УДК 539.3, 539.4

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОМУ ОПРЕДЕЛЕНИЮ ИЗГИБНОЙ ЖЕСТКОСТИ КАНТИЛЕВЕРОВ[1]

Е. А. Иванова[2], ***Н. Ф. Морозов***[3], ***И. А. Соколов***[4]

ON ONE APPROACH TO EXPERIMENTAL DETERMINATION OF BENDING STIFFNESS OF CANTILEVERS

Ivanova E. A., Morozov N. F., Sokolov I. A.

A cantilever, a scanning spot, is an important part of the atomic-force microscope. Investigations of cantilever motion are usually based on the model of an elastic rod. At present time there is a tendency of the decrease of cantilevers dimensions with the increase of their resonance frequencies. Possibility of investigation of the nanosize cantilever motion by the methods of classical continual mechanics is not obvious. The work offers the method of experimental examination of the possibility of applying the rod theory to study the nanosize cantilever motion, as well as the method of experimental determination of bending stiffness of cantilevers.

Важнейшей составляющей атомно-силового микроскопа является сканирующий зонд — кантилевер [1]. Кантилевер представляет собой упругую балку, на конце которой находится игла наноразмерного масштабного уровня. Когда острие иглы приближается к образцу, между ними возникает взаимодействие. В зависимости от расстояния между острием и образцом, это будет либо сила отталкивания, либо сила притяжения. Различают три режима сканирования: контактный, бесконтактный и режим прерывистого контакта. Рельеф исследуемой поверхности формируется, как правило, либо в режиме постоянной высоты, либо в режиме постоянной силы. В первом случае кантилевер перемещается в горизонтальной плоскости и регистрируется его вертикальный прогиб. Во втором случае постоянным поддерживается прогиб кантилевера, что достигается за счет перемещения кантилевера по вертикали с помощью системы обратных связей. Наглядное трехмерное изображение поверхности получается после соответствующей математической обработки экспериментальных данных, в основе которой лежат формулы классической механики. Качество изображений, получаемых с помощью атомно-силового микроскопа, напрямую зависит от механических, физических и химических свойств зонда. В частности, для увеличения чувствительности микроскопа необходимо повышать собственную частоту кантилевера, что достигается за счет уменьшения его массы (размеров) и увеличения жесткости. В настоящее время стандартные промышленные кантилеверы имеют габаритные размеры порядка $200 \times 35 \times 1,5\ \mu$m и резонансные частоты порядка 10–400 kHz. При таких размерах кантилеверов правомочность использования формул классической механики для интерпретации результатов измерений не вызывает сомнения. Вместе с тем, очевидна тенденция к уменьшению размеров кантилеверов и повышению их резонансных

[1]Работа выполнена при поддержке РФФИ (03-01-00721, 05-01-00094).

[2]Иванова Елена Александровна, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры теоретической механики Санкт-Петербургского государственного технического университета.

[3]Морозов Никита Фҷдорович, академик РАН, д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой теории упругости Санкт-Петербургского государственного университета.

[4]Соколов Игорь Александрович, д-р физ.-мат. наук, старший научный сотрудник Физико-технического института им. А. Ф. Иоффе (Санкт-Петербург).

частот. Когда размеры достигнут наноуровня, неизбежно возникнет вопрос о возможности расчета кантилеверов методами классической континуальной механики.

Известно, что нанообъекты, подвергаясь большим деформациям, сохраняют упругие свойства [2]. При расчете напряженно-деформированного состояния нанообъектов, как правило, используются континуальные теории [3]. Вместе с тем, многими исследователями отмечалось несоответствие между значениями модулей упругости, полученными из микро- и макроэкспериментов [4]. В работе [5] на примере двумерной монокристаллической полосы теоретически исследовалась зависимость значений модуля Юнга и коэффициента Пуассона от числа атомарных слоев монокристалла. Показано, что при малом числе атомарных слоев N указанные модули могут существенно отличаются от своих макроскопических значений. Очевидно, что при расчете кантилеверов наноразмерного масштабного уровня известна из макроскопической теории формула

$$D = \frac{EH^3}{12}, \tag{1}$$

где E — модуль Юнга материала, H — толщина стержня, также потребует уточнения. Как показано в [5], модуль Юнга E_1, соответствующий растяжению вдоль оси x бесконечной в этом направлении монокристаллической полосы, связан с макроскопическим значением модуля Юнга зависимостью

$$E_1 = \frac{N}{N_*}E, \quad H = N_* h_0, \qquad N-1 \le N_* \le N. \tag{2}$$

Здесь h_0 — расстояние между соседними слоями атомов в недеформированном состоянии, N_* — безразмерный параметр, отражающий неоднозначность в определении толщины полосы H. Действительно, с одной стороны, толщину монокристалла можно определить как расстояние между слоями атомов на противоположных торцах $H = (N-1)h_0$; с другой стороны, толщину нанокристалла разумно определить как произведение числа слоев на толщину одного атомарного слоя $H = Nh_0$. Поскольку трудно отдать предпочтение одному из сформулированных определений, для толщины нанокристалла было принято определение (2). Подставив значение модуля Юнга монокристаллической полосы (2) в формулу для изгибной жесткости стержня (1), получим

$$D_1 = \frac{E_1 H^3}{12} = \frac{EH^3}{12}\,\frac{N}{N_*}. \tag{3}$$

В работе [6] решена задача изгиба монокристаллической полосы и получено выражение для изгибной жесткости дискретной модели

$$D_2 = \frac{EH^3}{12}\,\frac{(N^2-1)N}{N_*^3}. \tag{4}$$

Сравнение формул (1), (3), (4) показывает, что три выражения для изгибной жесткости стержня: выражение (1), известное из континуальной теории, выражение (3), полученное путем подстановки в формулу континуальной теории модуля Юнга, вычисленного для дискретной модели, и выражение (4), полученное непосредственно для дискретной модели, при малых N существенно различаются.

Таким образом, игнорирование дискретных свойств материала в направлении толщины наноразмерного стержня при малых N приводит к значительным погрешностям. Вместе с тем, очевидно, что в направлении длины стержня, где число атомарных слоев велико, учет дискретных свойств становится несущественным. Следовательно, при расчете напряженно-деформированного состояния нанокантилеверов использование континуального уравнения изгибных колебаний стержня, скорее всего, окажется допустимым. Однако вопрос об определении изгибной жесткости нанокантилеверов остается открытым. Поэтому актуальной является задача разработки метода непосредственного определения изгибной жесткости нанокантилеверов без использования каких-либо формул, связывающих изгибную жесткость стержня с его толщиной и модулем Юнга материала. Ниже предлагается методика экспериментальной проверки применимости теории стержней для динамического расчета наноразмерных кантилеверов, а также способ экспериментального определения их изгибной жесткости.

Рассмотрим задачу свободных колебаний консольного стержня [7]. Уравнение динамики имеет вид

$$w^{IV} + \frac{\rho}{D}\ddot{w} = 0, \tag{5}$$

где w — поперечный прогиб, ρ — погонная плотность, D — изгибная жесткость стержня.

Граничные условия формулируются так:

$$w(0) = 0, \quad w'(0) = 0, \\ w''(l) = 0, \quad w'''(l) = 0, \tag{6}$$

где l — длина стержня. Частотное уравнение в задаче о свободных колебаниях консольного стержня имеет следующий вид [7]:

$$\cos(\sqrt{\Omega})\ \mathrm{ch}(\sqrt{\Omega}) = -1, \quad \Omega = \sqrt{\frac{\rho}{D}}\, l^2\, \omega. \tag{7}$$

Здесь ω — собственная частота колебаний стержня, Ω — безразмерная собственная частота.

Рассмотрим два консольных стержня с различными физическими и геометрическими параметрами. Согласно частотному уравнению (7), спектры безразмерных собственных частот рассматриваемых стержней совпадают

$$\forall\, n: \qquad \Omega_n^{(1)} = \Omega_n^{(2)}. \tag{8}$$

Тогда, учитывая обозначение (7), можно утверждать, что отношение собственных частот $\omega_n^{(2)}/\omega_n^{(1)}$ не зависит от их порядкового номера n

$$\frac{\omega_n^{(2)}}{\omega_n^{(1)}} = \sqrt{\frac{D_2 \rho_1 l_1^4}{D_1 \rho_2 l_2^4}}. \tag{9}$$

Соотношение (9) может послужить теоретической основой для экспериментального исследования вопроса о применимости теории стержней к объектам наноразмерного масштабного уровня, а в случае положительного ответа на этот вопрос, и для экспериментального определения изгибной жесткости кантилеверов.

Для проверки возможности использования теории стержней применительно к наноразмерным кантилеверам можно провести следующий эксперимент:

1) измерить несколько первых собственных частот консольного стержня наноразмерного масштабного уровня;

2) измерить собственные частоты макроскопического консольного стержня;

3) найти отношения измеренных частот $\delta_n = \omega_n^{(1)}/\omega_n^{(2)}$.

Если континуальная теория применима к наноразмерным стержням, то теоретически $\forall\, n$ должно выполняться равенство $\delta_n = \delta_1$. В реальности условие применимости континуальной теории формулируется как неравенство $|\delta_n - \delta_1|/\delta_1 \le \varepsilon_N$, которое должно выполняться $\forall\, n \le N$. Оценить величину допустимой погрешности ε_N можно путем сравнения с результатами аналогичного эксперимента, проведенного с двумя макроскопическими стержнями.

Если континуальная теория применима к стержням наноразмерного масштабного уровня, то формула (9) позволяет экспериментально определить изгибную жесткость наноразмерного кантилевера. Для определения изгибной жесткости нужно провести следующие измерения и вычисления:

1) измерить первую собственную частоту наноразмерного стержня $\omega_1^{(1)}$;

2) измерить массу m_1 и длину l_1 наностержня и вычислить его погонную плотность $\rho_1 = m_1/l_1$;

3) взяв для сравнения макроскопический стержень, определить его характеристики $\omega_1^{(2)}$, D_2, ρ_2;

4) вычислить значение изгибной жесткости наноразмерного стержня D_1, воспользовавшись формулой (9).

Проблема регистрации малых по амплитуде акустических колебаний реальных (не модельных) объектов весьма актуальна для ряда областей науки и техники. В связи с этим особенно привлекательным представляется использование лазерных гомодинных виброметров [8] благодаря их высокой чувствительности, дистанционности, а также возможности высокой пространственной локализации области измерения. Недостатком подобных систем является необходимость стабилизации рабочей точки интерферометра, жесткие требования к качеству волновых фронтов, а также необходимость компенсации амплитудных шумов лазера [9].

Адаптивные фотоприемники, принцип действия которых основан на использовании динамических решеток объемного заряда [10–14], формируемых в фоторефрактивном полупроводнике при его освещении интерференционной картиной, лишены указанных недостатков. Адаптивные фотоприемники осуществляют прямое преобразование оптического фазомодулированного сигнала в электрический. При этом некоторое пространственное распределение света, отраженное от исследуемого объекта (в простейшем варианте — колеблющаяся интерференционная картина, образованная сигнальным и опорным световыми пучками) возбуждает в объеме фоточувствительной среды фототок, измеряя который можно получить информацию о частоте и амплитуде колебаний объекта [14]. Адаптивность, то есть способность эффективно детектировать полезный высокочастотный сигнал в присутствии значительной по амплитуде низкочастотной помехи, является важнейшим свойством фотоприемника на основе фоторефрактивных кристаллов [9–11] и эффекта нестационарной фото-ЭДС [12–15].

В работе [15] была достигнута рекордная чувствительность адаптивного фотоприемника на длине волны 1064 нм, которая оказалась равна 0,2 Å в полосе частот 15 МГц и мощности сигнального пучка 20 мВт. Использование адаптивных интерферометров на основе фоторефрактивных кристаллов позволяет еще больше повысить чувствительность [16]. Следует отметить также простой и удобный метод измерения амплитуд и частот акустических колебаний с использованием лазерного диода [17].

Литература

1. *Gibson C. T., Smith D. A., Roberts C. J.* Calibration of silicon atomic force microskope cantilevers // Nanotechnology. 2005. Vol. 16. P. 234–238.
2. *Kizuka T.* Direct atomistic observation of deformation in multiwalled carbon nanotubes // Phys. Rev. B. 1999. Vol. 59. є 7. P. 4646–4649.
3. *Ru C. Q.* Effective bending stiffness of carbon nanotubes // Phys. Rev. B. 2000. Vol. 62. є 15. P. 9973–9976.
4. *Байдаровцев Ю. П., Савенков Г. Н., Тарасенко В. А.* Метод определения прочностных характеристик ультратонких слоев // Высокомолекулярные соединения, серия А. 1999. Vol. 41. є 8. P. 1302–1307.
5. *Кривцов А. М., Морозов Н. Ф.* Аномалии механических характеристик наноразмерных объектов // ДАН. 2001. Т. 381. є 3. С. 825–827.
6. *Иванова Е. А., Кривцов А. М., Морозов Н. Ф.* Особенности расчета изгибной жесткости нанокристаллов // ДАН. 2002. Т. 385. є 4. С. 1–3.
7. *Работнов Ю. Н.* Механика деформируемого твердого тела. М.: 1988. 712 с.
8. *Forward R. L.* Wideband laser-interferometer gravitational-radiation experiment // Phys. Rev. D. 1978. Vol. 17. P. 379–390.
9. *Stepanov S. I.* Adaptive interferometry: a new area of applications of photorefractive crystals // in International Trends in Optics, ed. by J.Goodman, Academic. 1991. P. 124–140.
10. *Stepanov S. I., Sokolov I. A.* (invited) Adaptive interferometers using photorefractive crystals. IEEE Proc. of Second International Conference on Holographic Systems, Components and Applications, (Institution of Electrical Engineers, London, U.K., 1989) 1989. Vol. 311. P. 95–100.
11. *Stepanov S. I.* Applications of photorefractive crystals // Reports on Progress in Physics. 1994. Vol. 57. P. 39–116.
12. *Petrov M. P., Sokolov I. A., Stepanov S. I., Trofimov G. S.* Non-steady-state photo-electromotive force induced by dynamic gratings in partially compensated photoconductors // J. Appl. Phys. 1990. Vol. 68. P. 2216–2225.
13. *Stepanov S.* Photo-ElectroMotiveForce Effect in Semiconductors. Handbook of Advanced Electronic and Photonic Materials / ed. H.S.Nalwa. Academic Press, 2000. Vol. 2. P. 205–272.
14. *Marshall R. H., Sokolov I. A., Ning Y. N., Palmer A. W., Grattan K. T. V.* Photoelectromotive force crystals for interferometric measurement of vibrational response // Meas. Sci. Technol. 1996. Vol. 7. P. 1683–1686.
15. *Sokolov I. A.* Adaptive photodetectors: novel approach for vibration measurements // Measurement. 2000. Vol. 27. P. 13–19.
16. *Dewhurst R. J., Shan Q.* Optical remote measurement of ultrasound // Meas. Sci. Technol. 1999. Vol. 10. P. R139–R168.
17. *Servagent N., Bosch T., Lescure M.* A laser displacement sensor using the self-mixing effect for modal analysis and defect detection // IEEE Trans. on Instrum. and Meas. 1997. Vol. 46. P. 847.

Статья поступила 4 марта 2005 г.
Санкт-Петербургский государственный университет
Санкт-Петербургский государственный технический университет
Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе (Санкт-Петербург)