

УДК 521.12:531.534

НОВЫЕ ПОДХОДЫ К ПРОГНОЗИРОВАНИЮ СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА БЛОЧНОЙ АППРОКСИМАЦИИ, ОБОБЩЕНИЙ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ И МЕТОДОВ ВЫЯВЛЕНИЯ СКРЫТЫХ ПЕРИОДИЧНОСТЕЙ

Вениаминов С. С.

PROPAGATION OF SOLAR ACTIVITY USING THE BLOCK APPROXIMATION METHOD, GENERALIZED WEIGHED ROOT-MEAN-SQUARE METHODS AND REVEALING LATENT PERIODICITIES METHODS

Veniaminov S. S.

Scientific Research Center 'Kosmos', Ministry of Defence, Moscow, 129345, Russia
e-mail: sveniami@gmail.com

Abstract. The low Earth orbit propagation accuracy critically depends on the knowledge of atmosphere density variations determining the atmosphere drag to the low Earth satellites. In its turn, the atmosphere drag depends on the intensity of solar radiation and is the most important factor of determining the orbiting lifetime of a satellite in the low Earth orbit or the geostationary transfer orbit (having a very low perigee). However, the prediction of the atmosphere density variations is a weak point of the low satellite motion parameters propagation. The processes of such a kind are characterized by instability of the registered signal level, by presence of appreciable stochastic component, and often by absence of a priori knowledge on their analytic structure. Application of classic methods in such cases usually does not give satisfactory results. In this paper, a family of methods for enhancing the propagation of a wide class of processes having non-stable parameters is proposed. The methods are of a phenomenological type (not requiring any a priori information) including the block approximation method, D-methods of revealing latent periodicities, the generalized weighed root-mean-square method. These methods allow revealing the real structure of processes investigated by their measurements only. Moreover, they give a possibility for concretizing obscure and approximate assumption on the process's structure, as well as enhancing the quality of prediction of processes having roughly determined or "floating" values of their parameters and to guess the trend of their variations. As an example of application of the proposed methods the solar flux projection is made with their help.

Keywords: atmosphere drag, atmosphere density variations, solar activity, index of solar radiation, orbit propagation accuracy, D-method, block approximation method, generalized weighed root-mean-square method.

Введение

Точность прогнозирования движения низкоорбитальных космических объектов (НОКО) сильно зависит от знания вариаций плотности атмосферы, определяющих торможение космических объектов (КО) в атмосфере. Атмосферное торможение, зависящее от интенсивности солнечной радиации, является важнейшим фактором при определении времени орбитального существования неуправляемых НОКО и КО на переходных к геосинхронным орбитам (с низким перигеем). Однако прогнозирование вариаций плотности атмосферы является самым узким ме-

стом в прогнозировании параметров движения НОКО [1].

Процессы типа изменения индекса солнечного радиоизлучения, оптических и радиолокационных сигнатур наблюдения искусственных спутников Земли (ИСЗ) характеризуются отчетливо выраженной неустойчивостью уровня регистрируемого сигнала, наличием заметной случайной, в том числе, шумовой составляющей и часто отсутствием априорных сведений об их аналитическом представлении, точнее об аналитическом представлении их детерминированного тренда. Все это существенно затрудняет анализ их структуры и их

Вениаминов Станислав Сергеевич, д-р техн. наук, профессор, старший научный сотрудник Научно-исследовательского испытательного центра Центрального научно-исследовательского института войск воздушно-космической обороны Министерства обороны Российской Федерации; e-mail: sveniami@gmail.com.

прогнозирование. Применение классических методов анализа и аппроксимации таких процессов на мерном интервале обычно не дают удовлетворительных результатов [2, 3].

Рассмотрим «пакет» следующих специальных методов для повышения эффективности решения подобных задач.

1. D-метод выявления скрытых периодичностей в исследуемом процессе

Он достаточно подробно описан и изучен в [2, 4–6]. Поэтому здесь ограничимся лишь напоминанием вида главной рабочей функции метода

$$D_X^n(\tau) = \frac{1}{\bar{t}} \int_0^{\bar{t}} |X^{(n)}(t + \tau) - X^{(n)}(t)| dt,$$

$$\bar{t} = \bar{t} - \tau,$$

где $[0, \bar{t}]$ — мерный интервал задания процесса (интервал обработки), $X(t)$ — исследуемый процесс, $X^{(n)}(t)$ — n -я производная функции $X(t)$, τ — вспомогательная независимая переменная размерности t , принимающая неотрицательные действительные значения. Функция $D_X^n(\tau)$ (D -образ процесса X) имеет характерные острые минимумы в точках, кратных периоду высшей периодики процесса. Форма и кратность минимумов позволяют оценить значения периодов с очень высокой точностью. После выявления и фильтрации высшей периодической составляющей остаток процесса снова подвергается D -преобразованию с целью выявления следующей по высоте периодики и т. д.

2. Обобщенный взвешенный метод наименьших квадратов (м.н.к.)

Применение обычного среднеквадратического критерия даст плохое приближение аддитивных составляющих процесса (например, периодических компонент), если ошибка в оценке их параметров велика и/или велик интервал обработки. Введение обычных весов не решает проблемы, так как параметры аддитивных составляющих процесса могут существенно различаться и тем самым требовать различных весовых функций для каждой. Условимся для простоты считать приближение оптимальным, если каждая составляющая наиболее точно приближена в конце интервала обработки. Тогда естественно ожидать наиболее точного предсказания процесса

в примыкающей справа области экстраполяции.

Можно предложить простое обобщение взвешенного среднеквадратического критерия, в котором такие функции регулирования процесса аппроксимации выполняются независимыми наборами весов

$$F(a) = \sum_{k=0}^{\bar{k}} (X_k - \sum_{i=0}^{\bar{i}} p_{ik} a_i \phi_i(t_k))^2 p_k.$$

Здесь p_k — произвольные весовые коэффициенты (как и в классическом среднеквадратическом критерии), например, связываемые с точностью измерений, а p_{ik} — веса совершенно другого, поясненного выше физического толкования. Их можно выбирать следующим образом: $p_{ik} = 0$, если $0 \leq t_k \leq \bar{t} - cT_i$, $p_{ik} = 1$ — для остальных t_k , где \bar{t} — конец интервала обработки, начало которого совпадает с нулем, $\{\varphi_i(t)\}$ — функциональный базис аппроксимации процесса. Более широкое обобщение взвешенного среднеквадратического критерия дает формула

$$F(a) = \sum_{k=0}^{\bar{k}} (X_k - \Psi)^2 \frac{1}{\bar{i} + 1} \sum_{i=0}^{\bar{i}} p_{ik},$$

$$\Psi = \frac{\sum_{i=0}^{\bar{i}} p_{ik} a_i \phi_i(t_k)}{\frac{1}{\bar{i} + 1} \sum_{i=0}^{\bar{i}} p_{ik}}.$$

При этом при желании понятие ортогональности функционального базиса легко обобщается [4] с сохранением всех положительных свойств классической ортогонализации.

Вектор $a = (a_0, a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_{\bar{i}})$ будем считать оптимальной оценкой \hat{a} коэффициентов аппроксимирующего выражения

$$\tilde{X}(t) = \sum_{i=0}^{\bar{i}} a_i \phi_i(t),$$

если этот вектор минимизирует функционал $F(a)$.

3. Метод последовательной коррекции коэффициентов обобщенного полинома

Это простая итерационная процедура, дающая положительные результаты в случаях,

когда процесс содержит аддитивные составляющие с неустойчивыми параметрами, например, амплитудами, периодами и фазами. Он подробно изложен в [2, 3].

4. Метод блочной аппроксимации

Этот метод показал свою эффективность для случая приближения действительной функции действительного аргумента суперпозицией действительных функций действительного аргумента. Метод позволяет феноменологически вскрывать довольно сложные структуры процессов.

Пусть функцию $X(t)$, заданную своими значениями на отрезке $[\alpha, \beta]$, требуется аппроксимировать в какой-либо метрике ρ функцией известного вида $\Phi(t, \omega)$, где t — скалярный аргумент (обычно время, но не обязательно), а ω — неизвестный вектор параметров, то есть нужно отыскать $\min_{\omega} \rho(X, \Phi)$, например,

$$\min_{\omega} \int_{\alpha}^{\beta} (X - \Phi)^2 dt.$$

При достаточно сложном виде ρ и Φ , а также при большой размерности вектора ω задача трудно разрешима, а часто вообще не поддается решению с применением классических, традиционных подходов. В настоящем разделе для решения этой задачи предлагается следующая формальная (кстати, вполне конструктивная) процедура.

Предположим, что Φ допускает представление

$$\Phi(t, \omega) = H(t, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{\bar{k}}),$$

где ε_k — вообще говоря, функции t и ω , причем H «проще» Φ в том смысле, что аппроксимировать X функцией H , считая условно и временно все ε_k не функциями, а независимыми (скалярными) неизвестными параметрами (ε — их вектор), не представляет труда.

Далее производим конечное разбиение $\Theta = \{\theta\}$ отрезка $[\alpha, \beta]$ на подотрезки (θ — произвольный элемент разбиения). На каждом θ решаем задачу наилучшего приближения процесса X функцией H . Полученные в результате этого на всех θ оценки $\hat{\varepsilon}^{\theta}$ векторов ε^{θ} определяют на всем отрезке $[\alpha, \beta]$ семейство ступенчатых функций $\hat{\varepsilon}_k^{\theta}(t)$, $k = 1, 2, \dots, \bar{k}$.

Если $\varepsilon_k(t, \omega)$ по-прежнему сложны, то поступаем с ними аналогично тому, как было

сделано с $\Phi(t, \omega)$, то есть представляем каждую из них в виде $\varepsilon_k(t, \omega) = E_k(t, \nu_1, \nu_2, \dots, \nu_{\bar{r}_k})$, где ν_{r_k} — вообще говоря, функции t и ω , но E_k «проще» ε_k в том смысле, что использовать первую в качестве приближающей функции, условно и временно считая все ν_{r_k} не функциями, а независимыми параметрами, не представляет труда. Далее, по аналогии с предыдущим шагом, производим более крупное разбиение $\Theta' = \{\theta'\}$ отрезка $[\alpha, \beta]$ на подотрезки (θ' — произвольный элемент разбиения, $|\theta'| \gg |\theta|$). На каждом θ' решаем задачу наилучшего приближения функций $\hat{\varepsilon}_k^{\theta}(t)$ функциями $E_k(t, \nu_1, \nu_2, \dots, \nu_{\bar{r}_k})$. В результате получим для каждого k по семейству ступенчатых функций $\hat{\nu}_{r_k}^{\theta'}(t)$, $r_k = 1, 2, \dots, \bar{r}_k$, определенных аналогично $\hat{\varepsilon}_k^{\theta}(t)$ на всем отрезке $[\alpha, \beta]$. Такой процесс последовательных разбиений и приближений длится до тех пор, пока на некоторой стадии не будут получены функции, которыми просто получить приближение соответствующих ступенчатых функций на всем отрезке $[\alpha, \beta]$.

Общий смысл описанной формальной процедуры последовательного упрощения формы $\Phi(t, \omega)$ состоит в следующем. Производится разбиение интервала обработки на подынтервалы и одновременно в аналитической формуле приближающей функции $\Phi(t, \omega)$ производится замена некоторых формульных блоков (отсюда название «метод блочной аппроксимации») условными символами, с тем чтобы получить более простое выражение $H(t, \varepsilon)$, временно трактуя введенные символы как неизвестные параметры (скаляры).

Далее, на каждом подынтервале приближают X упрощенной функцией $H(t, \varepsilon)$ и получают оценки введенных искусственных параметров, которые образуют семейство ступенчатых функций на всем исходном интервале $[\alpha, \beta]$. Если замененные временными константами функциональные блоки все еще сложны, то с ними поступают так же, как и с $\Phi(t, \omega)$, и, произведя более крупное разбиение интервала обработки $[\alpha, \beta]$, приближают соответствующие ступенчатые функции построенными упрощенными выражениями блоков и т.д.

У метода блочной аппроксимации есть еще очень важное достоинство, которое можно непосредственно использовать для вскрытия сложной и заранее неизвестной аналитической структуры исследуемого процесса. Если в такой структуре есть «белые пятна», ее сразу можно представить с условными символами вместо неясных блоков. И тогда на со-

ответствующем шаге вид ступенчатой функции сам подскажет аналитический вид блока, временно замененного константой (при аппроксимации на каждом элементе разбиения мерного интервала).

Прогнозирование солнечной активности с применением предложенного пакета математических инструментов. Ограничимся наиболее часто используемым индексом — плотностью потока солнечного радиоизлучения на волне длины $\lambda = 10,7$ см (индекс $F_{10,7}$).

Примем модель изменения индекса $F_{10,7}$ в следующем виде

$$X(t) = \sum_{i=0}^{\bar{i}} a_i t^i + \sum_{r=1}^{\bar{r}} \left(A_r(t) \sin \frac{2\pi}{T_r(t)} t + B_r(t) \cos \frac{2\pi}{T_r(t)} t \right). \quad (4.1)$$

Нет никаких априорных данных об аналитической структуре функций $A_r(t)$, $B_r(t)$, $T_r(t)$ и значениях параметров \bar{i} , \bar{r} . Таким образом, крайняя сложность задачи аппроксимации процесса изменения индекса $F_{10,7}$ очевидна. Причем проблема еще усложняется наличием случайных составляющих в процессе и ошибок измерений.

Прежде чем непосредственно приступить к решению этой задачи, нужно справиться с двумя проблемами: грубой, предварительной оценки упомянутых параметров и выбора критерия аппроксимации. Первая проблема решается с помощью семейства D -методов. В результате анализа измерений интенсивности солнечного радиоизлучения (индекс $F_{10,7}$) на сравнительно небольших интервалах времени (50–40 сут.) с помощью D -методов различных порядков выявлялись периодические компоненты с периодами, равными приблизительно 7, 14, 28, 50, 75, 120, 185, 240, 360 сут. При этом на различных отрезках времени состав гармоник различался, особенно в части долгопериодических компонент. Определяемые значения периодов также не были устойчивы, и здесь приведены их средние значения, отклонения от которых достигали 10–15 %. Наиболее стабильно выявлялись три периодические компоненты. Их периоды (в сутках) на различных интервалах имели следующие оценки:

$$T_1 : 5,9; 6,43; 6,91; 7,21;$$

$$T_2 : 14,1; 15,18; 16,3;$$

$$T_3 : 26,795; 26,84; 27,93; 28,31.$$

Ввиду неустойчивости периодов и амплитуд «гармоник» процесса изменения интен-

сивности солнечного радиоизлучения для его прогнозирования, кроме обобщенного взвешенного м.н.к., естественно использовать метод блочной аппроксимации. По группе реализаций точность прогноза индекса $F_{10,7}$ характеризовалась средней ошибкой, составляющей 7–9 % от средней (на интервале обработки) амплитуды наиболее мощной гармоники (третьей) при продолжительности прогноза 60 сут.

В качестве примера приведем результат прогнозирования солнечной активности с помощью предложенного пакета методов с параметрами аппроксимирующего выражения (4.1) на первой стадии $\bar{i} = 1$, $\bar{r} = 1$. При этом на первом этапе применения метода блочной аппроксимации неизвестные функциональные блоки $A_r(t)$, $B_r(t)$, $T_r(t)$ были заменены скалярными параметрами (в пределах каждого элемента разбиения). В состав приближающего выражения первой стадии была введена лишь третья гармоника как наиболее мощная. Включение других выявленных гармоник в аппроксимирующий полином не давало заметного эффекта (улучшения точности прогноза) в данном эпизоде солнечной активности (рис. 1). Однако в других случаях иногда имело смысл включать еще 2–3 гармоники, так как там они вели себя более устойчиво.

Исходные данные, взятые из [7], показаны на рис. 1 точками, а прогноз — непрерывной кривой. Интервал обработки (слева от вертикальной черты) составляет 140 сут. Длина интервала разбиения $|\theta|$ была выбрана равной периоду гармоники, хотя это и не оказалось столь уж существенным: приблизительно те же результаты получались при варьировании этой величины в пределах 80–200 % от указанного значения.

В этом примере средняя ошибка прогноза на 65 сут. (интервал справа от вертикальной черты) составила 7 % от средней (на интервале обработки) амплитуды (третьей) гармоники. На рис. 1 хорошо видно изменение амплитуды гармоники прогнозирующего выражения, которое убедительно вписывается в контрольные данные индекса $F_{10,7}$.

На рис. 2 приведены примеры прогнозирования величины $F_{10,7}$ теперь уже с использованием обобщенного взвешенного м.н.к. В данном случае при расчетах в качестве исходных данных брались значения индекса $F_{10,7}$ с августа 1960 по апрель 1962 г. Длительность мерного варианта в каждом варианте состав-

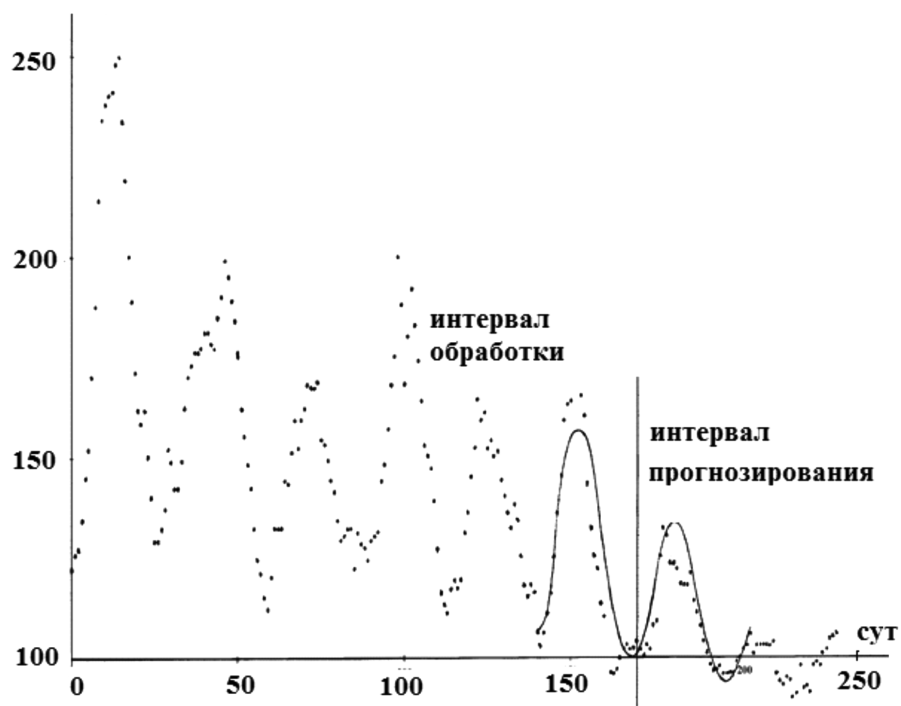


Рис. 1. Пример аппроксимации и прогнозирования индекса $F_{10,7}$

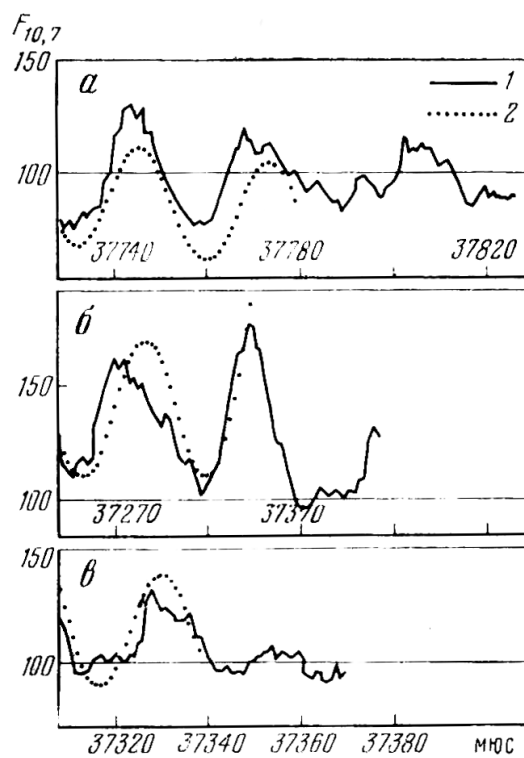


Рис. 2. Прогнозирование индекса $F_{10,7}$ с применением обобщенного взвешенного м. н. к. (мюс – модифицированные юлианские сутки)

ляла 430 сут. Среднее значение индекса на интервалах прогноза было от 90 до 120.

Это был один из типичных примеров прогнозирования индекса $F_{10,7}$. Полученная здесь точность была характерна и для других проведенных расчетов.

Заключение

Из опыта подобных вычислений можно сделать вывод о том, что, хотя процесс изменения индекса $F_{10,7}$ ведет себя крайне неустойчиво, использование обобщенного взвешенного м.н.к. и метода блочной аппроксимации благодаря свойственной им гибкости и адаптации к характеру процесса, как правило, давало лучшие результаты, чем традиционные методы аппроксимации.

Литература

1. Vavrin A.B. Solar cycle sensitivity study of breakup events in LEO // *Orbital Debris Quarterly News*, 2015. Vol. 19. Iss. 1. P. 6-7.
2. Вениаминов С.С. Выявление скрытых структурных закономерностей в процессах и сигналах. М.: Изд-во URSS, 2014. 216 с.
3. Veniaminov S.S. Revealing latent structural patterns in processes and signals. URSS, Spain, 2014.
4. Veniaminov S.S. The new family of methods for revealing latent periodicities in signals // Proc. of 2nd European Conference on Space Debris, ECA, Darmstadt, Germany, 1997.
5. Veniaminov S.S., Dicky V.I., Tretyakov Yu.N. The New Approach to Revealing Latent Periodicities in Radar and Optical Signals // Proc. of 4th US/Russian Workshop on Space Surveillance, Washington D.C. 2000.
6. Veniaminov S.S., Dicky V.I., Tretyakov Yu.N., Seidelmann P.K. Revealing latent periodicities in noisy signals // Proc. of 4th US/Russian Workshop on Space Surveillance, Washington D.C. 2000.
7. Solar Flux Values, 2800 Mc // National Research Council, Ottawa, 1967.

References

1. Vavrin A.B. Solar cycle sensitivity study of breakup events in LEO. *Orbital Debris Quarterly News*, 2015, vol. 19, iss. 1, pp. 6–7.
2. Veniaminov S.S. *Revealing latent structural patterns in processes and signals*. URSS Pub., Moscow, 2014, 216 p. (In Russian)
3. Veniaminov S.S. *Revealing latent structural patterns in processes and signals*. URSS, Spain, 2014.
4. Veniaminov S.S. The new family of methods for revealing latent periodicities in signals. *Proc. of 2nd European Conference on Space Debris*, ECA, Darmstadt, Germany, 1997.
5. Veniaminov S.S., Dicky V.I., Tretyakov Yu.N. The New Approach to Revealing Latent Periodicities in Radar and Optical Signals. *Proc. of 4th US/Russian Workshop on Space Surveillance*, Washington D.C. 2000.
6. Veniaminov S.S., Dicky V.I., Tretyakov Yu.N., Seidelmann P.K. Revealing latent periodicities in noisy signals. *Proc. of 4th US/Russian Workshop on Space Surveillance*, Washington D.C. 2000.
7. *Solar Flux Values, 2800 Mc*. National Research Council, Ottawa, 1967.