

Ф И З И К А

УДК 51.37

ВАРИАЦИОННЫЕ АЛГОРИТМЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ МОЩНОСТИ ТОЧЕЧНОГО ИМПУЛЬСНОГО ИСТОЧНИКА ЗАГРЯЗНЕНИЯ

Кочергин В. С., Кочергин С. В.

VARIATIONAL ALGORITHMS FOR IDENTIFYING POWER SOURCE OF IMPULSE POINT POLLUTION

Kochergin V. S. , Kochergin S. V.

Marine Hydrophysical Institute, Sevastopol, 299011, Russia
e-mail: vskoche@gmail.com

Abstract. The environmental situation in the Azov sea requires the establishment of reliable systems of environmental monitoring that can effectively evaluate its condition in areas exposed to technogenic impact. To obtain such information on the state of the object is the efficient application of modern computing technology. The decision of problems of different pollutions propagation in the sea is possible on the basis of methods of mathematical modeling and methods of solving inverse problems, when due to the assimilation of measurement data is required to identify certain parameters of the transport model. Currently, variational methods of assimilation and the method of adjoint equations are actively developing and are used to solve Oceanographic problems. Algorithms for data assimilation of measurements based, as a rule, on the minimization of a quadratic cost function, characterizing the deviation of model solutions from measurement data. Transport model of a passive impurity acts as constraints on variation of input parameters. In the present paper the variational methods of identifying power instantaneous point source pollution based on the solution of adjoint tasks and variational task. In addition to search for the desired value applied valuation method and the variational method of filtering of linear systems of equations. Numerical experiments were carried out using the hydrodynamic model of the Azov sea. The received fields of the currents used in the passive admixtures transport modeling. Numerical experiments have shown that using variational algorithms for identifying power instantaneous point source required a single iteration. Due to identification of the variables in the space and time parameters of the pollution source additional iterations are required. When implementing variational algorithms for identification in case of noisy measurement data is filtered. When implementing the valuation method and solving the corresponding system of equations necessary additional filtering. In General, the numerical experiments showed a reliable performance of the considered algorithms identify the power source of the contamination, in relation of transport model of passive tracer in the Azov sea.

Keywords: variational algorithm, identification of input parameters, passive admixture, transport model, Azov Sea, transport and diffusion of pollutions, assimilation of data measurements.

Введение

Задача, связанная с оценкой экологического состояния водных бассейнов, в настоящее время является важной и актуальной. Необходимость анализа возможных последствий распространения примесей различной природы требует создания не только продвинутых математических моделей, описывающих процессы переноса, но и разработки алгоритмов

идентификации входных параметров модели и усвоения данных измерений. Под входными параметрами модели понимаются её коэффициенты, поля скоростей и начальные данные. В работе рассматриваются различные подходы и алгоритмы для решения задачи идентификации мощности мгновенного точечного источника загрязнения.

Кочергин Владимир Сергеевич, младший научный сотрудник отдела теории волн Морского гидрофизического института РАН; e-mail: vskoche@gmail.com

Кочергин Сергей Владимирович, старший научный сотрудник, отдела морских информационных систем и технологий, Морского гидрофизического института РАН; e-mail: vskoche@gmail.com

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме № 0827-2014-0010 «Комплексные междисциплинарные исследования океанологических процессов, определяющих функционирование и эволюцию экосистем Черного и Азовского морей, на основе современных методов контроля состояния морской среды и гритехнологий».

Использование сопряженных уравнений и вариационных принципов при решении задач, связанных с моделированием динамики океана, получили широкое распространение [1, 2]. Исторически сложилось так, что сначала вариационный подход применялся для решения задач динамики атмосферы [3, 4], а в дальнейшем использовался для решения океанологических задач. В основе таких алгоритмов лежат решение сопряженной задачи и минимизация квадратичного функционала качества прогноза. Другой подход основан на применении метода оценки и решении серии сопряженных задач [5]. Он является новым и использует алгоритмы фильтрации систем [6] в случае наличия ошибок измерений. Кроме вариационного алгоритма рассматривается метод линеаризации для идентификации точечного мгновенного источника.

1. Модель переноса

Рассмотрим модель переноса пассивной примеси в σ -координатах

$$\begin{aligned} \frac{\partial DC}{\partial t} + \frac{\partial DUC}{\partial x} + \frac{\partial DVC}{\partial y} + \frac{\partial WC}{\partial \sigma} = \\ = \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial DC}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial DC}{\partial y} + \\ + \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{K}{D} \frac{\partial DC}{\partial \sigma} \end{aligned} \quad (1.1)$$

с условиями на боковых границах

$$\Gamma : \frac{\partial C}{\partial \mathbf{n}} = 0, \quad (1.2)$$

краевыми условиями на поверхности и на дне

$$\begin{aligned} \sigma = 0 : \frac{\partial C}{\partial \sigma} = Q, \\ Q = Q_S \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \delta(t - 0) \\ \sigma = -1 : \frac{\partial C}{\partial \sigma} = 0, \end{aligned} \quad (1.3)$$

и начальными данными

$$C(0, x, y, \sigma) = 0, \quad (1.4)$$

где t — время; x_0, y_0 — координаты точечного источника; D — динамическая глубина; C — концентрация примеси; Q — функция мгновенного точечного источника постоянной мощности; U, V, W — компоненты поля скорости; A_H и K — коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной диффузии

соответственно; \mathbf{n} — нормаль к боковой границе. Без ограничения общности считаем, что мгновенный точечный источник расположен на поверхности моря. Аналогично решается задача при задании источника на дне и на боковой границе, но для этого необходимы соответствующие изменения в краевых условиях (1.2), (1.3).

2. Метод оценки

Умножая (1.1)–(1.4) на C^* и интегрируя по частям с учетом краевых условий и аналога уравнения неразрывности в σ -координатах

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial DU}{\partial x} + \frac{\partial DV}{\partial y} + \frac{\partial DW}{\partial \sigma} = 0, \quad (2.1)$$

выберем C^* как решение следующей сопряженной задачи:

$$\begin{aligned} - \frac{\partial DC^*}{\partial t} - \frac{\partial DUC^*}{\partial x} - \frac{\partial DVC^*}{\partial y} - \frac{\partial WC^*}{\partial \sigma} - \\ - D \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial C^*}{\partial x} - D \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial C^*}{\partial y} - \\ - \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{K}{D} \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} = 0, \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\Gamma : \frac{\partial C^*}{\partial \mathbf{n}} = 0, \quad \sigma = 0 : \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} = g, \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} \sigma = -1 : \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} = 0, \\ t = T : C^* = 0. \end{aligned} \quad (2.4)$$

В результате получим

$$\int_S QC^* dS = \int_S CgdS, \quad (2.5)$$

где S — поверхность моря,

$$\begin{aligned} g = \delta(t - T) \delta(x - x_n) \delta(y - y_n), \\ n = 1, \dots, N, \end{aligned}$$

N — общее количество точек измерений на конечный момент времени. Учитывая представления для Q и g , из формулы (2.5) имеем

$$Q_S C_n^*(0, x_0, y_0, 0) = C(T, x_n, y_n, 0), \quad (2.6)$$

$$n = 1, \dots, N.$$

Формула (2.5) аналогична полученной в методе оценки [5] поля концентрации по различным начальным данным и является по своей сути двойственным представлением [7] концентрации через мощность и решение соответствующей сопряженной задачи. Отметим,

что N сопряженных задач для N точек являются независимыми друг от друга и могут быть реализованы в параллельном режиме различными исполнителями (процессорами).

В случае зашумленных данных измерений необходимо применение специальных методов фильтрации [6], успешно применяемых при решении океанологических задач различного рода [8]. Суть такого алгоритма состоит в максимизации функционала специального вида за счет преобразования исходной системы уравнений при помощи плоских вращений. В результате исходная система преобразуется в эквивалентную, в которой в верхней части находятся уравнения с наилучшей обусловленностью, что позволяет находить решение с учетом всей информации, содержащейся в данных измерений.

3. Вариационный алгоритм идентификации

Пусть данные измерений имеются на конечный момент времени, тогда задача усвоения данных измерений $C_{\text{изм}}$ состоит в минимизации квадратичного функционала

$$I_0 = \frac{1}{2} [P(C - C_{\text{изм}}), P(C - C_{\text{изм}})]_M, \quad (3.1)$$

где M — область интегрирования модели на интервале времени $[0, T]$, P — оператор расширения нулями функций невязок, заданных на множестве точек измерений, а скалярное произведение определяется стандартным способом. Минимизация (3.1) с ограничениями модели (1.1)–(1.3) эквивалентна поиску экстремума следующего функционала:

$$\begin{aligned} I = I_0 + & \left[\frac{\partial DC}{\partial t} + \frac{\partial DUC}{\partial x} + \frac{\partial DVC}{\partial y} + \frac{\partial WC}{\partial \sigma} - \right. \\ & \left. - \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial DC}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial DC}{\partial y} - \right. \\ & \left. - \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{K_H}{D} \frac{\partial C}{\partial \sigma}, C^* \right]_{M_t} + \left(\frac{\partial C}{\partial n}, C^* \right)_{\Gamma_t} + \\ & + (C - C_0, C^*)_M + \left(\frac{\partial C}{\partial \sigma} - Q_S \delta(t - 0) \times \right. \\ & \left. \times \delta(x - x_0) \delta(y - y_0), C^* \right)_{\sigma^0}, \quad (3.2) \end{aligned}$$

где $M_t = M \times [0, T]$.

Записывая вариацию функционала (3.2) и интегрируя по частям с учетом краевых

условий и аналога уравнения неразрывности в σ -координатах (2.1), получим

$$\delta I = (\delta Q_S \delta(t - 0) \times \delta(x - x_0) \delta(y - y_0), C^*)_{\sigma^0}, \quad (3.3)$$

где C^* — множители Лагранжа, выбираемые из решения следующей сопряженной задачи:

$$\begin{aligned} - \frac{\partial DC^*}{\partial t} - \frac{\partial DUC^*}{\partial x} - \frac{\partial DVC^*}{\partial y} - \frac{\partial WC^*}{\partial \sigma} - \\ - D \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial C^*}{\partial x} - D \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial C^*}{\partial y} + \\ + \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{K_H}{D} \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} = 0, \quad (3.4) \end{aligned}$$

$$\Gamma : \frac{\partial C^*}{\partial n} = 0, \quad \sigma = 0 : \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} = 0, \quad (3.5)$$

$$\sigma = -1 : \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} = 0,$$

$$t = T : C^* = -P(C - C_{\text{изм}}). \quad (3.6)$$

Из стационарности функционала и определения его градиента имеем

$$\nabla_{Q_S} I = C^*(0, x_0, y_0, 0). \quad (3.7)$$

Значение мощности источника ищется итерационно

$$Q_S^{n+1} = Q_S^n + \tau \nabla_{Q_S} I, \quad (3.8)$$

где τ — итерационный параметр, выбираемый одним из известных способов, например

$$\tau = \frac{(P(C - C_{\text{изм}}), P\delta C)_M}{(P\delta C, P\delta C)_M}, \quad (3.9)$$

где δC — решение соответствующей (1.1)–(1.4) задачи в вариациях

$$\begin{aligned} \frac{\partial D\delta C}{\partial t} + \frac{\partial DU\delta C}{\partial x} + \frac{\partial DV\delta C}{\partial y} + \frac{\partial W\delta C}{\partial \sigma} = \\ = \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial D\delta C}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial D\delta C}{\partial y} + \\ + \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{K}{D} \frac{\partial \delta C}{\partial \sigma} \quad (3.10) \end{aligned}$$

с условиями на боковых границах

$$\Gamma : \frac{\partial \delta C}{\partial n} = 0, \quad (3.11)$$

краевыми условиями на поверхности и на дне

$$\sigma = 0 : \frac{\partial \delta C}{\partial \sigma} = C^*(0, x_0, y_0, 0), \quad (3.12)$$

$$\sigma = -1 : \frac{\partial \delta C}{\partial \sigma} = 0,$$

начальными данными

$$\delta C(0, x, y, \sigma) = 0, \quad (3.13)$$

4. Метод линеаризации

Рассмотрим следующую задачу в вариациях:

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial t} \frac{\delta C}{\delta Q_S} + \frac{\partial DU}{\partial x} \frac{\delta C}{\delta Q_S} + \frac{\partial DV}{\partial y} \frac{\delta C}{\delta Q_S} + \frac{\partial W}{\partial \sigma} \frac{\delta C}{\delta Q_S} = \\ = \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial D}{\partial x} \frac{\delta C}{\delta Q_S} + \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial D}{\partial y} \frac{\delta C}{\delta Q_S} + \\ + \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{K}{D} \frac{\partial D}{\partial \sigma} \frac{\delta C}{\delta Q_S} \end{aligned} \quad (4.1)$$

с условиями на боковых границах

$$\Gamma : \frac{\partial \delta C}{\partial \mathbf{n}} = 0, \quad (4.2)$$

краевыми условиями на поверхности и на дне

$$\begin{aligned} \sigma = 0 : \frac{\partial \delta C}{\partial \sigma} = \delta(t-0) \delta(x-x_0) \delta(y-y_0), \\ \sigma = -1 : \frac{\partial \delta C}{\partial \sigma} = 0, \end{aligned} \quad (4.3)$$

начальными данными

$$\frac{\delta C}{\delta Q_S}(0, x, y, \sigma) = 0, \quad (4.4)$$

Будем считать, что

$$C = \tilde{C} + \frac{\delta C}{\delta Q_S} (Q_S - Q_{\text{ист}}), \quad (4.5)$$

где \tilde{C} — некоторая начальная оценка концентрации.

Тогда функционал (3.1) можно записать в виде

$$\begin{aligned} I_0 = \frac{1}{2} \left[P \left(\tilde{C} + \frac{\delta C}{\delta Q_S} (Q_S - Q_{\text{ист}}) - C_{\text{изм}} \right), \right. \\ \left. P \left(\tilde{C} + \frac{\delta C}{\delta Q_S} (Q_S - Q_{\text{ист}}) - C_{\text{изм}} \right) \right]_M, \end{aligned} \quad (4.6)$$

Вариация функционала имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\delta I}{\delta Q_S} = \left[P \left(\tilde{C} + \frac{\delta C}{\delta Q_S} (Q_S - Q_{\text{ист}}) - C_{\text{изм}} \right), \right. \\ \left. P \frac{\delta C}{\delta Q_S} \right]_M. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Откуда получаем формулу для оценки искомого параметра в следующем виде

$$Q_{\text{ист}} = Q_S + \frac{\left(P \left(\tilde{C} - C_{\text{изм}} \right), P \frac{\delta C}{\delta Q_S} \right)_M}{\left(P \frac{\delta C}{\delta Q_S}, P \frac{\delta C}{\delta Q_S} \right)_M}. \quad (4.8)$$

5. Результаты численных экспериментов

Численные эксперименты проводились с моделью [9] для акватории Азовского моря, был проведен расчет на установление модельного поля течений с постоянным ветром 10 м/с северо-восточного направления. Полученные поля скоростей и коэффициентов турбулентной диффузии использовались в качестве входных параметров при интегрировании модели переноса пассивной примеси на срок 5 сут. При этом были выбраны: шаг по времени $\Delta t = 240$ с, шаг по пространству $\Delta x = 0,78$ км, $\Delta y = 1,125$ км. По вертикали в модели используется расчетная сетка в σ -координатах с 15-ю горизонтами. На рис. 1 представлен результат численного моделирования распространения пятна загрязнения за 5 сут. от мгновенного точечного источника единичной мощности, обозначенного на рис. 1 черной точкой. Модельное поле концентрации использовалось в качестве данных измерений при идентификации значений мощности источника загрязнения. Количество точек измерений варьировалось от одной до четырех. Кроме этого, усваивалась полная информация о поле концентрации. Результаты численных экспериментов показали, что при идентификации мощности точечного мгновенного источника по точным данным количество данных измерений не влияет на точность идентификации искомого значения. Наоборот, количество точек измерений оказывают существенное влияние на точность расчета Q при зашумлении данных измерений при помощи случайных чисел. В работе [10] показано, что при идентификации переменной по пространству мощности источника требуются итерации для достижения минимума функционала. В работе [11] произведена идентификация переменного по времени точечного источника загрязнения. Показано, что для надежной идентификации переменных значений по времени необходима полная информация о поле концентрации по крайней мере для конечного момента времени. При оптимальном вы-

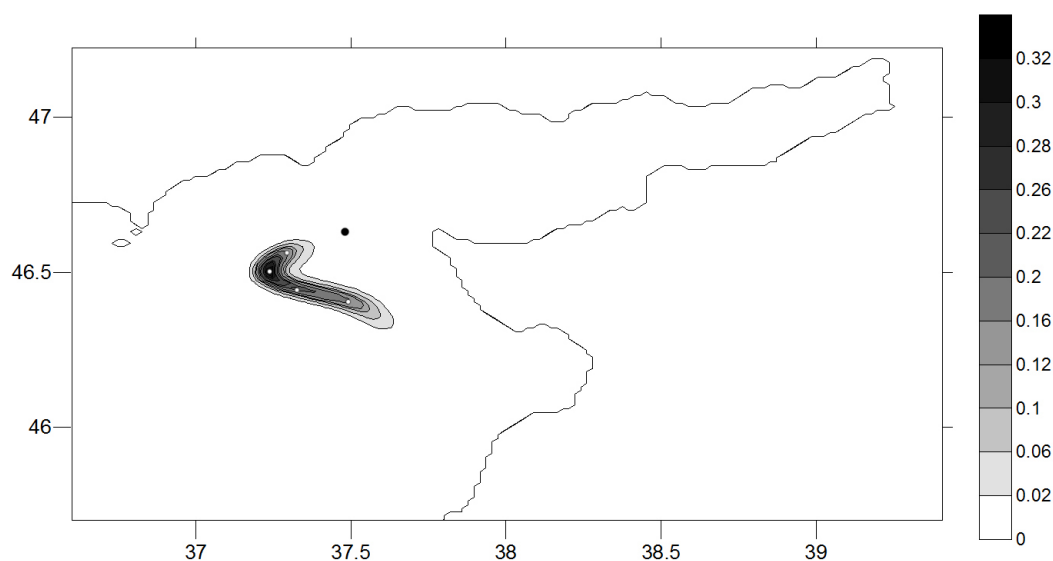


Рис. 1

боре итерационного параметра по формуле (3.9) для достижения минимума функционала качества прогноза при реализации вариационного алгоритма идентификации мощности точечного мгновенного источника по точным данным измерений достаточно одной итерации. Итерации необходимы при $\tau = 1$, когда осуществляется спуск в направлении градиента [2]. В работе [5] реализован алгоритм фильтрации при использовании метода оценки для идентификации искомых величин. Такой метод необходим при зашумлении данных измерений. При реализации вариационного алгоритма идентификации фильтрация данных происходит за счет интегрирования сопряженной задачи (3.4)–(3.6). А при реализации метода линеаризации фильтрация ошибок измерений осуществляется за счет вычисления мощности источника по формуле (4.8).

В целом проведенные численные эксперименты показали надежную работу представленных алгоритмов идентификации мощности точечного импульсного источника загрязнения. Количество данных измерений влияет на качество фильтрации присутствующих в них ошибок. При этом наилучшие оценки значений мощности источника загрязнений получены при усвоении полной информации о поле концентрации загрязнений.

Литература

1. *Malanotte-Rizzoli P., Holland W.R.* Data Constraints Applied to Models of the Ocean

General Circulation. Part II: The Transient, Eddy-Resolving Case // *Journal of Physical Oceanography*. Vol. 18. Iss. 8. P. 1093–1107.

2. *Yu, L., O'Brien J.J.* Variational estimation of the wind stress drag coefficient and the oceanic eddy viscosity profile // *J. Phys. Oceanogr.* 1991, Vol. 21. P. 709–719.
3. *Марчук Г.И.* Основные и сопряженные уравнения динамики атмосферы и океана // *Метеорология и гидрология*. 1974. № 2. С. 17–34.
4. *Пененко В.В.* Методы численного моделирования атмосферных процессов. Л.: Гидрометеоиздат, 1981. 350 с.
5. *Кочергин В.С., Кочергин С.В.* Идентификация параметров мгновенного точечного источника загрязнения в Азовском море на основе метода сопряженных уравнений // *Морской гидрофизический журнал*. 2017. № 1. С. 66–71.
6. *Страхов В.Н.* Метод фильтрации систем линейных алгебраических уравнений — основа для решения линейных задач гравиметрии и магнитометрии // *Докл. АН СССР*. 1991. Т. 320. № 3. С. 595–599.
7. *Марчук Г.И.* Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука, 1982. 320 с.
8. *Еремеев В.Н., Кочергин В.П., Кочергин С.В., Скляр С.Н.* Математическое моделирование гидродинамики глубоководных бассейнов. Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2002. 238 с.
9. *Иванов В.А., Фомин В.В.* Математическое моделирование динамических процессов в зоне море – суша. Севастополь: ЭКОСИ-гидрофизика, 2008. 363 с.
10. *Кочергин В.С., Кочергин С.В.* Идентификация мощности источника загрязнения в Ка-

зантипском заливе на основе применения вариационного алгоритма // Морской гидрофизический журнал. 2015. № 2. С. 79–88.

11. Кочергин В.С., Кочергин С.В. Использование вариационных принципов и решения сопряженной задачи при идентификации входных параметров модели переноса пассивной примеси / В сб. «Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа». Вып. 22. Севастополь: МГИ НАНУ, 2010, С. 240–244.

References

1. Malanotte-Rizzoli P., Holland W.R. Data constraints applied to models of the ocean general circulation. Part II: The Transient. Eddy-Resolving Case. *Journal of Physical Oceanography*, 1988, vol. 18, iss. 8, pp. 1093–1107.
2. Yu. L., O'Brien J.J. Variational estimation of the wind stress drag coefficient and the oceanic eddy viscosity profile. *J. Phys. Oceanogr.*, 1991, vol. 21, pp. 709–719.
3. Marchuk G.I. Osnovnyye i sopryazhennyye uravneniya dinamiki atmosfery i okeana [Basic and conjugate equations of dynamics of atmosphere and ocean]. *Meteorologiya i gidrologiya* [Meteorology and hydrology], 1974, no. 2, pp. 17–34. (In Russian)
4. Penenko V.V. *Metody chislennogo modelirovaniya atmosferykh protsessov* [Methods for numerical modeling of atmospheric processes]. Leningrad, Gidrometeoizdat Pub., 1981, 350 p.
5. Kochergin V.S., Kochergin S.V. Identifikaciya parametrov mgnovennogo tochechnogo istochnika zagryazneniya v Azovskom more na osnove metoda sopryazhennykh uravnenij [Identification of parameters of an instantaneous point source of pollution in the Azov sea on the basis of conjugate equations]. *Morskoj gidrofizicheskij zhurnal* [Marine hydrophysical journal], 2017, no. 1. P. 66–71. (In Russian)
6. Strahov V.N. Metod fil'tracii sistem linejnykh algebraicheskikh uravnenij – osnova dlya resheniya linejnykh zadach gravimetrii i magnitometrii [Filtering method systems of linear algebraic equations is the basis for solving linear problems of gravimetry and magnetometry]. *Doklady AN SSSR* [Rep. of the USSR Academy of Sciences], 1991, vol. 320, no. 3, pp. 595–599. (In Russian)
7. Marchuk G.I. *Matematicheskoye modelirovaniye v probleme okružhayushchey sredy* [Mathematical modeling in the environmental problem]. Moscow, Nauka Pub., 1982, 320 p. (In Russian)
8. Eremeyev V.N., Kochergin V.P., Kochergin S.V., Sklyar S.N. *Matematicheskoye modelirovaniye gidrodinamiki glubokovdnykh basseynov* [Mathematical modeling of hydrodynamics of deep-water basins]. Sevastopol, EKOSI-Gidrofizika Pub., 2002, 238 p. (In Russian)
9. Ivanov V.A., Fomin V.V. *Matematicheskoye modelirovaniye dinamicheskikh protsessov v zone more – susha* [Mathematical modeling of dynamic processes in the zone of the sea – land]. Sevastopol: EKOSI-gidrofizika. 2008. 363 p. (In Russian)
10. Kochergin V.S., Kochergin S.V., Identifikaciya moshchnosti istochnika zagryazneniya v Kazantipskom zalive na osnove primeneniya variacionnogo algoritma [Identification of power source of pollution in the Kazantipsky Gulf through the application of a variational algorithm]. *Morskoj gidrofizicheskij zhurnal* [Marine hydrophysical journal], 2015, no. 2, pp. 79–88. (In Russian)
11. Kochergin V.S., Kochergin S.V. Ispol'zovanie variacionnykh principov i resheniya sopryazhennoj zadachi pri identifikacii vhodnykh parametrov modeli perenosa passivnoj primesi [The use of variational principles and the solution of the adjoint problem, identification of input parameters for models of transport of passive tracer]. In *Ehkologicheskaya bezopasnost' pribrezhnoj i shel'fovoj zon i kompleksnoe ispol'zovanie resursov shel'fa* [Ecological safety of coastal and shelf zones and complex use of shelf resources], iss. 22. Sevastopol', MGI NANU, 2010, pp. 240–244. (In Russian)