b2} = \frac{D_b}{H^3},$$

$$Q_b = -D_{b2}\left(\frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_2^3} + (2 - \nu_b)\frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_1^2 \partial x_2}\right) = \\ = f_{4b}(\partial\Omega_b),$$

$$u_{3b} = f_{1b}(\partial\Omega_b), \quad \frac{\partial u_{3b}}{H\partial x_2} = f_{2b}(\partial\Omega_b),$$

$$D_b = \frac{E_b h_b^3}{12(1 - \nu_b^2)}, \quad \varepsilon_{53b} = \frac{(1 - \nu_b^2)12H^4}{E_b h_b^3}$$

$$\varepsilon_6^{-1} = \frac{(1 - \nu)H}{\mu}.$$

Связь между граничными напряжениями и перемещениями на поверхности упругой среды, на которой находятся плиты, имеет вид

$$u_{3m}(x_1, x_2) = \varepsilon_6^{-1}\sum_{n=1}^{2}\iint\limits_{\Omega_n} k(x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2) \times \\ \times g_{3n}(\xi_1, \xi_2)\,\mathrm{d}\xi_1\,\mathrm{d}\xi_2,$$

$$x_1, x_2 \in \Omega_m, \quad m = \lambda, r, \theta,$$

$$\Omega_\lambda\big(|x_1| \leqslant \infty;\ x_2 \leqslant -\theta\big),$$

$$\Omega_r\big(|x_1| \leqslant \infty;\ \theta \leqslant x_2\big),$$

$$\Omega_\theta\big(|x_1| \leqslant \infty;\ -\theta \leqslant x_2 \leqslant \theta\big), \quad n = \lambda, r.$$

$$k(x_1, x_2) = \\ = \frac{1}{4\pi^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int K(\alpha_1, \alpha_2)e^{-i\langle\alpha, x\rangle}\,\mathrm{d}\alpha_1\,\mathrm{d}\alpha_2,$$

$$u_{3m}(x_1, x_2) = \\ = \frac{1}{\varepsilon_6 4\pi^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int K(\alpha_1, \alpha_2 G(\alpha_1, \alpha_2) \times \\ \times e^{-i\langle\alpha, x\rangle}\,\mathrm{d}\alpha_1\,\mathrm{d}\alpha_2, \quad (1.1)$$

$K(\alpha_1, \alpha_2)$ — аналитическая функция двух комплексных переменных α_k, в частности, мероморфная, ее многочисленные примеры приведены в [4,5], M_b и Q_b — изгибающий момент и перерезывающая сила в системе координат x_1ox_2; h_b — толщины пластин, H — размерный параметр подложки, например, толщина слоя, E_b — модули Юнга плит, ν_b — их коэффициенты Пуассона. Обозначения заимствованы из [1]. $\mathbf{F}_2 \equiv \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)$ и $\mathbf{F}_1 \equiv \mathbf{F}_1(\alpha_1)$ — двумерный и одномерный операторы преобразования Фурье соответственно.

2. Метод исследования

Рассматривая плиты и основание (1.1) как блочную структуру, состоящую из трех деформируемых блоков, применим для ее исследования метод блочного элемента. Этот метод, как описано в [6], предполагает как первый шаг, погружение средствами внешней алгебры граничной задачи в топологическую структуру. В результате строится функциональное уравнение граничной задачи для блочной структуры. Многошаговый алгоритм дальнейших исследований функционального уравнения, уже не имеющих никакого отношения к аппарату внешней алгебры, назван авторами внешним анализом в теории блочного элемента [6]. Он включает дифференциальную факторизацию матриц-функций с элементами из нескольких комплексных переменных, реализацию автоморфизма, состоящую в вычислении форм-вычетов Лере, либо неполных функциональных уравнений Винера–Хопфа, построение псевдодифференциальных уравнений, извлечение из них интегральных уравнений, диктуемых конкретными граничными условиями граничной задачи, решение интегральных уравнений и получение интегрального представления граничной задачи в каждом блоке в форме «упакованного» блочного элемента. Наконец, «склейка» решений каждого блока, состоящая в построении фактор-топологии некоторых топологических пространств, являющихся декартовыми произведениями топологических пространств носителей и решений. Применяя описанный подход, функциональное уравнение граничной задачи имеет вид

$$R_b(-i\alpha_1,-i\alpha_2)U_{3b} \equiv (\alpha_1^2+\alpha_2^2)^2 U_{3b} = \\ = -\int\limits_{\partial\Omega_b} \omega_b - \varepsilon_{53b} S_{3b}(\alpha_1,\alpha_2), \quad (2.1)$$

$$S_{3b}(\alpha_1,\alpha_2) = \mathbf{F}_2(\alpha_1,\alpha_2)(t_{3b}-g_{3b}), \quad b=\lambda, r.$$

Здесь ω_b — участвующие в представлении внешние формы [1,3], имеющие, с учетом выбора системы координат, вид

$$\omega_b = e^{i\langle\alpha,x\rangle}\Big\{-\Big[\frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_2^3} - i\alpha_2\frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_2^2} - \alpha_2^2\frac{\partial u_{3b}}{\partial x_2} + \\ + i\alpha_2^3 u_{3b} + 2\frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_1^2\partial x_2} - 2i\alpha_2\frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_1^2}\Big]\,\mathrm{d}x_1 + \\ + \Big[\frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_1^3} - i\alpha_1\frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_1^2} - \alpha_1^2\frac{\partial u_{3b}}{\partial x_1} + i\alpha_1^3 u_{3b}\Big]\,\mathrm{d}x_2\Big\},$$

$$b=\lambda, r.$$

В частном случае прямолинейной границы внешние формы представимы формулами

$$\omega_\lambda = e^{i\langle\alpha,x\rangle}\Big\{-\Big[i\alpha_2 M_\lambda D_\lambda^{-1} - \\ - Q_\lambda D_\lambda^{-1} - (\alpha_2^2+\nu_\lambda\alpha_1^2)\frac{\partial u_{3\lambda}}{\partial x_2} + \\ + i\alpha_2\left[\alpha_2^2+(2-\nu_\lambda)\alpha_1^2\right]u_{3\lambda}\Big]\Big\}\,\mathrm{d}x_1,$$

$$\omega_r = -e^{i\langle\alpha,x\rangle}\Big\{-\Big[i\alpha_2 M_r D_r^{-1} - \\ - Q_r D_r^{-1} - (\alpha_2^2+\nu_r\alpha_1^2)\frac{\partial u_{3r}}{\partial x_2} + \\ + i\alpha_2\left[\alpha_2^2+(2-\nu_r)\alpha_1^2\right]u_{3r}\Big]\Big\}\,\mathrm{d}x_1. \quad (2.2)$$

В формуле (2.1) при интегрировании граница $\partial\Omega_b$ представляет собой два торца левой и правой пластин Кирхгофа, если дефект бесконечный и разделяет пластины надвое. Поскольку область, занятая покрытием, рассматривается как топологическое многообразие с краем, то на границе вводятся локальные координаты, ориентация которых согласована с ориентацией внутренности многообразия. Если дефект полубесконечной или конечной, то границей будут берега трещины с соответствующей ориентацией. Для обеспечения автоморфизма, вычислив формы-вычеты Лере [1–3] по параметру α_2, в том числе в двукратных полюсах, псевдодифференциальные уравнения граничной задачи, с учетом принятых обозначений (2.2), можем представить в виде

$$\mathbf{F}_1^{-1}(\xi_1^\lambda)\Big\langle -\int\limits_{\partial\Omega_\lambda}\Big\{i\alpha_{2-}D_{\lambda 1}^{-1}M_\lambda - \\ - D_{\lambda 2}^{-1}Q_\lambda - (\alpha_{2-}^2+\nu_\lambda\alpha_1^2)\frac{\partial u_{3\lambda}}{\partial x_2} + \\ + i\alpha_{2-}\left[\alpha_{2-}^2+(2-\nu_\lambda)\alpha_1^2\right]u_{3\lambda}\Big\}e^{i\alpha_1 x_1}\,\mathrm{d}x_1 + \\ + \varepsilon_{53\lambda}S_{3\lambda}(\alpha_1,\alpha_{2-})\Big\rangle = 0,$$

$$\alpha_{2-} = -i\sqrt{\alpha_1^2}, \quad \xi_1^\lambda \in \partial\Omega_\lambda,$$

$$\mathbf{F}_1^{-1}(\xi_1^\lambda)\left\langle -\int\limits_{\partial\Omega_\lambda}\left\{iD_{\lambda 1}^{-1}M_\lambda - 2\alpha_{2-}\frac{\partial u_{3\lambda}}{\partial x_2}+\right.\right.$$
$$\left.+\,i\left[3\alpha_{2-}^2+(2-\nu_\lambda)\alpha_1^2\right]u_{3\lambda}\right\}e^{i\alpha_1 x_1}\,\mathrm{d}x_1+$$
$$\left.+\,\varepsilon_{53\lambda}S'_{3\lambda}(\alpha_1,\alpha_{2-})\right\rangle = 0,$$

$$\xi_1^\lambda\in\partial\Omega_\lambda,$$
$$\partial\Omega_\lambda = \{-\infty\leqslant x_1\leqslant\infty,\quad x_2=-\theta\}.$$

Производная вычисляется по параметру α_2.

Применяя в дальнейшем этот метод, приходим к системе функциональных уравнений вида

$$\left[\varepsilon_{53r}(\alpha_1^2+\alpha_2^2)^{-2}+\varepsilon_6^{-1}K_1(\alpha_1,\alpha_2)\right]\times$$
$$\times\, G^+(\alpha_1,\alpha_2) =$$
$$= -\left[\varepsilon_{53\lambda}(\alpha_1^2+\alpha_2^2)^{-2}+\varepsilon_6^{-1}K_1(\alpha_1,\alpha_2)\right]\times$$
$$\times\, G^-(\alpha_1,\alpha_2)+U_{3\theta}(\alpha_1,\alpha_2)$$
$$+\,(\alpha_1^2+\alpha_2^2)^{-2}\big[A_\lambda k_{1\lambda 0}+B_\lambda k_{2\lambda 0}+A_r k_{1r0}+$$
$$+B_r k_{2r0}+\varepsilon_{53\lambda}T^+(\alpha_1,\alpha_2)+\varepsilon_{53r}T^-(\alpha_1,\alpha_2)\big],$$

$$\theta>0,$$

$$U_{3\theta}(\alpha_1,\alpha_2) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\theta}^{\theta}u_3(x_1,x_2)e^{i\langle\alpha,x\rangle}\,\mathrm{d}x_1\,\mathrm{d}x_2,$$

$$\left[\varepsilon_{53r}(\alpha_1^2+\alpha_2^2)^{-2}+\varepsilon_6^{-1}K_1(\alpha_1,\alpha_2)\right]\times$$
$$\times\, G^+(\alpha_1,\alpha_2) =$$
$$= -\left[\varepsilon_{53\lambda}(\alpha_1^2+\alpha_2^2)^{-2}+\varepsilon_6^{-1}K_1(\alpha_1,\alpha_2)\right]\times$$
$$\times\, G^-(\alpha_1,\alpha_2)+$$
$$+\,(\alpha_1^2+\alpha_2^2)^{-2}\big[A_\lambda k_{1\lambda 0}+B_\lambda k_{2\lambda 0}+A_r k_{1r0}+$$
$$+B_r k_{2r0}+\varepsilon_{53\lambda}T^+(\alpha_1,\alpha_2)+\varepsilon_{53r}T^-(\alpha_1,\alpha_2)\big],$$

$$\theta=0.$$

Здесь A_λ, B_λ, A_r, B_r — выражения сложного вида, которые ради краткости, опущены. Заметим, что представленные функциональные уравнения в качестве неизвестных имеют не только функции $G^+(\alpha_1,\alpha_2)$, $G^-(\alpha_1,\alpha_2)$, но также и функционалы $G^+(\alpha_1,\alpha_{2+})$, $G^-(\alpha_1,\alpha_{2-})$, $G^+(\alpha_1,\alpha_{2+})$, $G^{-\prime}(\alpha_1,\alpha_{2-})$, которые линейно входят в $k_{1\lambda 0}$, $k_{2\lambda 0}$ k_{1r0}, k_{2r0} и нуждаются в определении. Получили два разных функциональных уравнения Винера–Хопфа. Первое — обобщенное функциональное уравнение Винера–Хопфа, в связи с присутствием функции $U_{3\theta}(\alpha_1,\alpha_2)$. Оно решается изложенным в [5] обращением системы двух интегральных уравнений второго рода с вполне непрерывными в некотором пространстве непрерывных с весом функций, которая имеет вид

$$X^+ - \left\{-\frac{M_1^+}{M_2^-}Y^-e^{-i2\alpha_2\theta}\right\}^+ = \left\{\frac{1}{M_2^-}\Phi e^{-i\alpha_2\theta}\right\}^+,$$

$$Y^- + \left\{\frac{M_2^-}{M_1^+}X^+e^{i2\alpha_2\theta}\right\}^- = \left\{\frac{1}{M_1^+}\Phi e^{i\alpha_2\theta}\right\}^-,$$
$$M_1 = M_1^+M_1^-,\quad M_2 = M_2^+M_2^-,$$
$$M_2^+G^+ = X^+,\quad M_1^-G^- = Y^-,$$
$$M_1 = \left[\varepsilon_{53\lambda}(\alpha_1^2+\alpha_2^2)^{-2}+\varepsilon_6^{-1}K(\alpha_1,\alpha_2)\right],$$
$$M_2 = \left[\varepsilon_{53r}(\alpha_1^2+\alpha_2^2)^{-2}+\varepsilon_6^{-1}K(\alpha_1,\alpha_2)\right].$$

Здесь приняты обозначения работы [5].

Решив граничные задачи, определив функции $G^+(\alpha_1,\alpha_2)$ и $G^-(\alpha_1,\alpha_2)$, требуется также найти значения функционалов $G^+(\alpha_1,\alpha_{2+})$ и $G^-(\alpha_1,\alpha_{2-})$, а также продифференцированные по второму параметру функционалы вида $G'_+(\alpha_1,\alpha_{2+})$, $G'_-(\alpha_1,\alpha_{2-})$. Для их нахождения используем тот факт, что построенные таким образом решения обладают следующей структурой:

$$G_+(\alpha_1,\alpha_2) = C_{1+}(\alpha_1,\alpha_2)G_+(\alpha_1,\alpha_{2+})+$$
$$+\,C_{2+}(\alpha_1,\alpha_2)G_-(\alpha_1,\alpha_{2-})+$$
$$+\,C_{3+}(\alpha_1,\alpha_2)G'_+(\alpha_1,\alpha_{2+})+$$
$$+\,C_{4+}(\alpha_1,\alpha_2)G'_-(\alpha_1,\alpha_{2-})+C_{5+}(\alpha_1,\alpha_2),$$

$$G_-(\alpha_1,\alpha_2) = C_{1-}(\alpha_1,\alpha_2)G_+(\alpha_1,\alpha_{2+})+$$
$$+\,C_{2-}(\alpha_1,\alpha_2)G_-(\alpha_1,\alpha_{2-})+$$
$$+\,C_{1-}(\alpha_1,\alpha_2)G'_+(\alpha_1,\alpha_{2+})+$$
$$+\,C_{2-}(\alpha_1,\alpha_2)G'_-(\alpha_1,\alpha_{2-})+C_{3-}(\alpha_1,\alpha_2).$$

Продифференцируем первое и второе уравнения по α_2.

Здесь функции $C_{n+}(\alpha_1,\alpha_2)$, $C_{n-}(\alpha_1,\alpha_2)$, $n=1,2,3$ являются известными, они достаточно просто находятся из вышеприведенных выражений, а $G_+(\alpha_1,\alpha_{2-})$, $G_-(\alpha_1,\alpha_{2+})$, $G'_+(\alpha_1,\alpha_{2+})$, $G'_-(\alpha_1,\alpha_{2-})$ требуется определить. Для их определения положим в первом уравнении и в продифференцированном

$\alpha_2 = \alpha_{2+}$, а во втором и продифференцированном уравнении — $\alpha_2 = \alpha_{2-}$. Получаем алгебраическую систему для определения всех вышеперечисленных неизвестных, решив которую находим искомые функции. Внесение найденных решений в соотношения во внешние формы, в зависимости от поставленной граничной задачи, дает возможность полностью определить напряженно-деформированное состояние покрытия с любым из рассматриваемых дефектов или без них.

Второе функциональное уравнение является уравнением Винера–Хопфа. Способы построения его точных или приближенных решений можно найти в работах [4,5]. Достаточно просто доказывается, что решение первого функционального уравнения для $\theta > 0$ приводит к следующим свойствам контактных напряжений между плитами и подложкой на краях

$$g_{3\lambda}(x_1, x_2) = \sigma_{1\lambda}(x_1, x_2)(-x_2 - \theta)^{-1/2},$$
$$x_2 < -\theta,$$
$$g_{3r}(x_1, x_2) = \sigma_{1r}(x_1, x_2)(x_2 - \theta)^{-1/2},$$
$$x_2 > \theta.$$

Здесь $\sigma_{1b}(x_1, x_2)$, $b = \lambda, r$ непрерывные по обеим координатам функции для достаточно гладких t_{3b}, $b = \lambda, r$ [4,5]. Обращение второго уравнения приводит при $x_2 \to 0$ к следующим свойствам решений

$$g_{3\lambda}(x_1, x_2) \to \sigma_{2\lambda}(x_1, x_2)x_2^{-1},$$
$$g_{3r}(x_1, x_2) \to \sigma_{2r}(x_1, x_2)x_2^{-1}.$$

Функции $\sigma_{nb}(x_1, x_2)$, $b = \lambda, r$; $n = 2, 3$ непрерывны по обоим параметрам.

3. Полуограниченные и ограниченные разломы или дефекты

При дальнейших изучениях установлен основной результат исследования: бесконечные и полубесконечные дефекты всегда имеют сингулярные концентрации напряжений на краях плит при сближении берегов дефекта, несущие опасность разрушения конструкции с покрытием. Степень разрушения конструкций уменьшается по мере сокращения размера дефекта конечной длины. Степень разрушения определяется сочетаниями ряда параметров. Последнее установлено путем исследования коэффициентов при особенностях. Имеют место следующие приближенные формулы для решения краевой задачи, которые представлены структурно, без конкретизации всех параметров, в связи со сложностью, которые позволяют оценить возможность решения интегральных уравнений

$$K_0(\alpha_1) = -D\left(1 + \frac{\psi_1}{\psi_2}\right),$$
$$\psi_1 = B_\lambda L_-(\alpha_{2\lambda-}) + B_r L_+(\alpha_{2r+}),$$
$$\psi_2 = (B_r L_+(\alpha_{2r+}) + B_\lambda L_-(\alpha_{2\lambda-})) - \varepsilon_6^{-1} k_\infty(\alpha_1),$$
$$D = -A_\lambda Q_\lambda(\alpha_1, -\theta) + A_r Q_r(\alpha_1, \theta), \quad \theta \geqslant 0,$$
$$G_-(\alpha_1, \alpha_2) = L_-(\alpha_2)\frac{1}{\varepsilon_6^{-1} k_\infty(\alpha_1)} K_0(\alpha_1, \alpha_2),$$
$$G_+(\alpha_1, \alpha_2) = L_+(\alpha_2)\frac{1}{\varepsilon_6^{-1} k_\infty(\alpha_1)} K_0(\alpha_1, \alpha_2),$$
$$A_\lambda(\alpha_1, \alpha_2) = -\frac{e^{-i\alpha_2\theta}}{\alpha_{2\lambda-}},$$
$$B_\lambda(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{e^{-i(\alpha_2 - \alpha_{2\lambda-})\theta}}{\alpha_{2\lambda-}},$$
$$A_r(\alpha_1, \alpha_2) = -\frac{e^{i\alpha_2\theta}}{\alpha_{2r+}},$$
$$B_r(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{e^{i(\alpha_2 - \alpha_{2r+})\theta}}{\alpha_{2r+}}.$$

В случае ограниченных по протяженности разломов в случае плит с разными свойствами вид интегральное уравнение для определения поведения перерезывающих сил приближенно имеет

$$\int_{-\infty}^{\infty} k(y - \xi)s(\xi)d\xi = \sigma_2(y), \quad -\infty \leqslant y \leqslant \infty,$$

$$\frac{1}{\varepsilon_6^{-1} k_\infty(\alpha_1)} K_0(\alpha_1) = K(\alpha_1),$$
$$k(x_1) = \mathbf{F}_1^{-1}(x_1)K(\alpha_1),$$
$$D(\alpha_1) = -A_\lambda Q_\lambda(\alpha_1, 0) + A_r Q_r(\alpha_1, 0),$$
$$s(x_1) = \mathbf{F}_1^{-1}(x_1)D(\alpha_1).$$

Здесь

$$k_\infty(\alpha_1) = \lim |\alpha_2|^{-1} K(\alpha_1, \alpha_2), \quad |\alpha_2| \to \infty.$$

Если имеет место равенство свойств левой и правой полуплиты, то есть

$$A_\lambda(\alpha_1) = A_r(\alpha_1),$$

$$\mathbf{F}_1^{-1}(x_1)Q_\lambda(\alpha_1,0) = -\mathbf{F}_1^{-1}(x_1)Q_r(\alpha_1),$$
$$-\infty \leqslant y \leqslant c_1, \quad c_2 \leqslant y \leqslant \infty.$$

Тогда

$$D = \frac{1}{\alpha_{2\lambda-}(\alpha_1)}\left[Q_\lambda(\alpha_1,0) + Q_r(\alpha_1,)\right],$$

$$s_0(x_1) = \mathbf{F}_1^{-1}(x_1)\left[Q_\lambda(\alpha_1,0) + Q_r(\alpha_1)\right],$$
$$c_1 \leqslant x_1 \leqslant c_2,$$

$$\int\limits_{c_1}^{c_2} k_1(y-\xi)s_0(\xi)d\xi = \sigma_2(y), \quad c_1 \leqslant y \leqslant c_2,$$

$$k_1(x_1) = \mathbf{F}_1^{-1}(x_1)\frac{K(\alpha_1)}{\alpha_{2\lambda-}(\alpha_1)}.$$

В том случае, если $c_2 = \infty$, то получается интегральное уравнение для полубесконечного разлома

$$\int\limits_{c_1}^{\infty} k_1(y-\xi)s_0(\xi)\,\mathrm{d}\xi = \sigma_2(y), \quad c_1 \leqslant y \leqslant \infty.$$

С помощью этих интегральных уравнений можно определять степень воздействия на берега разлома, чтобы снизить или увеличить коэффициент при сингулярном члене в контактных напряжениях.

Литература

1. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* К проблеме физико-механического предвестника стартового землетрясения: место, время, интенсивность // ДАН. 2016. Т.466. № 6. С. 664–669.
2. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* О свойствах стартовых землетрясений // ДАН. 2016. Т.467. № 5. С. 530–533.
3. *Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M.* The theory of the starting earthquake // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2016. № 1. Т. 2. С. 37–80.
4. *Ворович И.И., Александров В.М., Бабешко В.А.* Неклассические смешанные задачи теории упругости. М.: Наука, 1974. 456 с.
5. *Ворович И.И., Бабешко В.А.* Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. М.: Наука, 1979. 320 с.
6. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* Внешний анализ в проблеме скрытых дефектов и прогнозе землетрясений // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2016. № 2. С. 19–28.

References

1. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. The problem of physical and mechanical precursors of earthquake: place, time, intensity. *Doklady Physics*, 2016, vol. 61, no. 2, pp. 92–97. doi: 10.1134/S1028335816020099
2. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. Properties of "started" earthquake. *Doklady Physics*, 2016, vol. 61, no. 4, pp. 188–191. doi: 10.1134/S1028335816040054
3. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. The theory of the starting earthquake. *Ekologicheskiy vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva* [Ecological Bulletin of research centers of the Black Sea Economic Cooperation]. 2016, no. 1, vol. 2, pp. 37–80. (In Russian)
4. Vorovich I.I, Aleksandrov V.M., Babeshko V.A. *Neklassicheskie smeshannie zadachi teorii uprugosti* [Nonclassical mixed problems in elasticity]. Moscow, Nauka Pub., 1974, 456 p. (In Russian)
5. Vorovich I.I, Babeshko V.A. *Dinamicheskie smeshannye zadachi teorii uprugosti dlya neklassicheskikh oblastey* [Dynamic mixed problems from the elasticity for nonclassical domains]. Moscow, Nauka Pub., 1979, 320 p. (In Russian)
6. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. Vneshniy analiz v probleme skrytykh defektov i prognoze zemletryaseniy [External analysis in the problem of hidden defects and the forecast of earthquakes]. *Ekologicheskiy vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva* [Ecological Bulletin of research centers of the Black Sea Economic Cooperation], 2016, no. 2, pp. 19–28. (In Russian)

Статья поступила 18 марта 2017 г.