УДК 539.3

О СТАРТОВЫХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯХ ПРИ ЖЕСТКОМ СЦЕПЛЕНИИ ЛИТОСФЕРНЫХ ПЛИТ С ОСНОВАНИЕМ

Бабешко О. М., Евдокимова О. В., Бабешко В. А.

ABOUT STARTING EARTHQUAKES FOR FULL CONTACT OF THE LITHOSPHERES' PLATES AND BASE

Babeshko O. M.*, Babeshko V. A.**, Evdokimova O. V.**

* Kuban State University, Krasnodar, 350040, Russia
** Southern Scientific Center RAS, Rostov-on-Don, 344006, Russia
e-mail: babeshko41@mail.ru

Abstract. The boundary problem of rigid coupling of lithospheric plates modeled by Kirchhoff plates with three-dimensional deformable layered medium as a base is considered. The possibility of occurrence of a starting earthquake in such a block structure is investigated. Thus, two states of the block structure are considered in the static mode. In the first case, the semi-infinite lithospheric plates in the form of half-planes are remote from each other, so that the distance between the ends is different from zero. In the second case, lithospheric plates are brought together to a zero distance between them. It is proved that in this case the earthquake can occur, capable of breaking the surface of the base, forming new fractures in the Earth's crust, but the defect of the contact problems of elasticity have been fined for this case. In the previous articles of the authors, scalar and vector cases of impact on lithospheric plates have been studied. In the scalar case of vertical impact on lithospheric plates it was assumed that tangent contact stresses are absent in the domain of contact of the lithospheric plates with the base. In the vector case of horizontal impacts on lithospheric plates it was assumed that there are no vertical components in the contact domain in the presence of two components of contact tangent stresses. In the case of rigid coupling of lithospheric plates with the base, both vertical and horizontal components of contact stresses are present in the contact domain, and they are determined as a result of solving the complete three-dimensional boundary value problem. The result is not a sum of solutions to previous problems and has new properties.

Keywords: block element, topology, integral and differential factorization methods, exterior forms, block structures, boundary problems , starting earthquakes.

1. Постановка задачи

Считаем, что литосферные плиты представляют собой полубесконечные пластины Кирхгофа в форме полуплоскостей, границы которых параллельны и находятся на дистанции 2θ, $\theta \geqslant 0$, причем каждая обладает индивидуальными механическими свойствами. Примем оси координат $x_1 o x_2$ лежащими в плоскости пластин, а ось x_3 — направленной по внешней нормали к подложке. Рассмотрим случай статических воздействий на поверхность пластин, жестко сцепленных с основанием. Тогда уравнения граничной задачи для пластин представимы в виде

$$\mathbf{R}_b\left(\partial x_1, \partial x_2\right) \mathbf{u}_b - \mathbf{s}_b(x_1, x_2) = 0, \qquad (1.1)$$

$$b = \lambda, r.$$

Здесь каждая пластина рассматривается как многообразие с краем, где

Бабешко Ольга Мефодиевна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: babeshko49@mail.ru.

Евдокимова Ольга Владимировна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: evdokimova.olga@mail.ru.

Бабешко Владимир Андреевич, академик РАН, д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой математического моделирования Кубанского государственного университета, директор Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета, заведующий лабораторией Южного федерального университета; e-mail: babeshko41@mail.ru.

Отдельные фрагменты работы выполнены в рамках реализации Госзадания на 2017 г. проекты (9.8753.2017/БЧ), (0256-2014-0006), Программы президиума РАН 1-33П, проекты с (0256-2015-0088) по (0256-2015-0093), и при поддержке грантов РФФИ (15-01-01379, 15-08-01377, 16-41-230214, 16-41-230218, 16-48-230216, 17-08-00323).

$\mathbf{u}_b = \{u_{1b}, u_{2b}, u_{3b}\}$ — вектор перемещения точек пластин по горизонтальным u_{1b}, u_{2b} и вертикальным u_{3b} направлениям срединной поверхности, а $b = \lambda$ для левой плиты и $b = r$ — для правой. Имеют место обозначения

$$\mathbf{s}_b(x_1, x_2) = \begin{pmatrix} \kappa_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_{33} \end{pmatrix},$$

$$\kappa_{11} = -\varepsilon_{5b} s_{1b}(x_1, x_2),$$

$$\kappa_{22} = -\varepsilon_{5b} s_{2b}(x_1, x_2),$$

$$\kappa_{33} = \varepsilon_{53b} s_{3b}(x_1, x_2),$$

$$s_{nb}(x_1, x_2) = (t_{nb} + g_{nb}),$$

$$\mathbf{R}_b\left(\partial x_1, \partial x_2\right)\mathbf{u}_b = \begin{pmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} & 0 \\ \psi_{21} & \psi_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \psi_{33} \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

$$\psi_{11} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \varepsilon_{1b}\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right) u_{1b},$$

$$\psi_{22} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \varepsilon_{1b}\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\right) u_{2b},$$

$$\psi_{33} = \left(\frac{\partial^4}{\partial x_1^4} + 2\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^4}{\partial x_2^4}\right) u_{3b},$$

$$\psi_{12} = \left(\varepsilon_{2b}\frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2}\right) u_{2b},$$

$$\psi_{21} = \left(\varepsilon_{2b}\frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2}\right) u_{1b}.$$

Преобразование Фурье дифференциальной части системы уравнений (1.1) имеет вид

$$\mathbf{R}_b(-i\alpha_1, -i\alpha_2)\mathbf{U}_b = -\begin{pmatrix} \xi_{11} & \xi 12 & 0 \\ \xi_{21} & \xi_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \xi_{33} \end{pmatrix},$$

$$\xi_{11} = (\alpha_1^2 + \varepsilon_{1b}\alpha_2^2)U_{1b},$$

$$\xi_{22} = (\alpha_2^2 + \varepsilon_{1b}\alpha_1^2)U_{2b},$$

$$\xi_{33} = -(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^2 U_{3b},$$

$$\xi_{12} = \varepsilon_{2b}\alpha_1\alpha_2 U_{2b}, \quad \xi_{21} = \varepsilon_{2b}\alpha_1\alpha_2 U_{1b},$$

$$\mathbf{U}_b = \mathbf{F}\mathbf{u}_b, \quad \mathbf{G}_b = \mathbf{F}\mathbf{g}_b, \quad \mathbf{T}_b = \mathbf{F}\mathbf{t}_b,$$

$$\mathbf{u}_b = \{u_{1b}, u_{2b}, u_{3b}\},$$

$$\mathbf{g}_b = \{g_{1b}, g_{2b}, g_{3b}\}, \quad \mathbf{t}_b = \{t_{1b}, t_{2b}, t_{3b}\}.$$

Здесь нормальные напряжения t_{3b} действует на плиту сверху и g_{3b} — снизу.

Аналогично напряжения g_{1b}, g_{2b} и t_{1b}, t_{2b} действуют в касательной плоскости, причем g_{2b} и t_{2b} — в направлении по нормалей к торцам литосферных плит.

Имеют место следующие обозначения, принятые в [1, 2],

$$\mathbf{U}_b = \mathbf{F}_2\mathbf{u}_b, \quad \mathbf{G}_b = \mathbf{F}_2\mathbf{g}_b, \quad \mathbf{T}_b = \mathbf{F}_2\mathbf{t}_b,$$

$$b = \lambda, r,$$

$$M_b = -D_{b1}\left(\frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_2^2} + \nu_b\frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_1^2}\right),$$

$$D_{b1} = \frac{D_b}{\mathrm{H}^2}, \quad D_{b2} = \frac{D_b}{\mathrm{H}^3},$$

$$Q_b = -D_{b2}\left(\frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_2^3} + (2-\nu_b)\frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_1^2 \partial x_2}\right),$$

$$u_{3b}, \quad \frac{\partial u_{3b}}{\mathrm{H}\partial x_2}, \quad D_b = \frac{E_b h_b^3}{12(1-\nu_b^2)},$$

$$\varepsilon_{53b} = \frac{(1-\nu_b^2)12\mathrm{H}^4}{E_b h_b^3}, \quad \varepsilon_6^{-1} = \frac{(1-\nu)H}{\mu},$$

$$\varepsilon_{1b} = 0{,}5(1-\nu_b), \quad \varepsilon_{2b} = 0{,}5(1+\nu_b),$$

$$\varepsilon_{5b} = \frac{1-\nu_b^2}{E_b h_b},$$

$$g_{1b} = \mu_{0b}\left(\frac{\partial u_{1b}}{\partial x_3} + \frac{\partial u_{3b}}{\partial x_1}\right),$$

$$g_{2b} = \mu_{0b}\left(\frac{\partial u_{2b}}{\partial x_3} + \frac{\partial u_{3b}}{\partial x_2}\right),$$

$$mu_{0b} = \frac{\mu_b}{\mathrm{H}}, \quad x_3 = 0, \quad \mathbf{g} = \{g_{1b}, g_{2b}\}.$$

Приняты следующие обозначения: μ_b — модуль сдвига, ν_b — коэффициент Пуассона, E_b — модуль Юнга, h_b — толщина, $\mathbf{g}_b$, $\mathbf{t}_b$ — векторы контактных напряжений и внешних горизонтальных (g_{1b}, g_{2b}, t_{1b}, t_{2b}) и вертикальных (g_{3b}, t_{3b}) воздействий соответственно, действующих по касательной к границе основания и по нормали к ней в областях Ω_b. $\mathbf{F}_2 \equiv \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)$, $\mathbf{F}_1 \equiv \mathbf{F}_1(\alpha_1)$ — двумерный и одномерный операторы преобразования Фурье соответственно. Описанные в [2] граничные условия здесь сохраняются. Выражения для нормальной N_{x_2} и касательной $T_{x_1x_2}$ составляющих напряжений к срединной плоскости на торцах пластин даются соответственно соотношениями

$$T_{x_1x_2} = \varepsilon_7\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_2}\right),$$

$$N_{x_2} = \varepsilon_8\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \nu\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right),$$

$$\varepsilon_7 = \frac{E}{2(1+\nu)H}, \quad \varepsilon_8 = \frac{E}{(1-\nu^2)H}.$$

Для деформируемого основания, описываемого граничной задачей, применимы различные модели, даваемые соотношениями

$$\mathbf{u}(x_1, x_2) = = \varepsilon_6^{-1} \frac{1}{4\pi^2} \iint\limits_{-\infty}^{\infty} \mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2)\mathbf{G}(\alpha_1, \alpha_2) \times \times e^{-i\langle \alpha, x\rangle} d\alpha_1 d\alpha_2, \quad (1.3)$$

$$x \in \Omega_\lambda, \quad x \in \Omega_r, \quad x \in \Omega_\theta,$$

$$\langle \alpha, x\rangle = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2,$$

$$\Omega_\lambda(|x_1| \leqslant \infty;\ x_2 \leqslant -\theta),$$

$$\Omega_r(|x_1| \leqslant \infty;\ \theta \leqslant x_2),$$

$$\Omega_\theta(|x_1| \leqslant \infty;\ -\theta \leqslant x_2 \leqslant \theta),$$

$$\mathbf{K} = \|K_{mn}\|, \quad m, n = 1, 2, 3,$$

$$\mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2) = O(A^{-1}), \quad A = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2} \to \infty,$$

$$\varepsilon_6^{-1} = \frac{(1-\nu)H}{\mu}, \quad \mathbf{G}(\alpha_1, \alpha_2) = \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)\mathbf{g}.$$

$\mathbf{g}$ — вектор касательных и нормальных напряжений под плитами на границе основания. Некоторые типы матриц-функций $\mathrm{K}(\alpha_1, \alpha_2)$ оснований, называемые символом системы интегральных уравнений, приведены в [3]. Например, для упругого слоя с закрепленной нижней гранью в статическом случае она имеет вид

$$\mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2) = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{23} \\ -\rho_{31} & -\rho_{32} & K \end{pmatrix}. \quad (1.4)$$

$$\rho_{11} = \alpha_1^2 M + \alpha_2^2 N, \quad \rho_{22} = \alpha_1^2 N + \alpha_2^2 M,$$

$$\rho_{12} = \rho_{21} = \alpha_1\alpha_2(M - N),$$

$$\rho_{13} = \rho_{23} = \rho_{31} = \rho_{32} = i\alpha_1 P,$$

$$M(u) = \frac{(1-\nu)(3-4\nu)(\operatorname{sh} 4u + 4u)}{u^2\Delta},$$

$$N(u) = \frac{2\operatorname{sh} 2u}{u^3 \operatorname{ch} 2u},$$

$$P(u) = -\frac{(1-2\nu)(3-4\nu)\operatorname{sh}^2 2u - 4u^2}{u\Delta(u)},$$

$$K(u) = \frac{(1-\nu)(3-4\nu)(\operatorname{sh} 4u - 4u)}{\Delta(u)},$$

$$\Delta(u) = u\left[(3-4\nu)\operatorname{sh}^2 2u + 4u^2 + 4(1-\nu)^2\right],$$

$$u = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}.$$

Матрица (1.2) граничной задачи является блочно-диагональной, состоящей из расположенной на диагонали матрицы второго порядка, представляющей матричный оператор или векторный оператор, и отдельного скалярного оператора на диагонали. Поскольку операторы независимы, это существенно облегчает исследование граничной задачи на этапе внешнего анализа [4], позволяя воспользоваться результатами, полученными в работах [1, 2].

2. Внешний анализ граничной задачи

Граничные задачи для каждого блока блочной структуры погружаются в топологическое пространство, индуцированное трехмерным евклидовым пространством, после чего применением формулы Стокса в топологическом пространстве сводятся к функциональным уравнениям. Приведем представления функциональных уравнений, отвечающих перечисленным операторам граничной задачи. Функциональные уравнения скалярного оператора имеют вид [1, 2]

$$R_{3b}(-i\alpha_1, -i\alpha_2)U_{3b} \equiv (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^2 U_{3b} = = -\int\limits_{\partial\Omega_b} \omega_{3b} + S_{3b}(\alpha_1, \alpha_2),$$

$$S_{3b}(\alpha_1, \alpha_2) = \varepsilon_{53b}\mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)(t_{3b} + g_{3b}), \quad b = \lambda, r.$$

Здесь ω_{3b} — участвующие в представлении внешние формы, имеющие для левой (λ) и правой (r) литосферной плиты выражения

$$\omega_\lambda = e^{i\langle\alpha,x\rangle}\Big\{-\Big[\frac{\partial^3 u_{3\lambda}}{\partial x_2^3} - i\alpha_2\frac{\partial^2 u_{3\lambda}}{\partial x_2^2} - \alpha_2^2\frac{\partial u_{3\lambda}}{\partial x_2} + + i\alpha_2^3 u_{3b} + 2\frac{\partial^3 u_{3\lambda}}{\partial x_1^2\partial x_2} - 2i\alpha_2\frac{\partial^2 u_{3\lambda}}{\partial x_1^2}\Big]dx_1 + + \Big[\frac{\partial^3 u_{3\lambda}}{\partial x_1^3} - i\alpha_1\frac{\partial^2 u_{3\lambda}}{\partial x_1^2} - \alpha_1^2\frac{\partial u_{3\lambda}}{\partial x_1} + i\alpha_1^3 u_{3\lambda}\Big]dx_2\Big\},$$

$$\omega_r =$$
$$= -e^{i\langle\alpha,x\rangle}\left\{-\left[\frac{\partial^3 u_{3r}}{\partial x_2^3} - i\alpha_2\frac{\partial^2 u_{3r}}{\partial x_2^2} - \alpha_2^2\frac{\partial u_{3r}}{\partial x_2} + \right.\right.$$
$$\left. + i\alpha_2^3 u_{3r} + 2\frac{\partial^3 u_{3r}}{\partial x_1^2 \partial x_2} - 2i\alpha_2\frac{\partial^2 u_{3r}}{\partial x_1^2}\right] dx_1 +$$
$$\left. + \left[\frac{\partial^3 u_{3r}}{\partial x_1^3} - i\alpha_1\frac{\partial^2 u_{3r}}{\partial x_1^2} - \alpha_1^2\frac{\partial u_{3r}}{\partial x_1} + i\alpha_1^3 u_{3r}\right] dx_2\right\}.$$

Функциональные уравнения граничной задачи для векторного случая, представленные для каждой плиты являются матричными и имеют вид

$$\mathbf{R}_{12b}(-i\alpha_{1b}, -i\alpha_{2b})\mathbf{U}_{12b} =$$
$$= -\int\limits_{\partial\Omega_b} \boldsymbol{\omega}_{12b} + \mathbf{S}_{12b}(\alpha_1, \alpha_2), \quad (2.1)$$

$$\mathbf{U}_{12b} = \{U_{1b}, U_{2b}\}, \quad \boldsymbol{\omega}_{12b} = \{\omega_{1b}, \omega_{2b}\},$$
$$\mathbf{S}_{12b}(\alpha_1, \alpha_2) = -\varepsilon_{5b}\mathbf{F}_2(\alpha_{1b}, \alpha_{2b})(\mathbf{g}_b + \mathbf{t}_b),$$
$$b = \lambda, r,$$
$$\mathbf{S}_{12b}(\alpha_1, \alpha_2) = \{S_{1b}, S_{2b}\},$$

$$\mathbf{R}_{12b}(-i\alpha_{1b}, -i\alpha_{2b}) =$$
$$= -\begin{pmatrix} (\alpha_1^2 + \varepsilon_{1b}\alpha_2^2) & \varepsilon_{2b}\alpha_1\alpha_2 \\ \varepsilon_{2b}\alpha_1\alpha_2 & (\alpha_2^2 + \varepsilon_{1b}\alpha_1^2) \end{pmatrix}.$$

Здесь $\boldsymbol{\omega}_b$ — вектор внешних форм, имеющих представление

$$\omega_{1\lambda} = -e^{i\langle\alpha,x\rangle} \times$$
$$\times \left\{ -\left(\varepsilon_{1\lambda}\frac{\partial u_{1\lambda}}{\partial x_2} + \varepsilon_{2\lambda}\frac{\partial u_{2\lambda}}{\partial x_1} - i\varepsilon_{1\lambda}\alpha_2 u_{1\lambda}\right) dx_1 + \right.$$
$$\left. + \left(\frac{\partial u_{1\lambda}}{\partial x_1} - i\alpha_1 u_{1\lambda} - i\varepsilon_{2\lambda}\alpha_2 u_{2\lambda}\right) dx_2 \right\},$$

$$\omega_{2\lambda} = -e^{i\langle\alpha,x\rangle} \times$$
$$\times \left\{ -\left(\varepsilon_{2\lambda}\frac{\partial u_{1\lambda}}{\partial x_1} + \frac{\partial u_{2\lambda}}{\partial x_2} - i\alpha_2 u_{2\lambda}\right) dx_1 + \right.$$
$$\left. + \left(\varepsilon_{1\lambda}\frac{\partial u_{2\lambda}}{\partial x_1} - i\varepsilon_{1\lambda}\alpha_1 u_{2\lambda} - i\varepsilon_{2\lambda}\alpha_2 u_{1\lambda}\right) dx_2 \right\},$$

$$\omega_{1r} = e^{i\langle\alpha,x\rangle} \times$$
$$\times \left\{ -\left(\varepsilon_{1r}\frac{\partial u_{1r}}{\partial x_2} + \varepsilon_{2r}\frac{\partial u_{2r}}{\partial x_1} - i\varepsilon_{1r}\alpha_2 u_{1r}\right) dx_1 + \right.$$
$$\left. + \left(\frac{\partial u_{1r}}{\partial x_1} - i\alpha_1 u_{1r} - i\varepsilon_{2r}\alpha_2 u_{2r}\right) dx_2 \right\},$$

$$\omega_{2r} = e^{i\langle\alpha,x\rangle} \times$$
$$\times \left\{ -\left(\varepsilon_{2r}\frac{\partial u_{1r}}{\partial x_1} + \frac{\partial_{2r}}{\partial x_2} - i\alpha_2 u_{2r}\right) dx_1 + \right.$$
$$\left. + \left(\varepsilon_{1b}\frac{\partial u_{2r}}{\partial x_1} - i\varepsilon_{1b}\alpha_1 u_{2r} - i\varepsilon_{2r}\alpha_2 u_{1r}\right) dx_2 \right\}.$$

Совершив над этими функциональными уравнениями операции внешнего анализа [4], включающие факторизацию коэффициента функционального уравнения — матрицы-функции и просто функции, вычисление форм-вычетов Лере, построение псевдодифференциальных уравнений, извлечение из них необходимых, поставленными граничными задачами интегральных уравнений и решение последних. Найденные таким образом решения вносятся во внешние формы функциональных уравнений каждой плиты, после чего сопрягаются с основанием, формируя новое топологическое пространство, называемое фактор-топологическим. В процессе выполнения этой, достаточно детально описанной в указанных работах части исследования, вводятся сокращенные обозначения применяемых ниже параметров напряженно-деформируемого состояния блочной структуры. Именно, введена следующая система обозначений для скалярного оператора

$$\mathbf{Y}_{\lambda 0} = \{y_{1\lambda 0}, y_{2\lambda 0}\}, \quad \mathbf{Z}_{\lambda 0} = \{z_{1\lambda 0}, z_{2\lambda 0}\},$$

$$\mathbf{Y}_{\mathbf{r}0} = \{y_{1r0}, y_{2r0}\}, \quad \mathbf{Z}_{\mathbf{r}0} = \{z_{1r0}, z_{2r0}\},$$
$$\mathbf{F}_1 g = \mathbf{F}_1(\alpha_1)g, \quad \mathbf{F}_2 g = \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)g,$$
$$y_{1\lambda 0} = D_\lambda^{-1}\mathbf{F}_1 M_\lambda, \quad y_{2\lambda 0} = D_\lambda^{-1}\mathbf{F}_1 Q_\lambda,$$
$$y_{1r0} = D_r^{-1}\mathbf{F}_1 M_r, \quad y_{2r0} = D_r^{-1}\mathbf{F}_1 Q_r,$$
$$z_{1\lambda 0} = \mathbf{F}_1\frac{\partial u_{3\lambda}}{\partial x_2^\lambda}, \quad z_{2\lambda 0} = \mathbf{F}_1 u_{3\lambda},$$

$$z_{1r0} = \mathbf{F}_1\frac{\partial u_{3r}}{\partial x_2^r}, \quad z_{2r0} = \mathbf{F}_1 u_{3r},$$
$$\mathbf{K}_{\lambda 0} = \{k_{1\lambda 0}, k_{2\lambda 0}\}, \quad \mathbf{K}_{\mathbf{r}0} = \{k_{1r0}, k_{2r0}\},$$

$$k_{1\lambda 0} = \varepsilon_{53\lambda}\mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_{2-})(t_{3\lambda} + g_{3\lambda}) =$$
$$= \varepsilon_{53\lambda}S_{3\lambda}(\alpha_1, \alpha_{2-}),$$

$$k_{2\lambda 0} = \varepsilon_{53\lambda}S'_{3\lambda}(\alpha_1, \alpha_{2-}),$$

$$k_{1r0} = \varepsilon_{53r}\mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_{2+})(t_{3r} g_{3r}) =$$
$$= \varepsilon_{53r}S_{3r}(\alpha_1, \alpha_{2+}),$$

$$k_{2r0} = \varepsilon_{53r} S'_{3r}(\alpha_1, \alpha_{2+}).$$

Аналогично для векторного

$$\begin{aligned} \mathbf{Y_\lambda} &= \{y_{1\lambda}, y_{2\lambda}\}, \quad \mathbf{Z_\lambda} = \{z_{1\lambda}, z_{2\lambda}\}, \\ \mathbf{Y_r} &= \{y_{1r}, y_{2r}\}, \quad \mathbf{Z_r} = \{z_{1r}, z_{2r}\}, \end{aligned} \tag{2.2}$$

$$\mathbf{F}_1 g = \mathbf{F}_1(\alpha_1) g, \quad \mathbf{F}_2 g = \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2) g,$$

$$y_{1\lambda} = \mathbf{F}_1 T_{x_1 x_2 \lambda}, \quad y_{2\lambda} = \mathbf{F}_1 N_{x_2 \lambda},$$

$$y_{1r} = \mathbf{F}_1 T_{x_1 x_2 r}, \quad y_{2r} = \mathbf{F}_1 N_{x_2 r},$$

$$z_{1\lambda} = \mathbf{F}_1 u_{1\lambda}, \quad z_{2\lambda} = \mathbf{F}_1 u_{2\lambda},$$

$$z_{1r} = \mathbf{F}_1 u_{1r}, \quad z_{2r} = \mathbf{F}_1 u_{2r},$$

$$\mathbf{K}_\lambda = \{k_{1\lambda}, k_{2\lambda}\}, \quad \mathbf{K_r} = \{k_{1r}, k_{2r}\},$$

$$k_{1\lambda} = \varepsilon_{5\lambda} \left[S_{1\lambda}(\alpha_1, \alpha_{2-} + \alpha_{2-} \alpha_1^{-1} S_{2\lambda}(\alpha_1, \alpha_{2-}) \right],$$

$$\begin{aligned} k_{2\lambda} = -\varepsilon_{5\lambda} \big[&-(1+\varepsilon_{1\lambda}) S_{1\lambda}(\alpha_1, \alpha_{2-}) + \\ &+ \varepsilon_{2\lambda} \alpha_1 S'_{1\lambda}(\alpha_1, \alpha_{2-}) + \varepsilon_2 \alpha_{2-} S'_{2\lambda}(\alpha_1, \alpha_{2-}) \big], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_{1r} = \varepsilon_{5r} \big[&S_{1r}(\alpha_1, \alpha_{2+}) + \\ &+ \alpha_{2+} \alpha_1^{-1} S_{2r}(\alpha_1, \alpha_{2+}) \big], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_{2r} = -\varepsilon_{5r} \big[&-(1+\varepsilon_{1r}) S_{1r}(\alpha_1, \alpha_{2+}) + \\ &+ \varepsilon_{2r} \alpha_1 S'_{1r}(\alpha_1, \alpha_{2+}) + \varepsilon_{2r} \alpha_{2+} S'_{2r}(\alpha_1, \alpha_{2+}) \big]. \end{aligned}$$

Чтобы осуществить сопряжение литосферных плит с трехмерным основанием, имеющим на границе трехмерные векторы перемещений и напряжений, необходимо в такой же форме представить параметры напряженно-деформированного состояния литосферных плит. Для этого введем в рассмотрение объединенный вектор внешних форм и параметра внешних нагрузок

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_b &= \{\omega_{1b}, \omega_{2b}, \omega_{3b}\}, \\ \mathbf{S}_b &= \{S_{1b}, S_{2b}, S_{3b}\}. \end{aligned} \tag{2.3}$$

Тогда решения в каждой плите можно представить в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_\lambda (x_1, x_2, 0) &= \mathbf{F}_2^{-1} (x_1, x_2) \times \\ &\times [\mathbf{R}_\lambda(-i\alpha_1, -i\alpha_2)]^{-1} \left(-\int\limits_{\partial\Omega_\lambda} \boldsymbol{\omega}_\lambda + \mathbf{S}_\lambda \right), \end{aligned} \tag{2.4}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_r (x_1, x_2, 0) &= \mathbf{F}_2^{-1} (x_1, x_2) \times \\ &\times [\mathbf{R}_r(-i\alpha_1, -i\alpha_2)]^{-1} \left(-\int\limits_{\partial\Omega_r} \boldsymbol{\omega}_r + \mathbf{S}_r \right). \end{aligned}$$

Сопрягая все три компоненты перемещений литосферной плиты, как нормальные, так и касательные, с перемещениями верхней границы основания, получаем соотношения вида

$$\begin{aligned} &\mathbf{P}_\lambda \mathbf{u} (x_1, x_2, 0) + \\ &+ \mathbf{P}_\theta \mathbf{u} (x_1, x_2, 0) + \mathbf{P}_r \mathbf{u} (x_1, x_2, 0) = \\ &= \varepsilon_6^{-1} \mathbf{F}_2^{-1} \mathbf{K} (\alpha_1, \alpha_2, 0) \times \\ &\times \left[\mathbf{G}_\lambda (\alpha_1, \alpha_2) + \mathbf{G}_r (\alpha_1, \alpha_2) \right], \end{aligned} \tag{2.5}$$

$$\mathbf{G}_\lambda (\alpha_1, \alpha_2) = \mathbf{F}_2 \mathbf{P}_\lambda \mathbf{g} (x_1, x_2),$$

$$\mathbf{G}_r (\alpha_1, \alpha_2) = \mathbf{F}_2 \mathbf{P}_r \mathbf{g} (x_1, x_2),$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_p \mathbf{u} &= \mathbf{F}_2^{-1} [\mathbf{R}_p(-i\alpha_1, -i\alpha_2)]^{-1} \times \\ &\times \left\langle -\int\limits_{\partial\Omega_p} \boldsymbol{\omega}_p + \mathbf{S}_b(\alpha_1, \alpha_2) \right\rangle, \end{aligned}$$

$$p = \lambda, r.$$

Здесь $\mathbf{P}_\lambda$, $\mathbf{P}_r$, $\mathbf{P}_\theta$ — проекторы на левую, правую полуплоскости и на срединный промежуток, являющиеся носителями соответствующих плит и описывающего промежуток $|x_2| \leqslant \theta$. Внося соотношения (2.4) в левые части (2.5) и применив преобразования Фурье, получим соотношения вида

$$\begin{aligned} &[\mathbf{R}_\lambda(-i\alpha_1, -i\alpha_2)]^{-1} \left\langle -\int\limits_{\partial\Omega_\lambda} \boldsymbol{\omega}_\lambda + \mathbf{S}_\lambda \right\rangle + \mathbf{U}_\theta + \\ &+ [\mathbf{R}_r(-i\alpha_1, -i\alpha_2)]^{-1} \left\langle -\int\limits_{\partial\Omega_r} \boldsymbol{\omega}_r + \mathbf{S}_r \right\rangle - \\ &- \mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2, 0) \left[\mathbf{G}_\lambda(\alpha_1, \alpha_2) + \mathbf{G}_r(\alpha_1, \alpha_2) \right] = 0, \end{aligned}$$

$$\mathbf{U}_\theta = \mathbf{F}_2 \mathbf{P}_\theta \mathbf{u} (x_1, x_2).$$

Вектор-функции $\mathbf{G}_\lambda(\alpha_1, \alpha_2)$, $\mathbf{G}_r(\alpha_1, \alpha_2)$, являющиеся преобразованиями Фурье функций с носителями в полуплоскостях, есть регулярные функции параметра α_2 при фиксированном α_1 в нижней и верхней полуплоскостях соответственно. В связи с этим можем обозначить вектор-функции, регулярные по параметру α_2 в нижней (знак минус) и в верхней (знак плюс) полуплоскостях, положив

$$\mathbf{G}_\lambda(\alpha_1, \alpha_2) = \mathbf{G}_-(\alpha_1, \alpha_2),$$

$$\mathbf{G}_r(\alpha_1, \alpha_2) = \mathbf{G}_+(\alpha_1, \alpha_2).$$

Внося эти обозначения в предыдущее соотношение, приходим к матричному функциональному уравнению Винера–Хопфа

$$\mathbf{M}\mathbf{G}_+ = \mathbf{G}_- + \mathbf{V} + \mathbf{K}_1^{-1}\mathbf{U}_\theta, \quad \mathbf{M} = \mathbf{K}_1^{-1}\mathbf{K}_2,$$

$$\mathbf{K}_2 = \varepsilon_r \mathbf{R}_r^{-1} - \varepsilon_6^{-1}\mathbf{K}, \quad \mathbf{K}_1 = \varepsilon_6^{-1}\mathbf{K} - \boldsymbol{\varepsilon}_\lambda \mathbf{R}_\lambda^{-1},$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{K}_1^{-1}\Bigg(\mathbf{R}_\lambda^{-1} \int\limits_{\partial\Omega_\lambda} \boldsymbol{\omega}_\lambda + {} + \mathbf{R}_r^{-1} \int\limits_{\partial\Omega_r} \boldsymbol{\omega}_r - \boldsymbol{\varepsilon}_\lambda \mathbf{R}_\lambda^{-1}\mathbf{T}_\lambda - \boldsymbol{\varepsilon}_r \mathbf{R}_r^{-1}\mathbf{T}_r\Bigg),$$

$$\mathbf{U}_\theta = \mathbf{F}_2 \mathbf{P}_\theta \mathbf{u}\,(x_1, x_2)\,,$$

которое наряду с наличием неизвестных $\mathbf{G}_\pm(\alpha_1, \alpha_2)$ содержит в качестве неизвестных также и их функционалы вида $\mathbf{G}_\pm(\alpha_1, \alpha_{2\pm})$, нуждающиеся в последующем определении из некоторой системы алгебраических уравнений [1,2]. В этих же работах изложены способы определения функционалов, входящих во внешние формы. Для исследования особенностей решения функционального уравнения был использован факторизационный подход, изложенный в [3]. Исследование свойств решений этого матричного функционального уравнения привело к новым результатам, не встречавшимся ранее [1,2].

При $\theta > 0$, то есть, когда торцы плит удалены на расстояние 2θ, контактные напряжения на краях пластин имеют представление [3] вида

$$\mathbf{g}_\lambda(x_1, x_2) = \boldsymbol{\sigma}_{1\lambda}(x_1, x_2)(-x_2 - \theta)^{-0{,}5+i\gamma} + {} + \boldsymbol{\sigma}_{2\lambda}(x_1, x_2)(-x_2 - \theta)^{-0{,}5-i\gamma}, \quad (2.6)$$

$$x_2 < -\theta,$$

$$\mathbf{g}_r(x_1, x_2) = \boldsymbol{\sigma}_{1r}(x_1, x_2)(x_2 - \theta)^{-0{,}5+i\gamma} + {} + \boldsymbol{\sigma}_{2r}(x_1, x_2)(x_2 - \theta)^{-0{,}5-i\gamma},$$

$$x_2 > \theta, \quad \gamma > 0.$$

Векторы $\boldsymbol{\sigma}_{1\lambda}$, $\boldsymbol{\sigma}_{1r}$ непрерывны по обоим параметрам. Параметр γ определяется механическими характеристиками основания, способ его нахождения описан в [3]. Например, для случая (1.4) имеем $\gamma = \operatorname{arcth}\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}$, где ν — коэффициент Пуассона материала основания. Представление (2.6) показывает, что контактные напряжения по мере приближения к торцу литосферной плиты начинают сильно осциллировать по закону, описываемому функцией

$$|x_2 - \theta|^{-0{,}5} \cos\left(\gamma \ln|x_2 - \theta|\right), \quad |x_2 - \theta| \to 0.$$

Последнее означает, что только края литосферных плит склонны к разрушению при требовании в условиях линейной упругости обеспечить полное сцепление с основанием. При $\theta = 0$, то есть, когда торцы плит полностью сблизились, контактные напряжения на краях пластин имеют представление

$$\mathbf{g}_\lambda(x_1, x_2) \to {} \to \boldsymbol{\sigma}_{3\lambda}(x_1, x_2)\delta(x_2) + \boldsymbol{\sigma}_{4\lambda}(x_1, x_2)x_2^{-1} + {} + \boldsymbol{\sigma}_{5\lambda}(x_1, x_2)\ln|x_2| + \boldsymbol{\sigma}_{6\lambda}(x_1, x_2)\operatorname{sign} x_2,$$

$$\mathbf{g}_r(x_1, x_2) \to {} \to \boldsymbol{\sigma}_{3r}(x_1, x_2)\delta(x_2) + \boldsymbol{\sigma}_{4r}(x_1, x_2)x_2^{-1} + {} + \boldsymbol{\sigma}_{5r}(x_1, x_2)\ln|x_2| + \boldsymbol{\sigma}_{6r}(x_1, x_2)\operatorname{sign} x_2.$$

Все векторы $\boldsymbol{\sigma}_{n\lambda}(x_1, x_2)$ и $\boldsymbol{\sigma}_{nr}(x_1, x_2)$, $n = 3, \ldots, 6$ непрерывны по обоим параметрам.

По сравнению со случаями отдельно вертикального или касательного воздействия на литосферные плиты [1, 2] в рассматриваемом случае жесткого сцепления литосферных плит с основанием контактные напряжения в зоне сближения, наряду с имеющими место сингулярными составляющими, приобретают новые особенности, более разрушительные, чем упомянутые. Они описываются сосредоточенными между литосферными плитами δ-функциями Дирака.

Выводы

Легко оценивается поведение поверхности основания при указанных концентрациях напряжений. Если концентрация напряжений описывается сингулярной функцией, то поверхность упругого тела принимает ступенчатый вид, что свидетельствует о возникновении «сбросового» землетрясения [1].

Расчет показывает, если контактные напряжения содержат $\delta\,(x_2)$-функцию, то в окрестности зоны $x_2 = 0$ поведение поверхности основания, например, для случая (1.4), описывается функцией $c \ln|x_2|$, что свидетельствует о разрыве основания, то есть о сильном землетрясении. Несложно представить механизм разрушения основания, если бы это

Рис. 1

было в реальности и все было бы благополучно в контактных задачах теории упругости для этого случая. Он состоит в хорошо известном способе «расклинивания» сложенных параллельно, но скрепленных на одном конце металлических стержней: разводя их свободные концы, легко разрушить крепление. Роль стержней здесь играют сблизившиеся литосферные плиты, а крепление — основание, к которому они жестко присоединены или слиплись с ним под тяжестью собственного веса. Любое расклинивание вдоль разлома такой блочной структуры будет приводить к разрушению основания в зоне сближения литосферных плит подобно тому, как вбиваемый в твердый дуб металлический клин разделяет его на части. Таким образом, в рассмотренном случае возникает стартовое землетрясение большой разрушительной силы, вспарывающее кору Земли новыми разломами, возможно так, как это изображено на рис. 1 из [5]. Здесь уместно также привести сопоставление с расклиниванием трещин в упругой среде, когда ее берега выходят на поверхность [6–8]. В то же время, надо учитывать, что появление дельта-функции в полученном результате является следствием образования на краях пластин сильно осциллирующих контактных напряжений. На практике это означает, что зоны краев пластин при жестком сцеплении пластин с основанием разрушены все время. Они могут иметь пластическую зону, иную реологию или отслоились, продолжая вертикально воздействовать на основание. Приняв это во внимание и исключив причину осцилляции краев, приходим к результату без дельта-функции, сингулярному, который можно отнести к реально участвующему в модели и вызывающему стартовое землетрясение. Одновременно, еще раз стоит упомянуть предвидение отечественных ученых, о необходимости привлечения механики для исследования сейсмических событий, высказанные в различной форме в [9–13].

Литература

1. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* К проблеме физико-механического предвестника стартового землетрясения: место, время, интенсивность // ДАН. 2016. Т. 466. № 6. С. 664–669.
2. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* О стартовых землетрясениях при горизонтальных воздействиях // ДАН. (В печати)
3. *Ворович И.И., Бабешко В.А.* Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. М.: Наука, 1979. 320 с.
4. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* Внешний анализ в проблеме скрытых дефектов и прогнозе землетрясений // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2016. № 2. С. 19–28.
5. *Никонов А.А.* Современные движения Земной коры. М.: Наука, 1979. 184 с.
6. *Морозов Н.Ф.* Математические вопросы теории трещин. М.: Наука. 1984. 256 с.
7. *Чернов Ю.К.* Сильные движения грунта и количественная оценка сейсмической опасности территории. Ташкент: ФАН, 1989. 296 с.
8. *Райс Дж.* Механика очага землетрясения. М.:

Мир, 1982. 217 с.
9. *Гамбурцев Г.А.* Перспективный план исследований по проблеме «Изыскание и развитие прогноза землетрясений» / В сб. Развитие идей Г.А. Гамбурцева в геофизике. М.: Наука, 1982. С. 304–311.
10. *Садовский М.А., Болховитинов Л.Г., Писаренко В.Ф.* Деформирование геофизической среды и сейсмический процесс. М.: Наука, 1987. 104 с.
11. *Алексеев А.С. и др.* Активная сейсмология с мощными вибрационными источниками. Коллективная монография. М.: Изд-во СО РАН, 2004. 388 с.
12. *Соболев Г.А.* Основы прогноза землетрясений. М.: Наука, 1993. 313 с.
13. *Кейлис-Борок В.А.* Динамика литосферы и прогноз землетрясений // Природа. 1989. № 12. С. 10–18.

References

1. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. K probleme fiziko-mekhanicheskogo predvestnika startovogo zemletryaseniya: mesto, vremya, intensivnost' [To the problem of the physicomechanical precursor of the initial earthquake: place, time, intensity]. *Doklady Akademii nauk* [Reports of the Academy of Sciences], 2016, vol. 466, no. 6, pp. 664–669. (In Russian)
2. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. O startovykh zemletryaseniyakh pri gorizontal'nykh vozdeystviyakh [About starting earthquakes with horizontal influences]. *Doklady Akademii nauk* [Reports of the Academy of Sciences]. (In Press) (In Russian)
3. Vorovich I.I., Babeshko V.A. *Dinamicheskie smeshannye zadachi teorii uprugosti dlya neklassicheskikh oblastey* [Dynamic mixed problems of elasticity theory for nonclassical domains]. Moscow, Nauka Pub., 1979, 320 p. (In Russian)
4. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. Vneshniy analiz v probleme skrytykh defektov i prognoze zemletryaseniy [External analysis in the problem of hidden defects and the forecast of earthquakes]. *Ekologicheskiy vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva* [Ecological bulletin of scientific centers of the Black Sea Economic Cooperation]. 2016, no. 2, pp. 19–28. (In Russian)
5. Nikonov A.A. *Sovremennye dvizheniya Zemnoy kory* [Modern movements of the Earth's crust]. Moscow, Nauka Pub., 1979, 184 p. (In Russian)
6. Morozov N.F. *Matematicheskie voprosy teorii treshchin* [Mathematical problems in the theory of cracks]. Moscow, Nauka Pub., 1984, 256 p. (In Russian)
7. Chernov Yu.K. *Sil'nye dvizheniya grunta i kolichestvennaya otsenka seysmicheskoy opasnosti territorii* [Strong ground motion and quantitative assessment of the seismic hazard of the territory]. Tashkent, FAN Pub., 1989, 296 p. (In Russian)
8. Rays Dzh. *Mekhanika ochaga zemletryaseniya* [Mechanics of the earthquake focus]. Moscow, Mir Pub., 1982, 217 p. (In Russian)
9. Gamburtsev G.A. Perspektivnyy plan issledovaniy po probleme "Izyskanie i razvitie prognoza zemletryaseniy" [Perspective plan of research on the problem "Search and development of the earthquake forecast"]. In *Razvitie idey G.A. Gamburtseva v geofizike* [Development of ideas Gamburtsev in geophysics]. Moscow, Nauka Pub., 1982, pp. 304–311. (In Russian)
10. Sadovskiy M.A., Bolkhovitinov L.G., Pisarenko V.F. *Deformirovanie geofizicheskoy sredy i seysmicheskiy protsess* [Deformation of the geophysical environment and seismic process]. Moscow, Nauka Pub., 1987, 104 p. (In Russian)
11. Alekseev A.S. et al. *Aktivnaya seysmologiya s moshchnymi vibratsionnymi istochnikami. Kollektivnaya monografiya* [Active seismology with powerful vibrational sources. Collective monograph]. Moscow, Izd-vo SO RAN, 2004, 388 p. (In Russian)
12. Sobolev G.A. *Osnovy prognoza zemletryaseniy* [Basics of earthquake prediction]. Moscow, Nauka Pub., 1993, 313 p. (In Russian)
13. Keylis-Borok V.A. Dinamika litosfery i prognoz zemletryaseniy [Dynamics of the lithosphere and the forecast of earthquakes]. *Priroda* [Nature], 1989, no. 12, pp. 10–18. (In Russian)

Статья поступила 28 июня 2017 г.