

УДК 521.1+629.78

## ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ТРАЕКТОРИЙ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ДЛЯ ЭКСПЕДИЦИИ ЗЕМЛЯ – АПОФИС – ЗЕМЛЯ

Лан Аньци, Ивашкин В. В.

### AN ANALYSIS OF SPACE TRAJECTORIES CHARACTERISTICS FOR THE EARTH–APOPHIS–EARTH MISSION

Lang Anqi\*, Ivashkin V.V.\*\*

\* Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

\*\* Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences, Moscow, 125047, Russia  
e-mail: ivashkin@keldysh.ru

*Abstract.* The spacecraft trajectories for the Earth – Apophis – Earth space expedition with the flight to asteroid Apophis, staying there for some time and the following return to the Earth are studied in the paper. Optimal trajectories (with maximum useful mass) and their characteristics for the flights during 2019–2022 years using the existing high thrust engines, with the total flight duration up to two years, are determined and investigated. It is shown that there is principal possibility of implementing the Earth – Apophis – Earth space expedition based on the launch vehicles “Soyuz-FG”, “Soyuz-2”, “Zenit” and the upper stage “Fregat”.

The SC motion around the asteroid is investigated for the main SC and for a mini-satellite with radio-device taking into account three perturbations: the gravitational effects of far celestial bodies (Sun, Earth, Moon, Venus, and Jupiter), non-spherical structure of Apophis and solar radiation pressure. It was shown that it is possible to choose such orbits of the main SC and the mini-probe that their motions will be stable for long enough time. In particular, it is possible to have stable motion of the mini-probe during about several years (for instance, from 2020 till approach to the Earth in 2029).

*Keywords:* asteroid Apophis, space mission Earth – Apophis – Earth, high thrust engines, optimal space trajectories, orbital motion, Apophis artificial satellite, solar radiation pressure, the asteroid’s nonsphericity, lifetime of satellite

### Введение

Астероид 99942 Апофис, обнаруженный в 2004 г., в нынешнем столетии имеет несколько сближений с Землей, причем в 2029 году он пролетит от центра Земли на расстоянии лишь около 38 тыс. км — ближе, чем орбиты геостационарных спутников. Малые случайные изменения его орбиты могут в последующем привести к столкновению с Землей. Поэтому изучение Апофиса представляет особый интерес с точки зрения астероидно-кометной опасности.

Для задач оценки и предотвращения угрозы Земле от околоземного астероида перво-степенное значение имеет хорошее знание его орбиты, физических и химических характеристик (масса, форма, вращение, состав и т.д.).

Один из подходов к получению достаточно точных данных по астероиду заключается в использовании искусственного спутника (ИС) астероида для проведения детального наблюдения и уточнения орбиты астероида с помощью измерений сигналов установленного в КА радиомаяка [1]. НПО им. Лавочкина разрабатывает проект полета к Апофису, главной целью которого является выполнение исследований Апофиса и установка радиомаяка на спутнике астероида в пространстве вблизи него с целью проведения более точного измерения его орбиты. Для реализации такого проекта надо решить задачу исследования эволюции орбиты КА как ИС астероида Апофис. Особенный интерес представляет «время жизни» КА на орбите ИС Апофиса [2]. Кроме

Лан Аньци, аспирантка кафедры динамики и управления полетом ракет и космических аппаратов Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана; e-mail: seatu\_angel@126.com.

Ивашкин Вячеслав Васильевич, д-р физ.-мат. наук, профессор, главный научный сотрудник Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, отдел механики космического полета и управления движением; профессор кафедры динамики и управления полетом ракет и космических аппаратов Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана; e-mail: Ivashkin@keldysh.ru.

того, чтобы лучше изучить состав вещества астероида в лабораторных земных условиях, надо доставить образцы грунта астероида на Землю, что является актуальной задачей для современной науки [3, 4]. Поэтому данная работа, развивая проект НПО им. С.А. Лавочкина, посвящена исследованию баллистико-траекторных характеристик экспедиции к потенциально опасному астероиду Апофис с возвратом к Земле для изучения этого астероида и уменьшения астероидной опасности. Поставлены следующие задачи:

1) определение и анализ оптимальных по максимуму полезной массы КА траекторий для экспедиции Земля–Апофис–Земля (З–А–З) с ДУ «большой тяги»;

2) анализ пассивного орбитального движения КА и мини-аппарата с радиомаяком около астероида Апофис с учетом возмущений от притяжения небесных тел, несферичности астероида и давления Солнечного света;

3) анализ возможности создания стабильных орбит спутника астероида Апофис с длительным временем жизни для решения научно-исследовательских задач и обеспечения оптимального времени ожидания КА у Апофиса.

### 1. Рассмотренная схема экспедиции Земля–Апофис–Земля

Полагаем, что ракета-носитель (РН) выводит КА с разгонным блоком (РБ) «Фрегат» на опорную орбиту ИСЗ высотой 200 км. Спустя некоторое время пассивного движения по данной орбите, в момент  $t_0$  производится выведение КА на траекторию полета к Апофису — с помощью РБ. Затем РБ отделяется от КА, и в момент  $t_1$  КА выходит из сферы действия Земли. Дальнейшие маневры осуществляются с помощью второй двигательной установки большой тяги ДУ2. После достижения Апофиса в момент  $t_2$ , КА переводится на круговую орбиту спутника астероида высотой около 500 м для наблюдения и дистанционных исследований Апофиса в течение некоторого времени  $\Delta t_{23}$ . В течение этого времени возможны еще посадка на поверхность астероида, взятие образцов его грунта и другие исследования. Кроме того, после специальных маневров от основного КА отделяется и оставляется на некоторой орбите спутника астероида мини-аппарат с радиомаяком, который должен двигаться вокруг Апофиса в течение нескольких лет. Потом, в момент  $t_3$  КА разгоняется и переходит на траекторию возвращения к Земле. В момент

$t_4$  КА подлетает к Земле. По возвращении к Земле спускаемый аппарат, несущий капсулу с образцами, отделяется от КА и совершает вход в атмосферу Земли, торможение, посадку. Эти последние операции здесь не рассматриваются.

### 2. Исследование оптимальных по максимуму полезной массе траекторий КА для экспедиции Земля–Апофис–Земля

Задача решается в два этапа. На первом этапе гелиоцентрические траектории перелета КА Земля–Апофис и Апофис–Земля определяются с помощью решения задачи Эйлера–Ламберта в кеплеровском поле, в импульсной постановке, в модели точечных сфер действия. Нестандартность задачи заключается в следующем:

1. Исследуются не только траектории полета КА от Земли до астероида, но и траектории возвращения к Земле.

2. В качестве критерия оптимизации выбирается максимум полезной массы КА экспедиции:  $m_p \rightarrow \max$ .

3. Полезная масса КА (конечная масса  $m_f$  минус масса двигательной установки ДУ2) определяется с учетом отделяемых масс РБ «Фрегат» и ДУ2.

4. Скорости истечения газов из двигательных установок РБ «Фрегат» и ДУ2 различны.

В качестве основной задачи оптимизации траекторий перелета КА для экспедиции З–А–З для заданных времен  $\Delta t_{\Sigma} = t_4 - t_1$ , и  $\Delta t_{23} = t_3 - t_2$ , оптимизируются время  $t_1$ , и время  $\Delta t_{12} = t_2 - t_1$  так, чтобы полезная масса достигла максимума. Эта постановка близка к [5]. Кроме того, рассматриваются и некоторые дополнительные задачи: 1) при заданном времени  $\Delta t_{23}$ , оптимизируются  $t_1$ ,  $\Delta t_{12}$ , и  $\Delta t_{\Sigma}$  так, чтобы  $m_p \rightarrow \max$ ; 2) при заданном времени  $\Delta t_{\Sigma}$ , оптимизируются  $t_1$ ,  $\Delta t_{12}$ , и  $\Delta t_{23}$  так, чтобы  $m_p \rightarrow \max$ ; 3) с учетом условия  $\Delta t_{\Sigma} \leq 2$  года, оптимизируются  $\Delta t_{\Sigma}$ ,  $t_1$ ,  $\Delta t_{12}$ , и  $\Delta t_{23}$  так, чтобы  $m_p \rightarrow \max$ .

Для поиска оптимальных траекторий с максимальной полезной массой КА в рамках модели точечных сфер действия сначала используются прямые методы оптимизации. Метод И.М. Соболя с точками ЛП<sub>τ</sub> — последовательностей, которые очень равномерно распространены в пространстве зондирования [6], дает возможность найти область, где расположен глобальный оптимум. Запуск генетического алгоритма (ГА) в этой области

позволяет уточнить оптимум с точностью в граничных временах  $t_1, t_2, t_3, t_4$  до суток. Для реализации простого ГА используются следующие основные операторы: рулеточный отбор для выбора «родителей»; однокочечный кроссинговер с вероятностью  $P_c = 0,8$ ; однокочечная мутация с вероятностью  $P_m = 0,01$  и элитарный отбор «особей» в следующее поколение. Также применены методы градиентного спуска и прямого перебора для проверки и контроля процесса.

После того, как определены оптимальные гелиоцентрические траектории перелета КА в импульсной постановке, в упрощенной модели точечных сфер действия и движения в кеплеровском гелиоцентрическом гравитационном поле, — их проверяем на выполнение необходимых условий оптимальности с помощью сопряженных функций для функционала максимума полезной массы КА. Здесь впервые получены выражения базис-вектора (сопряженного к скорости КА вектора) в граничные времена  $t_1, t_2, t_3, t_4$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_1 &= \lambda_v(t_1) = \\ &= \frac{c_2 m(t_0) \mu_1}{c_1 m_f} \left( \mu_2 \mu_3 - \frac{a_{T2}}{1 + a_{T2}} \right) \frac{\mathbf{V}_{\infty 1}}{V_{p1}}, \\ \mathbf{p}_2 &= \lambda_v(t_2) = -\frac{\mathbf{V}_{\infty 2}}{V_{\infty 2}}, \\ \mathbf{p}_3 &= \lambda_v(t_3) = \frac{\mathbf{V}_{\infty 3}}{V_{\infty 3}}, \\ \mathbf{p}_4 &= \lambda_v(t_4) = 0. \end{aligned}$$

Здесь  $m(t_0)$  — начальная масса КА на орбите ИСЗ;  $c_1, c_2$  — скорость истечения газов из разгонного блока «Фрегат» и ДУ2;  $\mu_1 = e^{-\Delta V_1/c_1}$ ;  $\mu_2 = e^{-\Delta V_2/c_2}$ ;  $\mu_3 = e^{-\Delta V_3/c_2}$ ;  $a_{T2}$  — коэффициент топлива при определении массы топливных баков в ДУ2;  $V_{p1} = \sqrt{V_{\infty 1}^2 + 2\mu_E/r_0}$  — величина скорости в перигее гиперболической орбиты отлёта от Земли;  $\mathbf{V}_{\infty i}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) — скорости «на бесконечности»;  $\Delta V_1, \Delta V_2, \Delta V_3$  — требуемые импульсы скорости для перелета; притяжение Апофиса для простоты не учитывается. На основе этих граничных векторов и векторов состояния КА можно определить изменение базис-вектора на всей траектории с помощью переходной матрицы [7]. Если условие  $p(t) = |\mathbf{p}(t)| \leq 1$  не выполняется на некотором участке траектории, то данную траекторию можно улучшить за счёт введения дополнительных импульсов или вариации граничных времён [8].

На втором этапе уточняются характеристики полученных оптимальных траекторий. С учетом возмущений при движении КА, эфемерид для определения координат Земли и астероида проводится уточнение этих траекторий — численным интегрированием системы дифференциальных уравнений движения КА и решением краевых задач для выполнения граничных условий. При коррекции массо-энергетических характеристик были учтены гравитационные потери, обусловленные конечностью тяги; предусмотрены дополнительные импульсы скорости на коррекцию; уточнены массовые характеристики отделяемых частей блока; предусмотрены гарантийные запасы топлива; введены отделяемые массы — для мини-спутника астероида и посадочного устройства [9]. Получаются т.н. «квазоптимальные» траектории экспедиции.

С помощью указанных методов определены оптимальные по максимуму полезной массы траектории КА для экспедиции З–Апофис–З с использованием ДУБТ при осуществлении полёта в 2019–2022 гг., при условии общей продолжительности экспедиции до двух лет.

Ввиду малости расстояния между Землей и Апофисом в 2021 г. дата отлёта от Земли  $t_1$  взята в диапазоне [01.05.2019; 31.12.2022]. Согласно основному варианту оптимизации полёта общая продолжительность экспедиции  $\Delta t_{\Sigma} = t_4 - t_1$  устанавливалась из множества [390, 420, 450, 510, 540, 570, 600, 630, 660, 690, 730 сут.], а время пребывания КА около Апофиса полагалось  $\Delta t_{23} = t_3 - t_2 = 7$  сут.

На рис. 1 показан график изолиний полезной массы КА в окрестности ее максимального значения для рассмотренных случаев при использовании РН Союз-ФГ. Максимальная полезная масса  $m_p \approx 270$  кг соответствует оптимальной траектории № 1 с  $\Delta t_{\Sigma} = 690$  сут.,  $t_1 = 24.5.2019$ ,  $\Delta t_{12} = 335$  сут.,  $\Delta t_{23} = 7$  сут.,  $t_4 = 13.4.2021$ .

При возвращении от Апофиса КА совершает один пассивный виток по орбите. Возврат КА к Земле происходит вблизи восходящего узла орбиты Апофиса относительно эклиптики. В этом случае сумма импульсов скорости  $V_{\text{хар}} = 6,618$  км/с, конечная масса  $m_f = 527$  кг. Скорость входа в атмосферу  $V_{\text{вх}} = 12,7$  км/с. Опыт аналогичных миссий “Stardust” и “Hayabusa” для доставки образцов грунта малых небесных тел на Землю показывает, что современные технологии позволяют успешно приземляться КА, который входит в атмосферу Земли с гиперболической скоростью до 13 км/с: для проек-

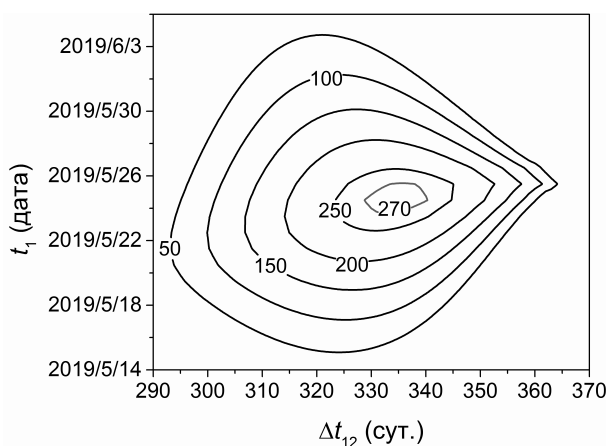


Рис. 1. Изолинии полезной массы КА (кг) на временах  $t_1$  и  $\Delta t_{12}$  для варианта  $\Delta t_{\Sigma} = 690$  сут.,  $\Delta t_{23} = 7$  сут. в окрестности максимального значения полезной массы

та “Stardust”  $V_{\text{вх}} = 12,9$  км/с, для проекта “Hayabusa”  $V_{\text{вх}} = 12,5$  км/с.

Решены также дополнительные задачи (1) — трехмерная оптимизация при  $\Delta t_{23} = 7$  сут., (2) — трехмерная оптимизация при  $\Delta t_{\Sigma} = 690$  сут., и (3) — полная четырехмерная оптимизация при ограничениях  $\Delta t_{\Sigma} \leq 2$  года;  $t_1 \in [01.05.2019; 31.12.2022]$ ;  $\Delta t_{12} \geq 5$  сут.;  $\Delta t_{23} \geq 7$  сут.;  $\Delta t_{34} \geq 5$  сут. Характеристики полученных оптимальных траекторий, обозначенных № 2, № 3, № 4 соответственно, приведены в табл. 1. При этих вариантах возврат к Земле происходит вблизи восходящего узла орбиты Апофиса, как и при других оптимальных траекториях данного класса. Полезная масса дополнительно увеличивается.

Для оценки оптимального времени ожидания КА у Апофиса еще решаются дополнительные задачи (1) трехмерной оптимизации при  $\Delta t_{23} = 30; 60; 90; 120; 130$  сут. Значение суммы величин импульсов скорости  $V_{\text{хар}}$ , конечной массы  $m_f$  и полезной массы  $m_p$  для полученных оптимальных траекторий показано на рис. 2. Оптимальное время ожидания КА около Апофиса  $\sim 90\text{--}120$  сут. Это соответствует улучшенным характеристикам траекторий № 3, № 4, имеющих близкие времена ожидания  $\Delta t_{23}$ .

Для всех полученных оптимальных траекторий построены графики изменения модуля базис-вектора  $\mathbf{p}$  со временем. В качестве примера на рис. 3 приведены графики изменения модуля базис-вектора для траектории № 3. Здесь показана типичная ситуация для оптимальной траектории, где условие  $p(t) = |\mathbf{p}(t)| \leq 1$  везде выполняется.

Результаты уточнения орбит с учетом возмущений, определения координат небесных тел по эфемеридам, гравитационных потерь и т.д., а также последующей оптимизации для траектории № 1 даны в табл. 2. Это уточнение привело к некоторому уменьшению полезной массы, на  $\sim 50$  кг.

Рассмотрены также случаи использования РН «Союз-2» и «Зенит» с РБ «Фрегат». В табл. 3 указаны значения полезной массы КА  $m_p$  применительно к траектории № 1 при использовании РН «Союз-ФГ», «Союз-2», «Зенит». В случае использования РН «Союз-ФГ» и «Союз-2» при разгоне у Земли принят режим двух включений двигателя, в случае применения РН «Зенит» — режим трёх включений двигателя для уменьшения гравитационных потерь. Результаты анализа показывают, что при полёте в 2019–2021 гг. существует принципиальная возможность реализации экспедиции КА к астероиду.

### 3. Исследование орбитального движения искусственного спутника Апофиса

В работе исследовано также орбитальное движение вокруг астероида для двух возможных космических аппаратов: основного КА, который после пребывания у Апофиса в течение некоторого времени возвращается к Земле, и специального мини-спутника с длительным пребыванием у астероида с целью уточнения его орбиты. При этом были учтены три типа возмущений: притяжение удаленных небесных тел (Солнце, Земля, Луна Венера, Юпитер), влияние несферичности Апофиса и влияние давления Солнечного света

Таблица 1. Характеристики оптимальных траекторий, соответствующих дополнительным задачам оптимизации

№	$\Delta t_{\Sigma}$ , сут.	$t_1$	$\Delta t_{12}$ , сут.	$\Delta t_{23}$ , сут.	$t_4$	$V_{\text{хар}}$ , км/с	$m_f$ , кг	$m_p$ , кг
2	698	16.05.2019	345	7	13.04.2021	6.613	524	274
3	690	23.05.2019	336	93	12.04.2021	6.519	544	293
4	716	05.05.2020	300	112	21.04.2022	6.343	545	329

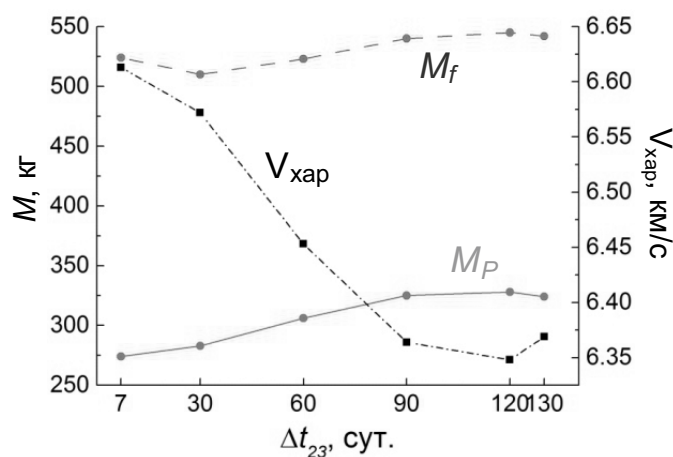
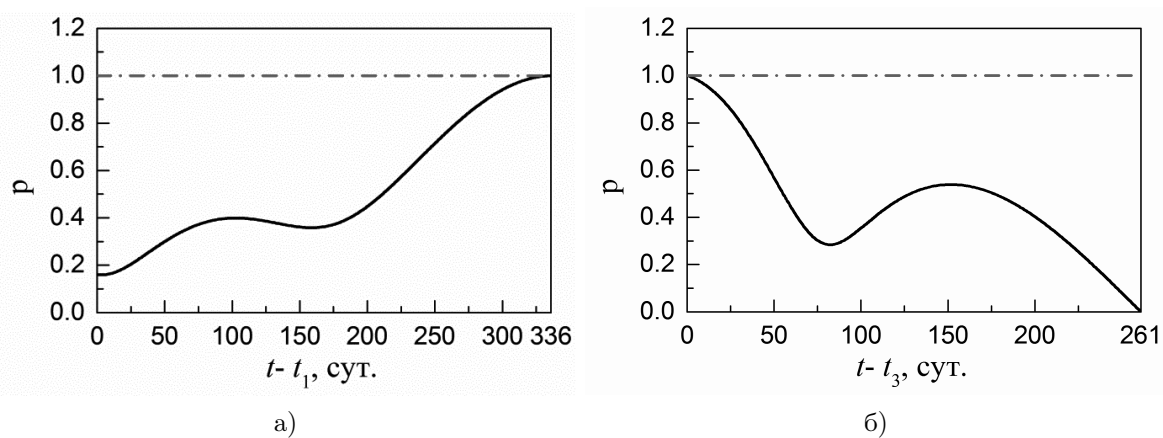
Рис. 2. Зависимость  $V_{\text{хар}}$ ,  $m_f$ ,  $m_p$  от времени  $\Delta t_{23}$ 

Рис. 3. Изменение модуля базис-вектора на траектории № 3: а — перелет от Земли к Апофису; б — перелет от Апофиса к Земле

Таблица 2. Характеристики траектории № 1 после уточнения

$\delta V_{1gr}$ , м/с	$\Delta V_1^*$ , м/с	$\Delta V_{\text{кор}}$ , м/с	$\Delta V_2$ , м/с	$\Delta V_3$ , м/с	$V_{\text{хар}}$ , м/с	$m_f$ , кг	$m_p$ , кг
16	3433	85	2810	392	6720	492	226

Таблица 3. Значения полезной массы КА с применением разных РН

	Союз-ФГ	Союз-2	Зенит
$m_0$ (кг)	7130	8250	14000
$m_f$ (кг)	492	604	1193
$m_p$ (кг)	226	301	700

Таблица 4. Параметры модели астероида Апофис, принятой в данной работе

$\mu_A$ ( $\text{м}^3/\text{с}^2$ )	$R_A$ (м)	$b_A/a_A$	$\alpha = c_A/a_A$	$\lambda_L$ ( $^\circ$ )	$\beta_L$ ( $^\circ$ )	$P_A$ (ч)
1,8–2,86	160	1	1,5 ( $\pm 0,2$ )	250	–75	30,56

(ДСС). Для анализа использованы уравнения астероидо-центрического движения КА с учетом возмущений

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{V};$$

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{a}_0 + k_1 \cdot \mathbf{a}_1 + k_2 \cdot \mathbf{a}_2 + k_3 \cdot \mathbf{a}_3,$$

где  $\mathbf{r}(x, y, z)$ ,  $\mathbf{V}(V_x, V_y, V_z)$  — вектор состояния КА в невращающейся прямоугольной геоэквиаториальной системе координат OXYZ с центром в центре масс астероида;  $\mathbf{a}_0$  — центральное ускорение силы тяжести астероида;  $\mathbf{a}_1$  — возмущающее ускорение от притяжения удаленных небесных тел;  $\mathbf{a}_2$  — возмущающее ускорение от несферичности Апофиса;  $\mathbf{a}_3$  — возмущающее ускорение от давления солнечного света;  $k_1, k_2, k_3 = (0; 1)$  — коэффициенты для учета возмущения.

На основе результатов последнего наблюдения Апофиса [10], на данном этапе анализа использована приближенная модель однородного удлиненного эллипсоида вращения вокруг большой оси  $c_A$ . В табл. 4 приведены основные параметры для принятой модели Апофиса. Здесь  $R_A$  — средний радиус Апофиса, соответствующий однородному шару с массой астероида;  $a_A, b_A, c_A$  — малая, средняя, большая полуоси эллипсоида для Апофиса. В основном варианте анализа астероид вращается вокруг малой оси  $a_A$  с периодом  $P_A$ . Полагаем, что эта ось вращения имеет постоянную ориентацию в пространстве по вектору кинетического момента  $\mathbf{L}$ , заданному в эклиптической системе координат долготой  $L$  и широтой  $\beta_L$ . Выполнен анализ для двух значений гравитационного параметра астероида  $\mu_A = (1,8; 2,86) \text{ м}^3/\text{с}^2$ , и трех значений удлинения  $\alpha = (1,3; 1,5; 1,7)$ . Основное внимание уделено варианту  $\alpha = 1,7$ .

Детальное описание уравнений вычисления вышеуказанных возмущающих ускорений в рамках предложенной модели было представлено в работах [11–13]. Здесь только отметим, что при вычислении возмущающего ускорения  $\mathbf{a}_2$  во вращающейся системе координат (СК), связанной с центром масс астероида и ориентированной по главным осям астероида, экваториальные компоненты уменьшаем вдвое для коррекции неточности в [14].

Скорректированная формула обеспечивает равенство нулю возмущения для сферического астероида ( $\alpha = 1$ ).

Для численного анализа начальная дата выбрана 23 апреля 2020 г., в соответствии с датой  $t_2$  прилета КА к Апофису для приведенной выше основной оптимальной траектории № 1. Начальная орбита КА взята круговой с радиусом  $r_0$  в диапазоне 0,5–2 км.

Для того чтобы иметь качественное представление о величинах ускорений  $\mathbf{a}_0, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ , их значения в начальный момент (2020/04/23) на круговых орбитах с радиусом  $r_0$  в диапазоне 0,5–5 км около Апофиса ( $\mu_A = 1,8 \text{ м}^3/\text{с}^2$ ) приведены на рис. 4. Начальная плоскость орбиты задается в системе координат OXYZ прямым восхождением восходящего узла  $\Omega_0$  и наклоном  $i_0$ . Здесь  $\Omega_0 = i_0 = 90^\circ$ , удлинение  $\alpha = 1,7$ . Астероид вращается по малой ось  $\mathbf{a}_A$ , ориентированной вдоль вектора  $\mathbf{L}$ . Величины возмущающего ускорения  $\mathbf{a}_3$  здесь вычисляются для модели основного КА и  $\mathbf{a}_3^*$  — для мини-спутника.

Видно, что на низкой орбите ИСА главным возмущением является несферичность Апофиса, на орбите с большим радиусом давление солнечного света становится главным. А возмущающее ускорение от притяжения дальних небесных тел на несколько порядков меньше чем от давления солнечного света.

Анализ эволюции орбиты спутника Апофиса под действием только притяжения дальних тел показывает, что влияние удаленных небесных тел обычно очень мало и усиливается с ростом начального радиуса орбиты  $r_0$ . Нужно отметить, что в апреле 2029 г. будет тесное сближение Апофиса с Землей, и это возмущение за счет притяжения Земли резко увеличивается, орбита спутника сильно меняется, и КА улетает от астероида или сталкивается с его поверхностью.

Влияние несферичности Апофиса уменьшается с увеличением начального радиуса орбиты  $r_0$ . Оно обычно больше, чем влияние от удаленных небесных тел, но все же мало. При варьировании начальной ориентации плоскости низкой орбиты радиусом 0,5 км, найдены два типа орбит: плоскость орбиты будет либо вращаться по углу  $\Omega$  (в ротационном режиме), либо колебаться по наклону и

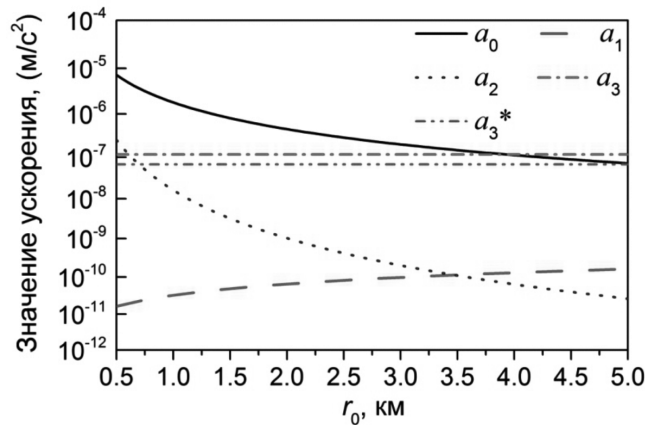


Рис. 4. Зависимость величин ускорений  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_3^*$  от  $r_0$  для случая  $\mu_A = 1,8 \text{ м}^3/\text{с}^2$ ,  $\Omega_0 = i_0 = 90^\circ$ ,  $r_0 = 0,5\text{--}5 \text{ км}$ ,  $t_2 = 2020/04/23$

узлу (в либрационном режиме). Найдены две равновесные точки, в которых наклонение и долгота восходящего узла остаются практически постоянными, для них  $\Omega \approx 29^\circ$ ,  $i \approx 11^\circ$ , и  $\Omega \approx -151^\circ$ ,  $i \approx 169^\circ$ .

Анализ влияния ДСС на орбиты КА около Апофиса показал, что ДСС может вызывать значительные изменения в орбитальных элементах КА за относительно короткий промежуток времени. Таких ситуаций обычно нет в классической астродинамике, где возмущения достаточно малы и требуется много оборотов по орбите или дней, чтобы их влияние стало значительным. При этом важную роль играет ориентация плоскости орбиты КА относительно направления на Солнце. С точки зрения «времени жизни» КА, оптимальная начальная ориентация плоскости орбиты КА является нормальной к направлению на Солнце [11–13].

Когда речь идет о совместном влиянии всех трех возмущений на орбитальное движение КА около Апофиса (без управления и коррекции), ситуация усложняется. Наличие вековых возмущений при многооборотном движении КА может привести к большим отклонениям. Большие и близкие значения возмущающих ускорений от несферичности и давления солнечного света и их корреляция могут вызвать неустойчивость параметров движения КА. Близость орбиты КА к синхронной может привести к явлениям типа резонансных. В результате при совместном действии возмущений ситуация может сильно ухудшиться по сравнению с вариантами при учете отдельных, частных возмущений.

Для основного КА при начальном радиусе орбиты  $r_0 = 0,5 \text{ км}$  и  $\mu_A = 1,8\text{--}2,86 \text{ м}^3/\text{с}^2$ ,

$\alpha = 1,3\text{--}1,7$ ,  $\Omega_0 = i_0 = 90^\circ$  удастся обеспечить достаточно большое время нахождения КА вблизи Апофиса, более месяца. На рис. 5 приведено изменение со временем полета относительного расстояния для основного КА в самой худшей ситуации среди рассмотренных ( $\mu_A = 1,8 \text{ м}^3/\text{с}^2$ ,  $\alpha = 1,7$ ,  $r_0 = 0,5 \text{ км}$ ,  $\Omega_0 = i_0 = 90^\circ$ ), с точки зрения продолжительности полета КА. Относительным расстоянием  $r/R_E$  является отношение расстояния от КА до центра астероида к расстоянию от центра масс астероида до подспутниковой точки на поверхности астероида - эллипсоида. Время жизни КА  $T$  определено условиями  $r/R_E \geq 1$  и  $r \leq 10 \text{ км}$ .

Сделана оценка необходимых затрат характеристической скорости для коррекции орбиты основного КА при необходимости обеспечения большего времени жизни, при реализации оптимального времени ожидания КА у астероида до отлета к Земле. Необходимая скорость коррекции мала,  $< 1 \text{ м/с}$ .

Для анализа движения мини-спутника с радиомаяком около Апофиса варьируются: начальный радиус орбиты  $r_0$  (до 3 км), гравитационный параметр Апофиса  $\mu_A = 1,8\text{--}2,86 \text{ м}^3/\text{с}^2$ , удлинение астероида  $\alpha = 1,3\text{--}1,7$ . Выявлен «оптимальный» диапазон значений начального радиуса  $r_0$ , для которого, при ортогональной начальной ориентации орбиты к направлению на Солнце, мини-спутник в течение 9 лет (2020–2029), до тесного сближения с Землей в 2029 г., остается в окрестности астероида. При  $\mu_A = 1,8 \text{ м}^3/\text{с}^2$ ,  $\alpha = 1,5\text{--}1,7$ ,  $P \approx 30 \text{ ч}$ . для этого диапазона  $r_0 \approx 1,3\text{--}1,6 \text{ км}$ . Для более тяжелого астероида,  $\mu_A = 2,86 \text{ м}^3/\text{с}^2$ , при  $\alpha = 1,7$  указанный оптимальный диапазон значений радиуса ор-

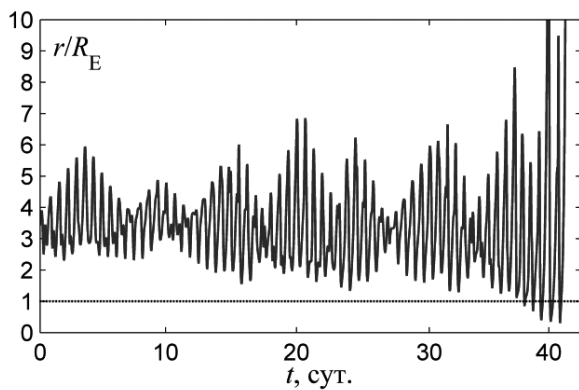


Рис. 5. Зависимость относительного расстояния  $r/R_E$  от времени для случая  $\mu_A = 1,8 \text{ м}^3/\text{с}^2$ ,  $\alpha = 1,7$ ,  $r_0 = 0,5 \text{ км}$ ,  $i_0 = \Omega_0 = 90^\circ$ , со всеми возмущениями (основной КА)

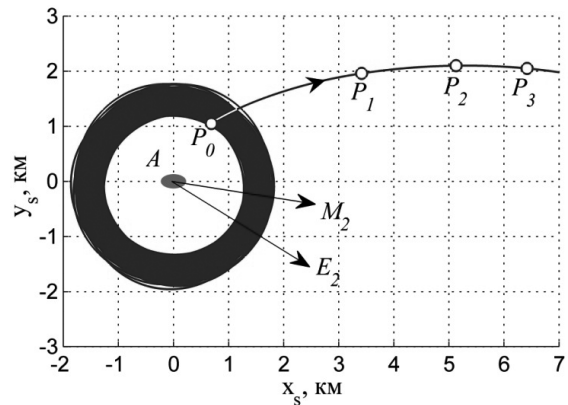


Рис. 6. Движение мини-спутника около Апофиса в течение 2020–2029 для случая  $\mu_A = 1,8 \text{ м}^3/\text{с}^2$ ,  $\alpha = 1,7$ ,  $r_0 = 1,5 \text{ км}$ ,  $i_0 = \Omega_0 = 90^\circ$ , со всеми возмущениями

биты мини-спутника составляет  $r_0 \approx 1,4\text{--}2 \text{ км}$ . В качестве примера на рис. 6 приведена картина движения мини-спутника с 2020 г. по 2029 г. во вращающейся плоскости, перпендикулярной направлению астероид-Солнце для этого варианта. Отлет КА от астероида происходит вблизи показанной на рис. 6 точки  $P_0$  сближения Апофиса с Землей до расстояния  $\sim 38 \text{ тыс. км}$ , 13.04.2029 г. Точки  $P_n$  ( $n = 1, 2, 3$ ) на дуге отлета соответствуют времени полета  $n$  суток после сближения в точке  $P_0$ . Стрелки  $E_2$ ,  $M_2$  показывают на Землю и Луну для  $n = 2$ , через 2 суток после отлета.

### Выводы

Выполнено исследование траекторий КА для экспедиции Земля – Апофис – Земля. Определены оптимальные по максимуму полезной массы траектории КА Земля-Апофис и Апофис-Земля для такой экспедиции с использованием ДУБТ в течение 2019–2022 гг. Анализ показал, что есть принципиальная возможность осуществить экспедицию к астероиду Апофис с пребыванием у Апофиса и возвратом к Земле без использования электрореактивных двигателей, что упрощает реализацию проекта в рамках отработанных технологий. Проведен анализ пассивного орбитального движения основного КА и мини-спутника около Апофиса. Выявлены «оптимальные» параметры начальной орбиты, при которых «время жизни» основного КА и мини-спутника около Апофиса будет большим. Оптимальной является начальная ориентация плоскости круговой орбиты КА нормально к направлению на Солнце. Оптималь-

ный начальный радиус для мини-спутника  $\sim 1,5 \text{ км}$ . Показано, что временные требования предложенной схемы можно удовлетворить: «время жизни» может достигать нескольких недель для основного КА (с начальным радиусом  $r_0 \sim 0,5 \text{ км}$ ) и нескольких лет, с 2020 г. до сближения с Землей в 2029 г., для мини-спутника (при  $r_0 \sim 1,5 \text{ км}$ ).

Авторы признательны Крылову И.В. за помощь в освоении метода Соболя И.М.

### Литература

1. Астероидно-кометная опасность: вчера, сегодня, завтра / Под ред. Б.М. Шустова, Л.В. Рыхловой. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. 384 с. ISBN 978-5-9221-1241-3.
2. В.Г. Польш, А.В. Симонов, К.Г. Суханов. О стабильности орбиты спутника малого небесного тела, возмущаемого внешним телом. // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2010, № 2, С. 17-23.
3. Sandford S A. The Power of Sample Return Missions-Stardust and Hayabusa [J]. Proceedings of the International Astronomical Union, 2011, 7(S280): 275-287.
4. Ajluni T, Everett D, Linn T, et al. OSIRIS-REx, returning the asteroid sample [C] // Aerospace Conference, 2015 IEEE. IEEE, 2015: 1-15.
5. Ильин В.А., Кузмак Г.Е. Оптимальные перелеты космических аппаратов с двигателями большой тяги. М.: Наука. 1976. 744 с.
6. Соболев И.М., Статинков Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. М.: Наука, 1981, 110с.
7. Glandorf D.R. Lagrange Multipliers and the State Transition Matrix for Coasting Arcs – AIAA Journal, 1968, v. 7, № 2, pp. 363-365.



8. *Lion P.M., Handelsman M.* The Primer Vector on Fixed-Time Impulsive Trajectories – AIAA Journal, 1968, v. 6, № 1, pp. 127 – 132.
9. *Лан Аньци.* Анализ космических траекторий для экспедиции Земля–Апофис–Земля и движения космического аппарата вокруг астероида Апофис. // Инженерный журнал: наука и инновации, 2017, вып. 7.
10. *Pravec P., Scheirich P., Durech J., et al.* The tumbling spin state of (99942) Apophis // Icarus. 2014, V.233, 48–60.
11. *Ивашкин В.В., Лан А.* Анализ орбитального движения космического аппарата вокруг астероида Апофис. // Доклады Академии Наук. 2016, Т.468, № 4, С. 403-407.
12. *Anqi Lang, V.V. Ivashkin.* Dynamics of Spacecraft Orbital Motion around Asteroid Apophis // Proceedings of the International Astronautical Congress, IAC. 2016. Paper IAC-16-C1,6,2,x33922, 12 p.
13. *Ивашкин В.В., Лан А.* Анализ орбитального движения спутника астероида Апофис. // Космические исследования. 2017, Т.55, №4, С. 268-277.
14. *Дубошин Г.Н.* Небесная механика. Основные задачи и методы. М.: Наука, 1975. 799 с.
4. *Ajluni T, Everett D, Linn T, et al.* OSIRIS-REx, returning the asteroid sample [C] // Aerospace Conference, 2015 IEEE. IEEE, 2015: 1-15.
5. *И'ин В.А., Кузмак Г.Е.* *Optimal'nye perelety kosmicheskikh apparatov s dvigateljami bol'shoj tjagi.* [Optimum flights of spacecrafts with high-thrust engines]. Moscow: Nauka. 1976, 744p. (In Russian)
6. *Sobol' I.M., Statinkov R.B.* *Vybor optimal'nyh parametrov v zadachah so mnogimi kriterijami.* Moscow: Nauka. 1981, 110p. (In Russian)
7. *Glandorf D.R.* Lagrange Multipliers and the State Transition Matrix for Coasting Arcs – AIAA Journal, 1968, vol. 7, no. 2, pp. 363-365.
8. *Lion P.M., Handelsman M.* The Primer Vector on Fixed-Time Impulsive Trajectories – AIAA Journal, 1968, vol. 6, no. 1, pp. 127 – 132.
9. *Lang Anqi.* Analiz kosmicheskikh traektorij dlja ehkpedicii Zemlja-Apofis-Zemlja i dvizhenija kosmicheskogo apparata vokruk asteroid Apofis. [The analysis of the space trajectories for the Earth-Apophis-Earth expedition and the motion of the spacecraft around the asteroid Apophis]. Inzhenirnyj zhurnal: nauka i innovacii, 2017, vyp. 7. (In Russian)
10. *Pravec P., Scheirich P., Durech J., et al.* The tumbling spin state of (99942) Apophis // Icarus. 2014, vol. 233, pp. 48–60.
11. *Ivashkin, V.V. and Lang, A.* Analysis of spacecraft orbital motion around the asteroid Apophis. Doklady Physics. 2016, vol. 61, no. 6, pp. 288–292.
12. *Anqi Lang, V.V. Ivashkin.* Dynamics of Spacecraft Orbital Motion around Asteroid Apophis // Proceedings of the International Astronautical Congress, IAC. 2016. Paper IAC-16-C1,6,2,x33922, 12 p.
13. *Ivashkin, V.V. and Lang, A.* Analysis of the Orbital Motion of the Asteroid Apophis Satellite. Cosmic Research. 2017, vol. 55, no. 4, pp. 253–262.
14. *Duboshin, G.N., Teoriya prityazheniya (Theory of Gravity),* Moscow: G.I.F.-M.L., 1961.

### References

1. *Asteroidno-kometnaja opasnost': vchera, segodnja, zavtra.* [Asteroid-comet danger: yesterday, today, tomorrow]. Pod red. B. M. Shustova, Ryhlovoj. Moscow: FIZMATLIT, 2010, 384p. ISBN 978-5-9221-1241-3. (In Russian)
2. *V.G. Pol', A.V. Simonov, K.G. Suhanov.* O stabil'nost' orbity sputnik malogo nebesnogo tela, vozmuschaemogo vneshnim telom. [On stability of satellite orbit of a small celestial body, perturbed by the external body]. Vestnik NPO im. S.A. Lavachkina. 2010, no. 2, pp. 17–23. (In Russian)
3. *Sandford S A.* The Power of Sample Return Missions-Stardust and Hayabusa [J]. Proceedings of the International Astronomical Union, 2011, 7(S280): 275-287.