

УДК 521.17, 521.18, 523.44

**ПРИЛОЖЕНИЕ МЕТРИК ПРОСТРАНСТВА КЕПЛЕРОВЫХ ОРБИТ  
ДЛЯ ПОИСКА АСТЕРОИДОВ НА БЛИЗКИХ ОРБИТАХ****Кузнецов Э. Д., Сафронова В. С.****USING OF METRICS IN THE SPACE OF ORBITS TO SEARCHING FOR ASTEROIDS  
ON CLOSE ORBITS**

Kuznetsov E. D., Safronova V. S.

Ural Federal University, Ekaterinburg, 620000, Russia

e-mail: eduard.kuznetsov@urfu.ru

*Abstract.* Dynamical evolution of asteroids on close orbits is considered. Metrics in spaces of Keplerian orbits are employed to consider two problems. The first problem is searching for asteroids on close orbits. The second one is application of the metric for asteroid families identification. All 735 085 orbits contained in MPC data base on 8.07.2017 were used to search for asteroids on close orbits. Two metrics in spaces of Keplerian orbits are employed. The first metric defines distance between two orbits in five-dimensional space of Keplerian orbits. The second metric defines distance in three-dimensional factor-space of positional elements. To cut down number of possible pairs we imposed additional restriction. If both differences between perihelion distances of asteroid orbits and between aphelion distances ones were more than 1 a.u. then the metrics were not estimated. Modelling dynamical evolution was made in JPL's HORIZONS system. Interval of simulation was 100 and 900 years. Investigation a possibility of using the metric in three-dimensional factor-space for asteroid families identification was carried out. Proper elements were taken from Asteroids Dynamics Site. Maximal value of the metric for members of the family depends on the asteroid families. The metrics are minimal for the families (606) Brangane, (396) Aeolia, (53546) 2000 BY6 and the metrics are maximal for the families (28804) 2000 HC81, (8905) Bankakuko, (5) Astraea.

*Keywords:* asteroids, space of Keplerian orbits, metric, numerical integration of orbits, asteroid's families, osculating elements, proper elements.

**Введение**

В настоящее время количество известных астероидов приближается к 750 тысячам, а нумерованных — к 500 тысячам. В среднем каждые сутки открывается нескольких десятков новых астероидов и это число возрастает с каждым годом.

Исследование орбитальной эволюции астероидов на близких орбитах представляет особый интерес, поскольку имеется возможность обнаружить в прошлом или предсказать в будущем сближения астероидов, которые могут сопровождаться соударением и существенными изменениями орбит.

Сведения об астероидах на близких орбитах важны при решении широкого круга задач: отождествление астероидов, выделение семейств астероидов, поиск пар астероидов,

испытывавших соударение или распад двойной системы и т.д.

В данной работе для поиска астероидов на близких орбитах применяются метрики пространства кеплеровых орбит, предложенные К. В. Холшевниковым [1–3].

Следуя традиции — давать названия «критериям» (функциям для оценки расстояния между орбитами) по именам авторов (Саутворт, Хокинз, Драммонд, ...) — будем называть метрики, введенные в работах [1–3], метриками Холшевникова.

**1. Метрики Холшевникова  
пространства кеплеровых орбит**

В работе [2] предложены метрики в пятимерном пространстве кеплеровых орбит, определяемом элементами: большая полуось

Кузнецов Эдуард Дмитриевич, д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой астрономии, геодезии и мониторинга окружающей среды Уральского федерального университета; e-mail: eduard.kuznetsov@urfu.ru.

Сафронова Виктория Сергеевна, аспирант кафедры астрономии, геодезии и мониторинга окружающей среды Уральского федерального университета; e-mail: vika483@bk.ru.

Работа выполнена при поддержке постановления № 211 Правительства Российской Федерации (контракт № 02.A03.21.0006) и Министерства образования и науки Российской Федерации (базовая часть государственного задания, РК № АААА-А17-117030310283-7).

Таблица 1. Астероиды на близких орбитах

$\varrho$ , (а.е.) <sup>1/2</sup>	$\varrho_3$ , (а.е.) <sup>1/2</sup>	$\varrho^2$ , км	$\varrho_3^2$ , км	Астероиды		Семейство
0,000036	0,000011	0,12	0,02	(63440) 2001 MD30	(331933) 2004 TV14	(434) Hungaria
0,000040	0,000034	0,23	0,17	(355258) 2007 LY4	(404118) 2013 AF40	
0,000069	0,000063	0,71	0,60	(229401) 2005 SU152	2005 UY97	(1547) Nele
0,000080	0,000070	0,95	0,72	(21436) Chaoyichi	(334916) 2003 YK39	
0,000168	0,000155	4,2	3,6	(53576) 2000 CS47	(421781) 2014 QG22	
0,000239	0,000226	8,6	7,6	(180906) 2005 KB6	(217266) 2003 YR67	
0,000265	0,000075	10,5	0,83	(11842) Kap'bos	(436415) 2011 AW46	
0,000292	0,000270	12,7	10,9	(87887) 2000 SS286	(415992) 2002 AT49	(93) Minerva
0,000296	0,000110	13,2	1,8	(88259) 2001 HJ7	(337181) 1999 VA117	
0,000373	0,000287	20,8	12,3	(441762) 2009 CD39	(465401) 2008 GS110	

$a$ , эксцентриситет  $e$ , наклон  $i$ , аргумент перигентра  $g$ , долгота восходящего узла  $\Omega$ , и в трехмерном фактор-пространстве позиционных элементов  $a$ ,  $e$ ,  $i$ .

Метрика Холшевникова  $\varrho$  в пятимерном пространстве кеплеровых орбит определяется следующим образом [2]:

$$\varrho^2 = (1 + e_1^2)p_1 + (1 + e_2^2)p_2 - 2\sqrt{p_1 p_2}(\cos I + e_1 e_2 \cos P), \quad (1.1)$$

где индексы 1 и 2 указывают элементы орбит первого и второго тела,  $p$  — фокальный параметр,

$$\cos I = c_1 c_2 + s_1 s_2 \cos \Delta,$$

$$c = \cos i, \quad s = \sin i, \quad \Delta = \Omega_1 - \Omega_2,$$

$$\begin{aligned} \cos P = & s_1 s_2 \sin g_1 \sin g_2 + \\ & + (\cos g_1 \cos g_2 + c_1 c_2 \sin g_1 \sin g_2) \cos \Delta + \\ & + (c_2 \cos g_1 \sin g_2 - c_1 \sin g_1 \cos g_2) \sin \Delta. \end{aligned}$$

Метрика  $\varrho$  используется для определения расстояния между орбитами, заданными на некоторую эпоху.

Метрика Холшевникова  $\varrho_3$  в фактор-пространстве, в котором игнорируются узлы и перигентры [2]

$$\varrho_3^2 = (1 + e_1^2)p_1 + (1 + e_2^2)p_2 - 2\sqrt{p_1 p_2}\{e_1 e_2 + \cos(i_1 - i_2)\}, \quad (1.2)$$

применяется для оценки минимального расстояния между орбитами при всех возможных положениях линий апсид и линий узлов.

## 2. Поиск астероидов на близких орбитах

Для поиска близких орбит использовались метрики Холшевникова  $\varrho$  (1.1) и  $\varrho_3$  (1.2). Метрики рассчитывались на основе данных Международного центра малых планет (МЦМП, MPC) [5] по состоянию на 8 июля 2017 г. База данных МЦМП содержала элементы орбит 735 085 астероидов, среди которых 495 827 нумерованных. Метрики не вычислялись для пар астероидов, орбиты которых заведомо не могут быть близки. В качестве критерия использовали условие, что одновременно выполняются оба неравенства:

$$|r_{\pi 1} - r_{\pi 2}| > 1 \text{ а.е.}, \quad |r_{a 1} - r_{a 2}| > 1 \text{ а.е.}$$

Здесь  $r_{\pi}$ ,  $r_a$  — расстояния в перигентре и апоцентре соответственно.

В табл. 1 приведены сведения о парах астероидов, для орбит которых метрика  $\varrho$  не превышает значения  $0.0005$  (а.е.)<sup>1/2</sup>. В табл. 1 даны: значения метрик  $\varrho$  и  $\varrho_3$ , выраженные в (а.е.)<sup>1/2</sup>; квадраты метрик  $\varrho$  и  $\varrho_3$ , выраженные в км; обозначения астероидов и названия семейств, если астероиды являются их членами. Отметим, что значения метрики  $\varrho_3$  не превышают  $\varrho$ , а в некоторых случаях —

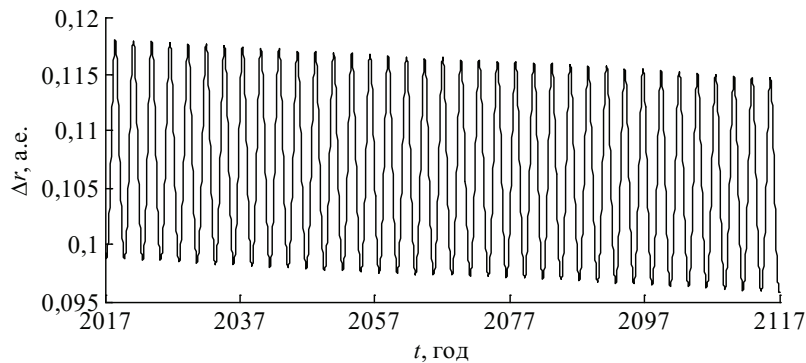
Рис. 1. Эволюция расстояния  $\Delta r$  между астероидами (63440) 2001 MD30 и (331933) 2004 TV14

Таблица 2. Абсолютная звездная величина и элементы орбит астероидов

Параметр	(63440) 2001 MD30	(331933) 2004 TV14
$H$ , зв. вел.	15,2	17,6
$a$ , а.е.	1,9379703	1,9379513
$e$	0,0885717	0,0885779
$i$ , град.	19,98882	19,98884
$\Omega$ , град.	229,45897	229,45844
$g$ , град.	205,61711	205,63365
$M_0$ , град.	251,57886	248,36894
$T_0$	04.09.2017	04.09.2017

существенно меньше значений  $\varrho$ , т.к. соответствуют такой взаимной ориентации орбит по узлам и перицентрам, при которой значение метрики минимально.

Близость орбит астероидов не является достаточным условием сближения астероидов в пространстве. С помощью системы HORIZONS JPL [6] было выполнено моделирование движения астероидов, входящих в пары, с целью исследования закономерностей изменения со временем расстояния  $\Delta r$  между астероидами и метрик  $\varrho$  и  $\varrho_3$ . В качестве примера приведем несколько характерных графиков.

На рис. 1 показана эволюция расстояния между астероидами (63440) 2001 MD30 и (331933) 2004 TV14 на интервале времени 100 лет. Расстояние вековым образом уменьшается вследствие разности средних движений, определяемой небольшой разностью больших полуосей орбит (табл. 2).

На рис. 2 показана эволюция расстояний  $\varrho^2$  и  $\varrho_3^2$  между орбитами астероидов (63440) 2001 MD30 и (331933) 2004 TV14 на интервале времени 100 лет. Расстояния  $\varrho^2$  и  $\varrho_3^2$  между орбитами астероидов изменяются на несколько порядков (рис. 2):  $1 < \varrho^2 < 100$  км,

$0,1 < \varrho_3^2 < 100$  км; в то время, как расстояние между астероидами изменяется в небольших пределах (рис. 1):  $0,093 < \Delta r < 0,118$  а.е., оставаясь много большим, чем максимальное расстояние между орбитами.

Исследование долгопериодической орбитальной эволюции астероидов, имеющих размеры менее 30–40 км в диаметре требует учета эффекта Ярковского [4]. Для оценки диаметров  $D$  астероидов (63440) 2001 MD30 и (331933) 2004 TV14 по данным об абсолютной звездной величине  $H$  и альбедо  $p$  в полосе  $V$  используем формулу [7]

$$\lg D = 3,122 - 0,5 \lg p - 0,2H. \quad (2.1)$$

Для астероидов семейства (434) Hungaria характерное значение альбедо  $0,4 < p < 0,5$  [8]. Используя абсолютные звездные величины  $H$  из табл. 2, по формуле (2.1) получаем оценки диаметров:  $D = 1,7 - 1,9$  км для астероида (63440) 2001 MD30 и  $D = 570 - 630$  м для (331933) 2004 TV14. Таким образом, долгосрочную орбитальную эволюцию пары астероидов (63440) 2001 MD30 и (331933) 2004 TV14 надежно предсказать без учета эффекта Ярковского невозможно.

Характерные значения модуля вековых возмущений большой полуоси, обусловлен-

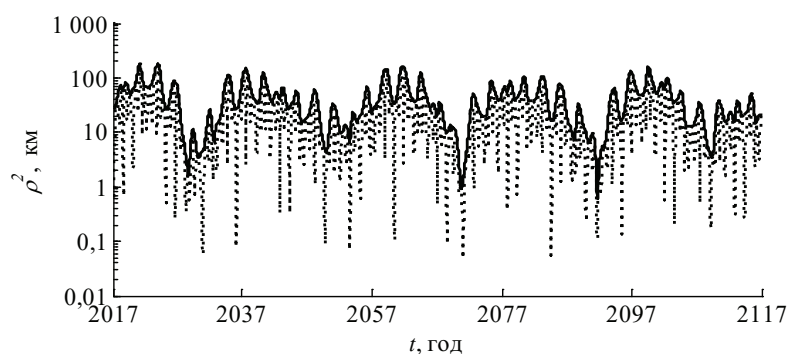


Рис. 2. Эволюция расстояний  $\rho^2$  (сплошная линия) и  $\rho_3^2$  (штриховая линия) между орбитами астероидов (63440) 2001 MD30 и (331933) 2004 TV14 со временем

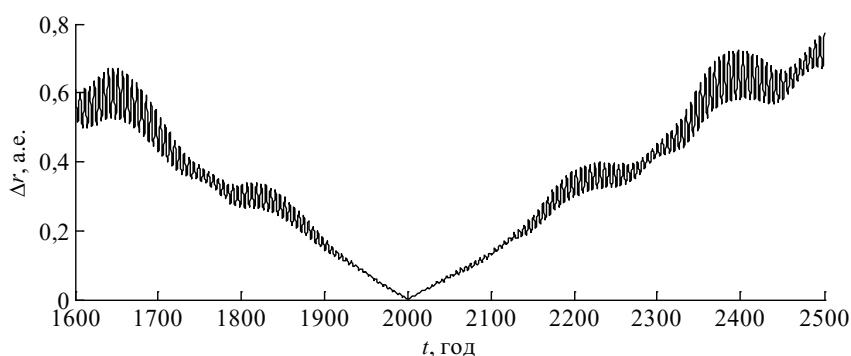


Рис. 3. Эволюция расстояния  $\Delta r$  между астероидами 2000 СК143 и 2017 ВС56

ных эффектом Ярковского, составляют от 0,0001 до 0,01 а.е./ (млн лет) [4].

Одной из особенностей эффекта Ярковского является то, что знак вековых возмущений большой полуоси орбиты зависит от направления осевого вращения астероида. Прямое направление осевого вращения астероида приводит к увеличению большой полуоси орбиты, обратное — к уменьшению.

Таким образом, для всех пар (табл. 1), включающих астероиды с диаметрами менее 30–40 км, для надежного исследования орбитальной эволюции требуется учитывать эффект Ярковского. Исключением являются пары, в которых оба астероида являются одним и тем же объектом. Такие пары имеют характерные зависимости расстояния между астероидами  $\Delta r$  от времени (рис. 3), обращающиеся в нуль в окрестности современной эпохи. Они представляют интерес для проведения позиционных наблюдений с целью получения точных элементов орбит и решения вопроса об их идентичности.

На момент написания статьи вопрос об отождествлении астероидов 2000 СК143 и

2017 ВС56 (рис. 3) не решен. Если это действительно два разных астероида, то в момент сближения во второй половине января 2000 г. минимальное расстояние между ними составляло 132 500 км. Возможно, что в прошлом эти два астероида составляли один объект, который был разрушен под влиянием YORP-эффекта [4], или представляли собой двойной астероид, который распался под влиянием BYORP-эффекта [4]. Для того, чтобы подтвердить или опровергнуть эти сценарии требуется проведение дополнительных наблюдений как позиционных, так и фотометрических, с последующим исследованием динамической эволюции численным методом с учетом эффекта Ярковского.

### 3. Определение параметров, необходимых для учета эффекта Ярковского

Для исследования орбитальной эволюции астероидов, движущихся по близким орбитам, требуются дополнительные наблюдения — не только позиционные, но и фотометрические. Именно фотометрические наблюдения позво-

Таблица 3. Максимальное значение метрики Холшевникова  $q_3$  между всеми возможными парами орбит в семействе астероидов

Главный астероид семейства	$q_{3max}, (a.e.)^{1/2}$	
	Собственные элементы	Оскулирующие элементы
(606) Brangane	0,0076	0,154
(396) Aeolia	0,0125	0,148
(53546) 2000 BY6	0,0127	0,182
(302) Clarissa	0,0129	0,129
(32418) 2000 RD33	0,0129	0,173
(1189) Terentia	0,0136	0,150
(7468) Anfimov	0,0143	0,136
(21344) 1997 EM	0,0147	0,145
(3811) Karma	0,0148	0,140
...	...	...
(158) Koronis	0,162	0,238
(25315) 1999 AZ8	0,184	0,233
(15) Eunomia	0,207	0,260
(4945) Ikenozenni	0,207	0,248
(221) Eos	0,219	0,302
(3110) Wagman	0,244	0,292
(28804) 2000 HC81	0,271	0,301
(8905) Bankakuko	0,281	0,289
(5) Astraea	0,435	0,449

ляют определить параметры, которые необходимы для корректного учета эффекта Ярковского.

В Коуровской астрономической обсерватории УрФУ начата программа фотометрических наблюдений астероидов, движущихся по близким орбитам. Программа наблюдений предполагает определение точных кривых блеска до и после оппозиции, что позволит определить направление осевого вращения. Решение точных кривых блеска также даст информацию о положении оси вращения астероида.

В программу наблюдений включены все астероиды табл. 1, доступные наблюдениям в Коуровской астрономической обсерватории.

#### 4. Оценки метрики Холшевникова $q_3$ для орбит астероидов, входящих в семейства

Оценка метрики для астероидов, принадлежащих одному семейству, представляет интерес с точки зрения выработки критериев, которые можно использовать в качестве необходимого условия принадлежности вновь открытых астероидов к семействам. Эти критерии будут разными, и они будут определяться для конкретного семейства, т. к. диспер-

сия элементов орбит астероидов, влияющая на оценку максимального значения метрики, для входящих в семейство астероидов зависит от возраста семейства и его динамической истории.

Исследование возможности применения метрики Холшевникова  $q_3$  для выделения астероидов, входящих в семейства, выполнялось с использованием собственных элементов орбит [9]. Собственные элементы орбит были взяты из базы данных AstDyS [10]. В базе данных AstDyS приводятся сведения о 124 семействах, среди которых для 84 семейств были определены собственные элементы орбит астероидов.

Максимальные значения метрики  $q_{3max}$ , полученные в результате сравнения всех метрик  $q_3$  между всеми возможными парами орбит астероидов, входящих в семейство, даны в табл. 3. За недостатком места в табл. 3 приведены только по 9 примеров наименьших и наибольших расстояний. В первом столбце указан номер главного астероида семейства, во втором и третьем столбцах — значения метрики  $q_{3max}$ , определенные по собственным и оскулирующим элементам, соответственно. Хотя для формирования критерия принадлежности астероида к семейству собственные

элементы орбиты предпочтительнее, в табл. 3 также приведены значения, полученные по оскулирующим элементам. Это позволяет оценить неопределенность, которую можно получить при использовании оскулирующих элементов, т. к. эти элементы получить проще, чем собственные. В табл. 3 указаны семейства астероидов с наименьшими и наибольшими значениями  $Q_{3max}$ , определенными по собственным элементам, и отсортированы по возрастанью.

Большинство значений  $Q_{3max}$ , определенных по собственным элементам, меньше  $0,29 \text{ (a.e.)}^{1/2}$ , а максимальное значение метрики  $Q_{3max}$  составляет  $0,44 \text{ (a.e.)}^{1/2}$  для семейства (5) Astraea. Большинство значений  $Q_{3max}$ , определенных по оскулирующим элементам, меньше  $0,30 \text{ (a.e.)}^{1/2}$ , а максимальное значение метрики  $Q_{3max}$  составляет  $0,45 \text{ (a.e.)}^{1/2}$  для семейства (5) Astraea.

Для малых  $Q_{3max}$  значения, полученные с использованием собственных и оскулирующих элементов различаются на порядок и более. При увеличении значений  $Q_{3max}$ , вычисленных по собственным элементам, отличие от оценок, полученных по оскулирующим элементам, сокращается, и значения  $Q_{3max}$ , полученные по собственным и оскулирующим элементам становятся величинами одного порядка.

Значения  $Q_{3max}$  минимальны для семейств (606) Brangane, (396) Aeolia, (53546) 2000 BY6 и максимальны для семейств (28804) 2000 HC81, (8905) Bankakuko, (5) Astraea.

### Заключение

На основе метрик Холшевникова пространства кеплеровых орбит получены оценки минимальных расстояний между орбитами астероидов. Показано, что для детального анализа орбитальной эволюции этих объектов требуется учет эффекта Ярковского. Предложена программа фотометрических наблюдений астероидов, движущихся по близким орбитам, с целью определения параметров, необходимых для корректного учета эффекта Ярковского.

Выполнен анализ возможности применения метрики Холшевникова  $Q_3$  при выявлении членов семейств астероидов. Проведена оценка максимальных значений метрики  $Q_{3max}$  для 84 семейств по собственным и по оскулирующим элементам орбит. Значения метрики  $Q_{3max}$  можно использовать в качестве критерия необходимого условия для от-

несения астероида к семейству. Данный критерий может использоваться как первый шаг в выделении семейств, позволяющий отбирать астероиды для более детального анализа.

### Литература

1. Холшевников К. В. О метриках в пространствах кеплеровских орбит // Физика Космоса: Тр. 45-й Международ. студ. науч. конф., Екатеринбург, 1–5 февр. 2016 г. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2016. С. 168–184.
2. Kholshchevnikov K. V., Kokhirova G. I., Babadzhanov P. B., Khamroev U. H. Metrics in the space of orbits and their application to searching for celestial objects of common origin // Mon. Not. R. Astron. Soc. 2016. Vol. 25. P. 2275–2283. doi: 10.1093/mnras/stw1712
3. Кохирова Г. И., Бабаджанов П. Б., Хамроев У. Х., Холшевников К. В., Миланов Д. В. Поиск небесных тел общего происхождения: метрический подход // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2017. В печати.
4. Vokrouhlicky D., Bottke W. F., Chesley S. R., Scheeres D. J., Statler T. S. The Yarkovsky and YORP effects // Asteroids IV / Eds. P. Michel, F. E. DeMeo, W. F. Bottke. Tucson: University of Arizona Press, 2015. P. 509–531. doi: 10.2458/azu\_uapress\_9780816532131-ch027
5. Minor Planet Center [Электронный ресурс]. URL: <http://www.minorplanetcenter.net/> (дата обращения: 30.10.2017)
6. HORIZONS Web-Interface [Электронный ресурс]. URL: <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi#top> (дата обращения: 30.10.2017)
7. Астероидно-кометная опасность: вчера, сегодня, завтра / Под ред. Б.М. Шустов, Л.В. Рыжкова. М.: Физматлит, 2010. 383 с.
8. Masiero J. R., DeMeo F. E., Kasuga T., Parker A. H. Asteroid family physical properties // Asteroids IV / Eds. P. Michel, F. E. DeMeo, W. F. Bottke. Tucson: University of Arizona Press, 2015. P. 509–531. doi: 10.2458/azu\_uapress\_9780816532131-ch017
9. Milani A., Knezevic Z. Asteroid mean elements: higher order and iterative theories // Celest. Mech. Dyn. Astr. 1998. Vol. 71. P. 55–78. doi: 10.1023/A:1008315029975
10. Asteroids Dynamic Site [Электронный ресурс]. URL: <http://hamilton.dm.unipi.it/astdys> (дата обращения: 30.10.2017)

### References

1. Kholshchevnikov K. V. O metriках v prostranstvakh keplerovskikh orbit [On metrics in the space of Keplerian orbits]. In: *Fizika kosmosa: Trudy 45 Mezhdunarodnoj studencheskoj nauch-*

- noj konferentsii, Ekaterinburg, 1–5 fevralya 2016 g.* [Physics of space: Proceedings of 45<sup>th</sup> International student scientific conference, Ekaterinburg, 1–5 February 2016], Ekaterinburg, Ural University Press, 2016, pp. 168–184. (In Russian)
2. Kholshchevnikov K.V., Kokhirova G.I., Babadzhanov P.B., Khamroev U.H. Metrics in the space of orbits and their application to searching for celestial objects of common origin. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 2016, vol. 25, pp. 2275–2283. doi: 10.1093/mnras/stw1712
  3. Kokhirova G.I., Babadzhanov P.B., Khamroev U.H., Kholshchevnikov K.V., Milanov D.V. *Poisk nebesnykh tel obshchego proiskhozhdeniya: metricheskij podkhod* [Search of celestial bodies of common origin: metrical approach]. *Ekologicheskij vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva* [Ecological bulletin of research centers of the Black Sea economic cooperation], 2017, Preprint. (In Russian)
  4. Vokrouhlicky D., Bottke W.F., Chesley S.R., Scheeres D.J., Statler T.S. The Yarkovsky and YORP effects. Michel P., DeMeo F.E., Bottke W.F. (eds.) *Asteroids IV*. Tucson, University of Arizona Press, 2015, pp. 509–531. doi: 10.2458/azu\_uapress\_9780816532131-ch027
  5. Minor Planet Center. URL: <http://www.minorplanetcenter.net>
  6. HORIZONS Web-Interface. URL: <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi#top>
  7. Shustov B.M., Rykhlova L.V. (eds.) *Asteroidno-kometnaya opasnost': vchera, segodnya, zavtra* [Asteroid-Comet Impact Hazard: Past, Today, and Tomorrow]. Moscow, Fizmatlit, 2010. 383 p. (In Russian).
  8. Masiero J.R., DeMeo F.E., Kasuga T., Parker A.H. Asteroid family physical properties. Michel P., DeMeo F.E., Bottke W.F. (eds.) *Asteroids IV*. Tucson, University of Arizona Press, 2015, pp. 509–531. doi: 10.2458/azu\_uapress\_9780816532131-ch017
  9. Milani A., Knezevic Z. Asteroid mean elements: higher order and iterative theories. *Celest. Mech. Dyn. Astr.*, 1998, vol. 71, pp. 55–78. doi: 10.1023/A:1008315029975
  10. Asteroids Dynamic Site. URL: <http://hamilton.dm.unipi.it/astdys>

---

© Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества, 2017

© Кузнецов Э. Д., Сафронова В. С., 2017

Статья поступила 31 октября 2017 г.