

УДК 629.78

## АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ МНОЖЕСТВА ВЕРОЯТНЫХ ТРАЕКТОРИЙ СОУДАРЕНИЯ АСТЕРОИДА АПОФИС С ЗЕМЛЕЙ В 2036 Г.

Гуо Пэн, Ивашкин В. В., Стихно К. А.

AN ANALYSIS OF THE TRAJECTORIES SET STRUCTURE FOR THE ASTEROID  
APOPHIS PROBABLE IMPACT WITH THE EARTH IN 2036

Guo Peng\*, Ivashkin V. V.\*\*\*, Stikhno C. A.\*\*

\* Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences, Moscow, 125047, Russia

\*\* Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia  
e-mail: Ivashkin@keldysh.ru

*Abstract.* A very close approach to the Earth on April 13, 2029 has been predicted for the hazardous asteroid 99942 Apophis. According to measurements of 2005, there was also a large enough theoretical possibility of an impact with the Earth in 2036. The main purpose of this study is to identify the entire set of these impact trajectories of Apophis, and to investigate their characteristics, in particular, the possible impact zone (impact Path of Risk) of the asteroid Apophis on the surface of the Earth in 2036. The paper consists of two parts. In the first part, we describe the method for determining the collision orbits of the asteroid Apophis. Based on the developed algorithm, several subsets of collision orbits have been constructed, for each of which the perigee distance of the trajectory is close to some fixed value, which varies from the lowest possible value for the impact,  $\sim 2069$  km, to the radius of the Earth,  $\sim 6375$  km. In the second part, we determine the impact points on the surface of the Earth and obtain the possible impact path of risk for the asteroid Apophis in 2036. The energy, time and geometry characteristics of the Apophis' collision trajectories and its impact area have been studied. The influence of precession and nutation on the determination of the coordinates of the impact points has been analyzed.

*Keywords:* asteroid Apophis, orbit of Apophis, nominal initial data, errors of the initial data, collision with the Earth, collision trajectories, impact Path of Risk, geographical coordinates.

### Введение

Астероид (99942) Апофис часто опасно сближается с Землей. Измерения 2005 г. показали, что в 2029 г. он пролетит на расстоянии  $\sim 38\,000$  км от центра Земли и есть заметная вероятность его столкновения с Землей в 2036 г. [1–4]. Энергия, выделяющаяся в результате этого столкновения, если бы оно произошло, эквивалентна  $\sim 800$  Мт ТНТ. Также есть теоретическая возможность столкновения и в другие сближения данного столетия [5]. Поэтому, хотя последующие измерения 2013 г. практически исключили возможность столкновения в 2036 г., тем не менее, важно выявление всего множества столкновительных с Землей в 2036 г. траекторий Апо-

фиса, изучение их характеристик, в частности, возможной зоны падения астероида на Землю. Данная задача является предметом анализа в настоящей работе — на основе измерений 2005 г. Это важно также в методическом отношении, для отладки и тестирования алгоритмов определения орбит столкновения и их характеристик.

В работе [6] описана методика определения множества столкновительных орбит Апофиса, приводящих астероид к соударению с Землей в 2036 г., представлены алгоритмы определения точек падения на поверхность Земли без учета прецессии и нутации, и приведены основные результаты по анализу характеристик множества попадающих траекторий и зоны падения астероида Апофис на

Гуо Пэн, магистр, аспирант Института прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, отдел «Механика космического полета и управление движением»; e-mail: 869792831@qq.com

Ивашкин Вячеслав Васильевич, д-р физ.-мат. наук, профессор, главный научный сотрудник Института прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, отдел «Механика космического полета и управление движением»; профессор кафедры «Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов» Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана; e-mail: Ivashkin@keldysh.ru

Стихно Кирилл Александрович, ассистент кафедры теоретической механики Московского Государственного Технического Университета им. Н. Э. Баумана; e-mail: fn2cyril@gmail.com

Землю в 2036 г. Настоящая работа является её развитием.

### 1. Поиск множества попадающих траекторий Апофиса вблизи номинальной орбиты

Для поиска множества попадающих траекторий астероида Апофис используются методы Монте-Карло и градиентного спуска, причем траектории астероида определяются с помощью численного интегрирования уравнений его движения в гелиоцентрической геоэкваatorialной инерциальной системе координат на эпоху  $J2000$  с учётом возмущений от реального гравитационного поля и давления солнечного света при варьируемых начальных данных в допустимом множестве [6]. В качестве номинальных начальных данных для уравнений движения (на начальный момент  $t_0 = 30,0$  января 2005 UTC) и ошибок начальных данных, т.е. их возможных отклонений были использованы результаты ИПА РАН по обработке оптических и радиолокационных наблюдений астероида [1, 6]:

$$\begin{aligned} 3\sigma_0(x, y, z) &= 3 \text{ км}, \\ 3\sigma_0(v_x, v_y, v_z) &= 2 \text{ мм/с}, \end{aligned} \quad (1.1)$$

где  $\sigma_0(x, y, z)$ ,  $\sigma_0(v_x, v_y, v_z)$  — среднеквадратичные отклонения (СКО) по компонентам начальных радиус-вектора и вектора скорости астероида.

На основе разработанного алгоритма произведен поиск и определение всего множества попадающих траекторий, для него перигейное расстояние меняется от минимально возможного для данного сближения значения,  $\sim 2069$  км, до максимального, радиуса Земли,  $\sim 6375$  км. Построено также несколько его подмножеств, для каждого из которых перигейное расстояние траектории близко к некоторому фиксированному перигейному расстоянию из всего диапазона:  $\{2069 \div 2100; 2500 \pm 1; 3000 \pm 1; \dots 6360 \pm 1; 6375 \pm 1\}$  км.

### 2. Анализ характеристик попадающих траекторий и столкновительной полосы Апофиса

Определено вероятное множество точек падения астероида на поверхность земного эллипсоида с экваториальным радиусом  $R_\alpha = 6378,137$  км и полярным сжатием  $\alpha = 1/298,25$ . Из анализа сближения Апофиса с Землей на каждый момент времени

$t$  численно вычисляются высота  $H$ , а также географические широта и долгота астероида. Для перехода от геоэкваatorialной инерциальной системы координат на эпоху  $J2000$  к гринвичской системе координат применена достаточно точная модель преобразования координат точки с учетом прецессии, нутации и вращения Земли [7–10].

Считаем, что при  $H = 0$  астероид ударяется в поверхность Земли,  $t_c$ ,  $\tilde{\varphi}_c$  и  $\tilde{\lambda}_c$  — время, географические широта и долгота точки соударения с учетом прецессии и нутации,  $\varphi_c$  и  $\lambda_c$  — географические координаты точки соударения без учета прецессии и нутации. При  $H = 100$  км астероид проходит границу атмосферы,  $t_{\text{атм}}$  — время входа в атмосферу. Учитывая угловую скорость вращения Земли, определяем также вектор скорости астероида  $\mathbf{v}_r$  относительно поверхности Земли. Для  $H = 0$  определяем абсолютную и относительную скорости  $\mathbf{v}_C$  и  $\mathbf{v}_{Cr}$  в точке соударения,  $\mathbf{v}_{\eta\zeta}$  — проекцию относительной скорости  $\mathbf{v}_{Cr}$  на поверхность Земли. Для  $H = 100$  км определяем также углы наклона абсолютной и относительной скорости к горизонтальной плоскости, т.е. углы входа в атмосферу  $\theta_a$ ,  $\theta_r$ .

### 3. Численные результаты

Были построены 20 семейств попадающих траекторий  $A_n$  ( $n = 0, 1, \dots, 9$ ),  $B_n$  ( $n = 1, 2, \dots, 10$ ) для каждого из которых значение перигейного расстояния  $r_\pi$  (в км) меняется в некотором диапазоне из множества:  $(A0) = \{r_\pi : 2069 \div 2100\}$ ,  $(A1, B1) = \{r_\pi : 2500 \pm 1\}$ ,  $(A2, B2) = \{r_\pi : 3000 \pm 1\}$ ,  $\dots$ ,  $(A8, B8) = \{r_\pi : 6000 \pm 1\}$ ,  $(A9, B9) = \{r_\pi : 6360 \pm 1\}$ ,  $(B10) = \{r_\pi : 6375 \pm 1\}$ . Получено отображение всех семейств попадающих траекторий в области на Земле, которые соответственно также обозначены  $A_n$ ,  $B_n$ . Все вместе они порождают вероятную столкновительную полосу Апофиса на поверхности Земли (рис. 1).

На рис. 1 приведена эта полоса, построенная авторами на карте мира с помощью системы “Google My Maps” [11]. Центры всех областей отмечены крестиками. Эта полоса лежит в Северном полушарии Земли. Ее начало (область  $A9$ ) — вблизи Омска, Томска, Новосибирска. Далее она последовательно проходит через Сибирь, Дальний восток и Камчатку России, вблизи Алеутских островов, через Тихий океан, Центральную Америку (Никарагуа, Коста-Рика), Южную Америку



Рис. 1. Вероятная столкновительная полоса Апофиса на Земле в 2036 г.

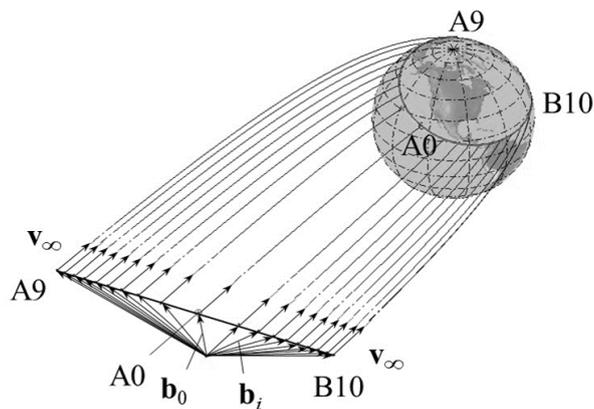


Рис. 2. Вероятное множество геоцентрических траекторий астероида Апофис при падении на Землю в 2036 г.

(Колумбия, Венесуэла), и уходит дальше в Атлантику, до конца в области В10, у западного побережья Африки, вблизи Дакара (рис. 1). Ранее эту полосу (“Path of Risk”) привели авторы [2, 3]. Сравнение их данных с нашими результатами показывает, что они практически полностью совпадают.

На рис. 2 показано геоцентрическое движение астероида Апофис для всего множества траекторий столкновения с Землей в 2036 г. Здесь приведены векторы прицельной дальности  $\mathbf{b}$  и векторы скорости «на бесконечности»  $\mathbf{v}_\infty$ , а также столкновительная полоса на поверхности Земли. Изолинии  $r_\pi = \text{const}$  будут примерно перпендикулярны соответствующему вектору  $\mathbf{b}$ . Так, при  $r_\pi \approx r_{\pi \min} \approx 2069$  км изолиниями

$r_\pi = \text{const}$  будут дуги, идущие вдоль оси полосы, примерно перпендикулярно среднему для области А0 вектору прицельной дальности  $\mathbf{b}_0$ . С увеличением  $r_{\pi i}$  наклон изолиний  $r_{\pi i} = \text{const}$  к оси полосы монотонно возрастает, и эти изолинии становятся почти перпендикулярными к оси полосы на ее краях, для областей А9, В10.

На рис. 3 приведены некоторые временные, энергетические и геометрические характеристики столкновительных траекторий для центров областей падения  $A_n$  и  $B_n$ . Область падения для траекторий семейства А0 с наименьшими значениями  $r_\pi$  находится примерно в центре этой полосы. Для каждого семейства  $(A_n, B_n)$  при  $2085 \text{ км} < r_\pi < 6364 \text{ км}$  получим две области падения, находящиеся

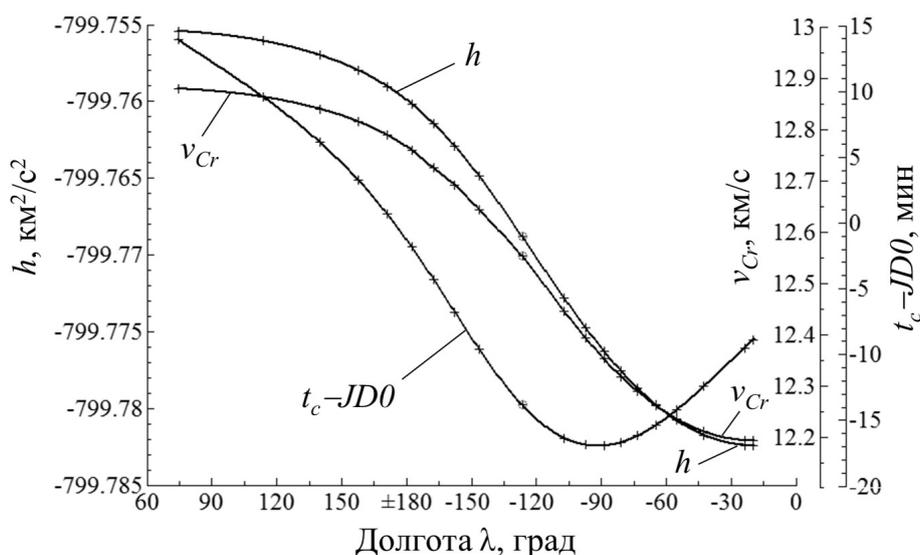


Рис. 3. Характеристики столкновения астероида с Землей в 2036 г. в зависимости от долготы точки соударения

примерно симметрично относительно центра области А0, к западу (Ап) и востоку (Вп) от него (рис. 1).

Области Ап порождаются орбитами астероида с большей энергией перед соударением, чем в области А0,  $h \in [-799,7689, -799,7554]$  км<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>, здесь большая полуось орбиты Апофиса (близкая к значению для резонанса 7:6 с орбитальным периодом Земли)  $a \in [a_0, a_0 + 2784]$  км,  $a_0 \approx 165\,938\,501$  км (рис. 3), кривая  $h(\lambda)$ . Области Вп порождаются орбитами с меньшей энергией,  $h \in [-799,7824, -799,7689]$  км<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>,  $a \in [a_0 - 2817, a_0)$  км. На рис. 3 также приведено время соударения  $t_c$  относительно опорного времени  $JD0 = 9$  ч, 13 апреля 2036 г., UTC=JD 2464796.875, это приближенно среднее время падения.

Для всего множества траекторий время  $t_c$  находится в диапазоне от  $JD0 - 17$  мин. до  $JD0 + 13,8$  мин, рис. 3, кривая  $t_c - JD0(\lambda)$ . Абсолютная скорость столкновения астероида с Землей составляет  $V_{ca} \approx 12,6$  км/с. Учет вращения Земли приводит к увеличению скорости соударения в западной части полосы до  $\sim 12,9$  км/с и к ее уменьшению в восточной части до  $\sim 12,2$  км/с, рис. 3, кривая  $v_{Cr}(\lambda)$ . На рис. 1 для областей А9, А0 и В10 показаны векторы скорости  $\mathbf{v}_{\eta\zeta}$ , дающие направления подлета астероида к Земле.

Определены углы входа астероида в атмосферу  $\theta_a, \theta_r$ , и их разница  $\Delta\theta = \theta_a - \theta_r$

для областей падения Ап и Вп. Наибольший угол входа  $\theta_a$  и  $\theta_r$  составляет  $\sim 59^\circ$ , это имеет место в области А0. С увеличением  $r_\pi$  они уменьшаются, до  $\sim 8^\circ$  в областях А9, В10. Разница между  $\theta_a$  и  $\theta_r$  меньше  $1,5^\circ$ .

Выполнен анализ по оценке длины и ширины столкновительной полосы на поверхности Земли. Центральный угол полосы вокруг Земли оценивался нами  $\phi \approx 4,534$  рад = 259,8 град, длина полосы  $L_\Pi \approx 24\,347$  км. Ширина зоны А0 оценена в  $\sim 27$  км. Для зон  $A_i, B_i$  ( $i \geq 1$ ) ее оценка дала 10–22 км. В среднем, ширина полосы составляет  $\sim 20$  км. Ранее [12, 13] ширина полосы падения Апофиса оценивалась в 30–50 км, т.е. эти оценки близки к нашим.

Выявлено, что ширина полосы зависит от принятых начальных разбросов (1.1), она примерно прямо пропорциональна СКО начального состояния. Так, при разбросе начального вектора состояния  $\sigma = \sigma_0$ , ширина области падения А8 оценивалась в 14,3 км, а ширина В8 составляет 15,0 км. Когда  $\sigma = \sigma_0/2$ , их ширины оценивались соответственно в два раза меньше, в 7,2 км и 7,5 км. Наоборот, когда  $\sigma = 2\sigma_0$ , их ширины примерно в два раза больше, 28,2 и 29,5 км.

В табл. 1 приведены широта и долгота  $\tilde{\varphi}_c, \tilde{\lambda}_c$  точек падения Апофиса на Землю в центрах областей Ап, Вп. После сравнения координат точек падения с углами  $\varphi_c$  и  $\lambda_c$  без

Таблица 1. Географические координаты точек падения  $\tilde{\varphi}_c$ ,  $\tilde{\lambda}_c$  (градусы)

Область падения	$\tilde{\varphi}_c$	$\tilde{\lambda}_c$	Область падения	$\tilde{\varphi}_c$	$\tilde{\lambda}_c$
A9	54,32	75,17	B1	16,31	-106,81
A8	59,96	114,55	B2	13,49	-96,76
A7	58,50	140,69	B3	11,77	-88,42
A6	55,31	158,32	B4	10,68	-80,57
A5	51,57	171,70	B5	10,08	-72,72
A4	47,56	-177,17	B6	9,95	-64,39
A3	43,30	-167,11	B7	10,38	-54,84
A2	38,71	-157,26	B8	11,67	-42,31
A1	33,21	-146,13	B9	14,51	-23,39
A0	23,70	-126,01	B10	15,11	-19,44

учета прецессии и нутации определены расщепления координат:  $\Delta\varphi_c = \tilde{\varphi}_c - \varphi_c$ ,  $\Delta\lambda_c = \tilde{\lambda}_c - \lambda_c$ , а также соответствующие расстояния между точками падения  $\Delta R$ . Они составляют  $\Delta\varphi_c \approx -0,22 \div 0,15^\circ$ ,  $\Delta\lambda_c \approx 0,4 \div 0,8^\circ$ ,  $\Delta R \approx 41 \div 62$  км.

### Выводы

Выполнен анализ структуры множества вероятных столкновительных траекторий Апофиса в 2036 г., соответствующих измерениям 2005 г. Исследованы геометрические, временные и энергетические характеристики этих траекторий и полосы точек соударения астероида с Землей, в частности, ее ширина и длина, угол входа астероида в атмосферу, время и скорость столкновения, направление подлета астероида к Земле. Дан анализ влияния прецессии и нутации на определение координат точек падения Апофиса на поверхность Земли.

*Авторы признательны В.А. Шору за ценные советы и замечания.*

### Литература

1. Ягудина Э.И., Шор В.А. Орбита АСЗ (99942) Apophis=2004 MN4 из анализа оптических и радарных наблюдений // Всероссийская конференция «Астероидно-кометная опасность-2005 (АКО-2005)», Санкт-Петербург, 3–7 октября 2005 г. Материалы конференции. СПб: ИПА РАН, 2005. С. 355–358.
2. Schweickart R., Chapman C., Durda D., Hut P., Bottke B., Nesvornyy D. Threat Characterization: Trajectory Dynamics (White Paper 39). B612 Foundation. 2006. 9 p.
3. Gennery D.B. Scenarios for dealing with Apophis // 2007 Planetary Defense Conference. G. Washington University, Washington, D.C. USA. March 5–8, 2007.
4. Ivashkin V.V., Stikhno C.A. An Analysis of the Correction Problem for the Near-Earth Asteroid (99942) Apophis=2004 MN4. // 2007 Planetary Defense Conference, G. Washington University, Washington, D.C. USA. March 5–8, 2007.
5. Соколов Л.Л., Кутеева Г.А. Возможные соударения астероида Апофис после уточнения его орбиты // Вестник СПбГУ. 2015. Сер. 1. т. 2 (60). Вып. 1. С. 148–156.
6. Ивашкин В.В., Стихно К.А., Гюо П. О структуре множества вероятных траекторий соударения астероида Апофис с Землей в 2036 г. // ДАН. 2017, Т. 475, № 4. С. 389–394. DOI: 10.7868/S0869565217220078
7. Kaplan G.H. The IAU Resolutions on Astronomical Reference Systems, Time Scales, and Earth Rotation Models. Explanation and Implementation. U.S. Naval Observatory. Circular no. 179. Washington, D.C. 20392. 2005. 118 p.
8. Аксенов Е.П., Чазов В.В. Модель движения ИСЗ. Главная проблема. Основные алгоритмы. Воробьевы горы–Трехгорка–Звенигород. 2011. 188 с.
9. Крылов В.И. Координатно-временные преобразования в геодезии. М.: Изд-во МИИГАиК, 2014. 90 с.
10. Степаньянц В.А. Время и системы координат // Машиностроение. Энциклопедия. Т. IV-22. Ракетно-космическая техника. В 2 кн. Кн. 1. М.: Машиностроение, 2012. С. 15–26.
11. Google My Maps. Apophis Path of Risk in 2036 with precession and nutation. Режим доступа: [https://drive.google.com/open?id=1VXX1dxJO2e6hn51FFTVf\\_wbk9gs&usp=sharing](https://drive.google.com/open?id=1VXX1dxJO2e6hn51FFTVf_wbk9gs&usp=sharing) (дата обращения 25 ноября 2017 г.)
12. GALSPACE. Малые тела Солнечной системы. Столкновение Земли с астероидом — проблема Апофиса. Режим доступа:

<http://galspace.spb.ru/index129.html> (дата обращения 25 ноября 2017 г.)

13. Wikipedia. B612Foundation. Режим доступа: [https://en.wikipedia.org/wiki/B612\\_Foundation](https://en.wikipedia.org/wiki/B612_Foundation) (дата обращения 25 ноября 2017 г.)

### References

1. Yagudina E.I., Shor V.A. Orbita ASZ (99942) Apophis = 2004 MN4 iz analiza opticheskikh i radarnykh nablyudeniy [Orbit NEA (99942) Apophis = 2004 MN4 from the analysis of optical and radar observations]. *Vserossiyskaya konferentsiya "Asteroidno-kometnaya opasnost'-2005 (AKO-2005)"* [All-Russian Conference "Asteroid-Comet Hazard 2005 (ACH-2005)"], St. Petersburg, October 3–7, 2005. St. Petersburg: IPA RAS, 2005, pp. 355–358. (In Russian)
2. Schweickart R., Chapman C., Durda D., Hut P., Bottke B., Nesvorniy D. *Threat Characterization: Trajectory Dynamics (White Paper 39)*. B612 Foundation. 2006. 9 p.
3. Gennery D.B. Scenarios for dealing with Apophis. *2007 Planetary Defense Conference*. G. Washington University, Washington, D.C. USA. March 5–8, 2007.
4. Ivashkin V.V., Stikhno C.A. An Analysis of the Correction Problem for the Near-Earth Asteroid (99942) Apophis=2004 MN4. *2007 Planetary Defense Conference*, G. Washington University, Washington, D.C. USA. March 5–8, 2007.
5. Sokolov L.L., Kuteeva G.A. Vozmozhnyye soudareniya asteroida Apofis posle utochneniya yego orbity [Prediction of possible collisions of asteroid Apophis after refinement of its orbit]. *Vestn. SPbSU*, 2015, ser. 1, vol. 2 (60), no. 1, pp. 148–156. (In Russian)
6. Ivashkin V.V., Stikhno C.A., Guo P. O strukture mnozhestva veroyatnykh trayektoriy soudareniya asteroida Apofis s Zemley v 2036 g. [On the structure of the set of probable Earth-impact trajectories for the asteroid Apophis in 2036]. *Doklady Akademii Nauk* [Doklady Physics], 2017, vol. 475, no. 4, pp. 389–394. DOI: 10.7868/S0869565217220078. (In Russian)
7. Kaplan G.H. *The IAU Resolutions on Astronomical Reference Systems, Time Scales, and Earth Rotation Models. Explanation and Implementation*. U.S. Naval Observatory. Circular no. 179. Washington, D.C. 20392. 2005, 118 p.
8. Aksenov E.P., Chazov V.V. *Model' dvizheniya ISZ. Glavnaya problema. Osnovnyye algoritmy* [Motion model of artificial satellites. The main problem. Basic algorithms]. Vorob'yevy gory-Trekhgorka-Zvenigorod. 2011, 188 p. (In Russian)
9. Krylov V.I. *Koordinatno-vremennyye preobrazovaniya v geodezii* [Coordinate and temporal transformations in geodesy]. Moscow, MIIGAiK, 2014, 90 p. (In Russian)
10. Stepanyants V.A. Vremya i sistemy koordinat [Time and coordinate systems]. *Mashinostroyeniye. Entsiklopediya. Tom IV-22. Raketno-kosmicheskaya tekhnika* [Mechanical engineering. Encyclopedia. Vol. IV-22. Rocket and space technology]. In 2 books. Book 1. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 2012, pp. 15–26. (In Russian)
11. Google My Maps. Apophis Path of Risk in 2036 with precession and nutation. URL: [https://drive.google.com/open?id=1VXX1dxJO2e6hn51FFTVf\\_wbk9gs&usp=sharing](https://drive.google.com/open?id=1VXX1dxJO2e6hn51FFTVf_wbk9gs&usp=sharing) (access date 25 November, 2017)
12. GALSPACE. Malye tela Solnechnoy sistemy. Stolknovenie Zemli s asteroidom — problema Apofisa [Small bodies of the solar system. The collision of the Earth with the asteroid. Problem of Apophis]. URL: <http://galspace.spb.ru/index129.html> (access date 25 November, 2017) (In Russian)
13. Wikipedia. B612Foundation. URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/B612\\_Foundation](https://en.wikipedia.org/wiki/B612_Foundation) (access date 25 November, 2017)