

УДК 523.44

ОЦЕНКА ВОЗМОЖНОСТИ НАБЛЮДЕНИЯ АСТЕРОИДОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИАГРАММЫ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ФОРМУЛЫ БОУЭЛЛА

Яковенко Ю. П., Кулешов Ю. П., Мишечкина Н. Б.

ASSESSING THE FEASIBILITY OF ASTEROID SURVEILLANCE USING VISUALIZATION DIAGRAM OF BOWELL FORMULA

Yakovenko Y. P., Kuleshov Y. P., Mishechkina N. B.

JSC 'Cometa Corp.', Moscow, 127282, Russia
e-mail: yrkulesh@yandex.ru

Abstract. On a plane passing through the Earth, the Sun and asteroid, in the elongation-surveillance range coordinate system, a diagram is constructed that consists of the isolines of diameters of detected asteroids, which are calculated by Bowell formula. When changing the values of the limiting magnitude of telescope and the asteroid albedo, the configuration of isolines on the diagram unalters. Using the asteroid motion trajectory constructed on the diagram, the feasibility of its continuous surveillance is assessed.

Keywords: asteroid-comet hazard, spacecraft, detection range, asteroid diameter, Bowell formula, visualization, constant diameter isolines

При разработке космических систем предупреждения об астероидно-кометной опасности важно иметь представление о том, на каком расстоянии от космического аппарата-наблюдателя при различных элонгациях возможно наблюдение астероидов того или иного диаметра при принимаемых проникающей способности телескопа и расчетной величине альbedo. Имея соответствующую визуальную картину, можно обоснованно определять требующуюся проникающую способность телескопа, а также прогнозировать возможность наблюдения обнаруженного астероида при его дальнейшем движении по данной орбите. Использование именно космической системы предупреждения предпочтительно по двум причинам. Во-первых, такие системы [1–3] способны непрерывно наблюдать весь небосвод при наличии по крайней мере двух КА, достаточно разнесённых между собой, чего не могут обеспечить наземные средства наблюдения при приближении астероида со стороны Солнца. Во-вторых, вынесенные за пределы атмосферы телескопы способны обеспечить более высокую точность определения углового положения наблюдаемых небесных тел.

Под визуализацией обнаружительной способности понимается построение в плоскости, проходящей через КА-наблюдатель, Солнце и наблюдаемое небесное тело, некоторой диаграммы, по которой можно получить представление о минимальном диаметре астероида, обнаруживаемого на любой дальности от наблюдателя при данной элонгации от Солнца. Эта диаграмма представляет собой совокупность изолиний, соответствующих ряду фиксированных минимальных диаметров астероидов (например, 10 м, 20 м и т.д.), которые могут быть обнаружены КА-наблюдателем.

Важным частным случаем, для которого построена нижеприведённая диаграмма визуализации, является размещение КА-наблюдателя на околоземных геоцентрических орбитах. При таких орбитах максимальное удаление КА от центра Земли не превышает 45 тыс. км, что можно считать пренебрежимо малым по сравнению с интересующими нас дальностями обнаружения порядка 0,1 а.е. и более. Потому в диаграмме визуализации использовано допущение, что КА-наблюдатель совмещён с Землёй. Орбита Земли считалась круговой с радиусом

Яковенко Юрий Павлович, канд. техн. наук, старший научный сотрудник, ведущий научный сотрудник АО «Корпорация “Комета”»; e-mail: info@corpcometa.ru.

Кулешов Юрий Павлович, советник АО «Корпорация “Комета”»; e-mail: yrkulesh@yandex.ru.

Мишечкина Надежда Борисовна, начальник сектора АО «Корпорация “Комета”», e-mail: nadegda@corpcometa.ru.

1 а.е. = 150 млн. км. Предлагаемая диаграмма визуализации справедлива также для случая, когда КА-наблюдатель размещён в любой точке орбиты Земли, например, на расстоянии от неё 40–60 млн. км или в точках Лагранжа L3, L4.

С 1986 г. для вычисления видимой звёздной величины астероида V в оптическом диапазоне применяется сложная полуэмпирическая формула Боуэлла [4], имеющая вид

$$V = H + 5 \lg(r\Delta) - 2,5 \lg[(1 - G)\Phi_1 + G\Phi_2],$$

$$\Phi_1 = \exp(-3,33[\text{tg}(\beta/2)]^{0,63}), \quad (1)$$

$$\Phi_2 = \exp(-1,87[\text{tg}(\beta/2)]^{1,22}).$$

В этой формуле H — абсолютная звёздная величина астероида, r и Δ — расстояние в а.е. от астероида соответственно до Солнца и до Земли (или КА-наблюдателя), β — угол фазы наблюдаемого астероида, G — параметр наклона, принимаемый равным 0,15. Формула Боуэлла даёт точные результаты в диапазоне фазовых углов от 0° до 120° .

Обозначим $\Phi = 0,85\Phi_1 + 0,15\Phi_2$. Тогда формула Боуэлла принимает вид

$$V = H + 5 \lg(r\Delta) - 2,5 \lg(\Phi). \quad (2)$$

При наблюдении с Земли видимая звёздная величина Солнца равна $-26,77$. В этом случае связь между диаметром астероида, измеряемым в километрах, и абсолютной звёздной величиной астероида H выражается формулой [4]

$$\lg(d) = 3,122 - 0,5 \lg(A) - 0,2H, \quad (3)$$

где A — альbedo астероида.

Для астероидов, сближающихся с Землёй, усреднённое значение альbedo равно 0,14 [4], что и было заложено в дальнейшие расчёты.

Решая выражение (2) относительно абсолютной звёздной величины астероида H и подставляя её в выражение (3), получим значение диаметра обнаруживаемого астероида d :

$$\lg(d) = 3,122 - 0,2V - 0,5 \lg(A) + \lg(r\Delta) - 0,5 \lg(\Phi). \quad (4)$$

Для записи решения с применением функции \exp удобнее перейти к использованию натуральных логарифмов

$$\ln(d) = k(3,122 - 0,2V) - 0,5 \ln(A) + \ln(r\Delta) - 0,5 \ln(\Phi). \quad (5)$$

Здесь $k = 2,302585$ — коэффициент пересчёта десятичных логарифмов в натуральные. Отсюда диаметр астероида, выраженный в метрах:

$$d = 1000 \exp[k(3,122 - 0,2V) - 0,5 \ln(A) + \ln(r\Delta) - 0,5 \ln(\Phi)]. \quad (6)$$

Полученное значение диаметра d астероида является минимально возможным для наблюдения при заданной проникающей способности V телескопа.

При построении диаграммы визуализации принималось, что видимая звёздная величина астероида равна проникающей способности телескопа V со значением 25 зв. вел.

На плоскости, проходящей через точку E (Земля, КА-наблюдатель), Солнце S и произвольно расположенный в трёхмерном космическом пространстве астероид T , вводятся две системы координат, удобные для рассмотрения: прямоугольная декартова и полярная. Начало обеих систем координат совмещено с КА-наблюдателем. Прямая, проходящая от него к Солнцу, рассматривается соответственно как ось абсцисс и полярная ось.

Вектор, направленный от начала системы координат к астероиду, задавался полярным углом α и радиусом Δ . Угол α характеризует элонгацию наблюдаемого астероида от Солнца, а радиус Δ — дальность наблюдения. В декартовой системе координат, удобной для построения диаграммы визуализации, этому вектору соответствуют абсцисса $x = \Delta \cos \alpha$ и ордината $y = \Delta \sin \alpha$.

Для расчёта минимального диаметра астероида по формуле (6) необходимо определить расстояние r астероида от Солнца и угол фазы β . В треугольнике Земля E – астероид T – Солнце S известно расстояние a между Землёй и Солнцем и задаются расстояние Δ и угол α . По этим величинам стандартным методом [5] определяются значения недостающих элементов треугольника β и r :

$$W = \frac{a - \Delta \cos(\alpha/2)}{a + \Delta \sin(\alpha/2)},$$

$$\beta = \frac{\pi - \alpha}{2} + \text{arctg}(W), \quad (7)$$

$$r = \frac{a \sin \alpha}{\sin \beta}.$$

По формулам (5) и (6) для каждой рассматриваемой элонгации α рассчитывались

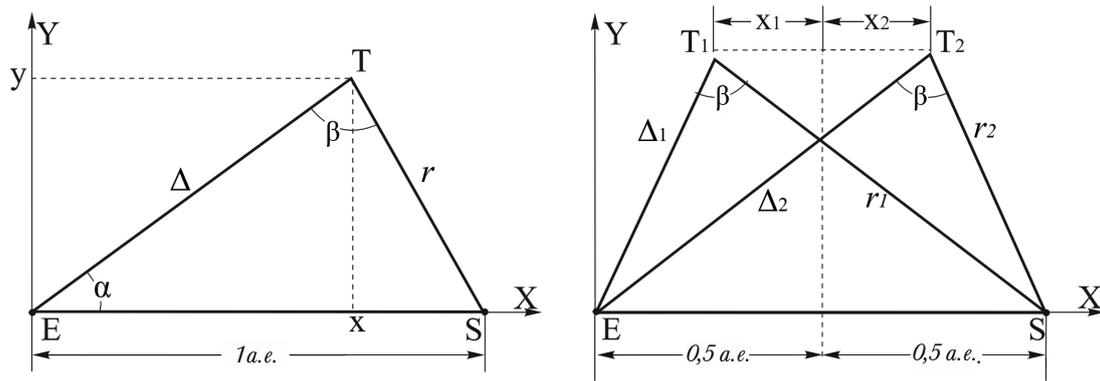


Рис. 1. Системы координат и симметрия наблюдаемых диаметров астероида Т. Условные обозначения: α — элонгация астероида, Δ — дальность наблюдения, r — дальность астероида от Солнца, β — угол фазы астероида

зависимости $d(\Delta)$. Анализ расположения точек с одинаковыми значениями d привёл к ранее неочевидному выводу о некоторой симметрии их расположения.

На рис. 1 показано положение астероида Т, задаваемое в двух системах координат: декартовой XY и полярной с углом α и радиусом Δ .

Осью симметрии является линия, параллельная оси ординат, проведённая через середину отрезка ES между наблюдателем (Землей) и Солнцем. Если взять любую точку T_1 на рассматриваемой плоскости, отстоящую на расстоянии x_1 от оси симметрии, и построить симметричную точку T_2 с расстоянием $x_2 = x_1$, то возникают два равных треугольника ET_1S и ET_2S . Дальности наблюдения в них обозначены как Δ_1 и Δ_2 , дальности освещения Солнцем — как r_1 и r_2 . В силу равенства рассматриваемых треугольников углы при вершинах T_1 и T_2 , представляют собой одинаковый угол фазы β , а их стороны составляют $\Delta_1 = r_2$ и $\Delta_2 = r_1$. Поэтому в формуле (4) и соответствующей ей формуле (6) член Φ для точек T_1 и T_2 одинаков, а в члене $r\Delta$ его сомножители обмениваются значениями, сохраняя их произведение неизменным. Остальные члены в итоговой формуле (4) сохраняют своё значение, что и обеспечивает равенство расчётных диаметров d во всех симметричных точках T_1 и T_2 .

Аналогичная симметрия имеет место также и при расчетах диаметра астероида по модели сферического тела с поверхностью Ламберта, рассеивающей падающее излучение равномерно во всех направлениях.

Элементами диаграммы визуализации являются изолинии равных диаметров. Для их

построения рассматривалась последовательность элонгаций α с малым шагом их значений. Для каждого значения α отыскивались точки с такими дальностями наблюдения Δ , при которых имели место «круглые» значения диаметров d — 10 м, 20 м и т.д., и формировались массивы декартовых координат этих точек.

При создании полной визуальной картины изолиний равных диаметров, показывающей их симметрию, использовались следующие положения.

1. Пренебрегалось засвечивающим телескоп излучением Солнца (как если бы это был точечный источник излучения, полностью экранированный только в направлении на телескоп).
2. Расчёты производились для любых фазовых углов, включая запрещённый для формулы (1) интервал $120^\circ < \beta < 180^\circ$.

Диаграмма визуализации формулы Боуэлла, изображённая на рис. 2, показывает изолинии равных значений минимальных диаметров d , указанных в метрах. На осях декартовой системы координат указаны дальности в миллионах километров, а на всём поле диаграммы нанесена сетка полярных координат на интервале полярных углов (элонгаций) от -180° до 180° и радиусов с шагом 10 млн. км.

Построенная на рис. 2 система изолиний представляет собой функцию двух переменных $d(x,y)$, которую можно рассматривать как поверхность над полем x,y . На её оси симметрии $x = \alpha/2$ расположены две седловые точки, соответствующие минимуму диаметра d в направлении ординаты и максимуму в направлении абсциссы. При принятых параметрах $V = 25$ зв. вел. и $A = 0,14$ элон-

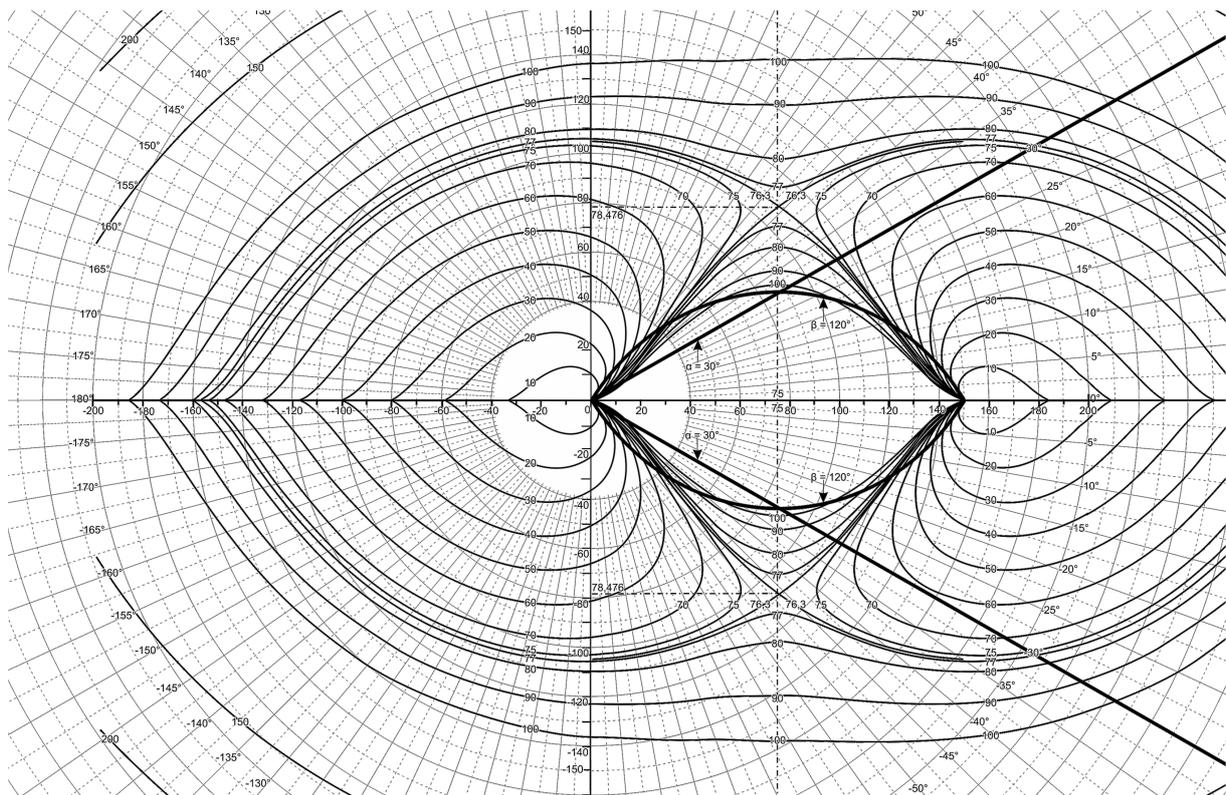


Рис. 2. Диаграмма визуализации формулы Боуэлла. На осях абсцисс и ординат указано расстояние в млн. км, на радиальных линиях — элонгация в градусах, на изолиниях — диаметры астероидов в метрах. Толстые прямые линии — границы сектора засветок (элонгации 30°), толстые дуги окружностей — границы угла фазы 120°

гации седловых точек составляют $+46,3^\circ$ и $-46,3^\circ$, их ординаты равны 78,476 млн. км и $-78,476$ млн. км, а через седловые точки проходят изолинии с $d = 76,3$ м.

На диаграмме визуализации помимо изолиний равных диаметров нанесены линии, ограничивающие область реальной применимости этой диаграммы. Первые из них — это прямые, соответствующие линиям элонгации 30° . Обычно современные телескопы, работающие вне атмосферы Земли, допускают наблюдение небесных тел лишь при значениях элонгации свыше 30° . Вторые ограничивающие линии — дуги окружностей, представляющие собой геометрическое место точек с углом фазы $\beta = 120^\circ$, опирающиеся на хорду 0–150 млн. км. Внутри этих дуг имеет место превышение заданного значения угла фазы $\beta = 120^\circ$.

Конфигурация изолиний построенной диаграммы обусловлена формулой Боуэлла и является неизменной и применимой при любых других значениях проникающей способности телескопа и альбедо астероида. В этих слу-

чаях на изолиниях меняются и должны быть пересчитаны только значения минимальных диаметров d обнаруживаемых астероидов.

Для выявления неизменности диаграммы визуализации рассмотрим формулу (5). Вне-сём в неё обозначение

$$\Sigma = \ln(r\Delta) - 0,5 \ln(\Phi). \quad (8)$$

Тогда формула (5) приобретает вид

$$\ln(d) = k(3,122 - 0,2V) - 0,5 \ln(A) + \Sigma. \quad (9)$$

Здесь значение видимой звёздной величины Солнца — 26,77 учтено в константе 3,122, а проникающая способность телескопа V и альбедо A также рассматриваются как заданные постоянные величины. Поскольку в диаграмме визуализации построены изолинии с постоянным значением диаметра d , член Σ для данного диаметра также является постоянным. Однако именно член Σ , содержащий переменные значения дальностей r , Δ и соответствующего им угла фазы β , и определяет конфигурацию данной изолинии диаграммы визуализации.

Рассмотрим возможность варьирования параметров V и A . При их новых значениях V_1 и A_1 , введенных в (9), новое значение диаметра астероида d_1 определяется выражением

$$\ln(d_1) = k(3,122 - 0,2V_1) - 0,5 \ln(A_1) + \Sigma. \quad (10)$$

Вычитая выражение (9) из (10) и объединяя одноименные члены, получим

$$\ln\left(\frac{d_1}{d}\right) = 0,2k(V - V_1) + 0,5 \ln\left(\frac{A}{A_1}\right).$$

Потенцируем это выражение:

$$\frac{d_1}{d} = \exp\left[0,2k(V - V_1) + 0,5 \ln\left(\frac{A}{A_1}\right)\right].$$

Таким образом, при варьировании параметров V и A , то есть замене величин $V = 25$ зв. вел. и $A = 0,14$ на новые значения V_1 и A_1 , вместо любого значения d , характеризующего данную изолинию, можно записать:

$$d_1 = k_{\text{VAR}}d, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} k_{\text{VAR}} &= \\ &= \exp\left[0,2k(V - V_1) + 0,5 \ln\left(\frac{A}{A_1}\right)\right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Коэффициент пропорциональности k_{VAR} является единым для всех значений диаметра d , маркирующих изолинии диаграммы визуализации.

Таким образом, все изменённые диаметры на изолиниях получаются из прежних умножением на единый коэффициент.

Конфигурация изолиний диаграммы визуализации полностью сохраняется при размещении КА-наблюдателя на расстоянии от Солнца, существенно отличающемся от 150 млн. км (например, на орбите Венеры). В этом случае изменяется видимая звёздная величина Солнца, а также масштаб всей диаграммы визуализации: вместо расстояния $a = 150$ млн. км между КА-наблюдателем и Солнцем в шкале декартовых координат x, y должно использоваться новое расстояние. Соответственно изменяются и минимальные диаметры обнаруживаемых астероидов на построенных изолиниях.

Рассмотрим некоторые варианты применения диаграммы визуализации для оценки возможности наблюдения астероидов.

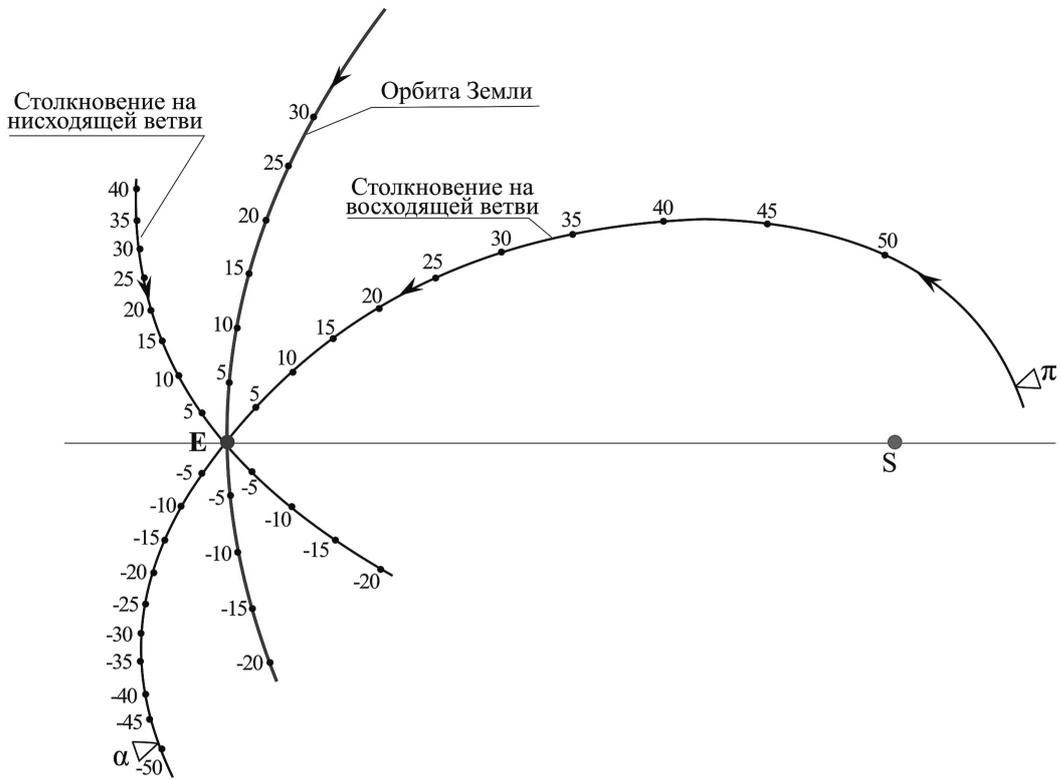
Наибольший интерес представляют орбиты опасных для Земли астероидов (столкновительные орбиты), расположенные вблизи плоскости эклиптики. Ниже приведены примеры таких орбит.

На рис. 3а показана орбита астероида типа Атон с радиусом перигелия 0,2 а.е. и радиусом афелия 1,2 а.е. На рис. 3б изображены орбиты типа Аполлон, в том числе орбита №2 астероида с радиусом перигелия 0,3 а.е. и радиусом афелия 5 а.е., близкого к астероидам группы Юпитера. Кроме того, там же показаны орбиты № 1 и № 3 кометного типа.

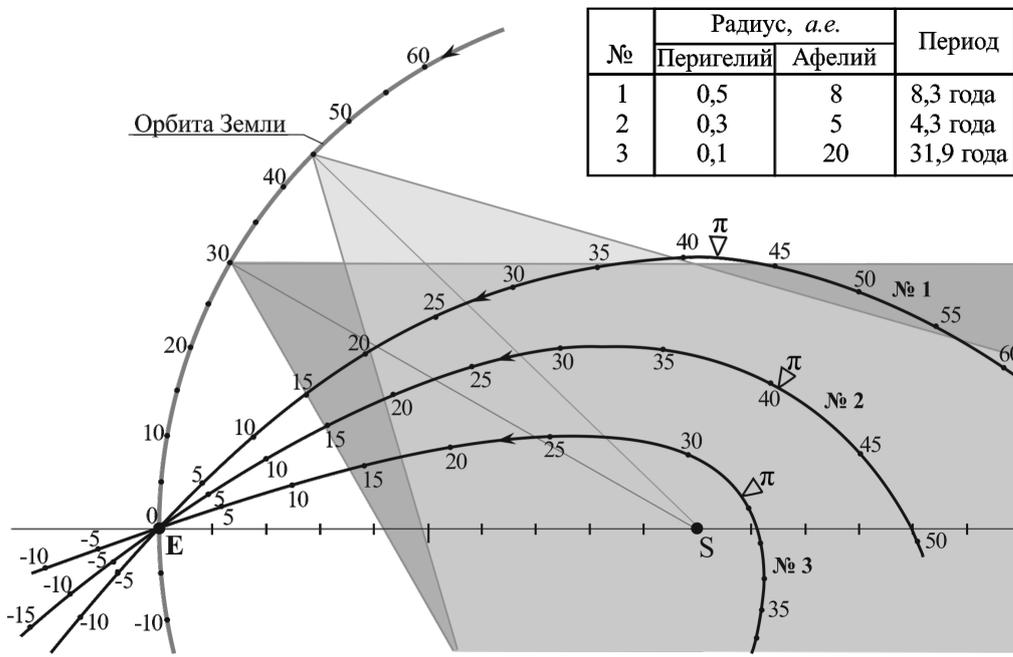
Для оценки возможности дальнейшего наблюдения астероида с заданными (измеренными на этапе его обнаружения) параметрами орбиты производится ее построение в том же масштабе, что и диаграмма визуализации. Это построение либо делается на бланках диаграммы визуализации, либо накрывается этой диаграммой, выполненной на прозрачном носителе. Такое совмещение позволяет, во-первых, оценивать текущий минимальный размер наблюдаемого астероида и, во-вторых, определять возможность его непрерывного наблюдения.

На рис. 4 показан пример применения диаграммы визуализации к наблюдению астероида на орбите с радиусом перигелия 0,2 а.е. и радиусом афелия 1,2 а.е., при его ожидаемом столкновении с Землей на восходящей ветви орбиты. На этом рисунке представлены два варианта: наблюдение с околоземной (например, геостационарной) орбиты и наблюдение с КА на орбите Земли, опережающем Землю на 15 сут., т.е. находящегося на расстоянии от нее 38,6 млн. км. Пунктиром с цифрами, написанными курсивом и указывающими число суток до столкновения, обозначены участки орбиты, на которых наблюдение астероида возможно, так как его элонгация от Солнца для данного наблюдателя превышает 30° . На рис. 4 построены траектории относительного движения КА в системе координат наблюдателя (для точки Е чертежа).

Рассмотрим нижнюю из траекторий, показанных на рис. 4. На всем пунктирном участке этой траектории, наблюдаемом с Земли (т.е. с околоземной орбиты), нарушается ограничение формулы Боуэлла по фазовому углу $\beta < 120^\circ$. Кроме того, на этом участке, начинающемся приблизительно за 10 сут. до столкновения, начальные значения минимального наблюдаемого диаметра очень велики и быстро уменьшаются, а зависимость уменьшения



а)



б)

Рис. 3. Столкновительные орбиты. а) Орбита типа Атон с радиусом перигелия 0,2 а.е. и радиусом афелия 1,2 а.е. б) Орбиты типа Аполлон. Для моментов времени 45 и 30 сут. до столкновения показаны границы областей с элонгацией 30° , недоступные для наблюдения. Цифры на орбитах — число суток до столкновения. Отрицательные цифры — астероид прошёл в непосредственной близости мимо Земли. На орбитах астероидов α — афелий, π — перигелий

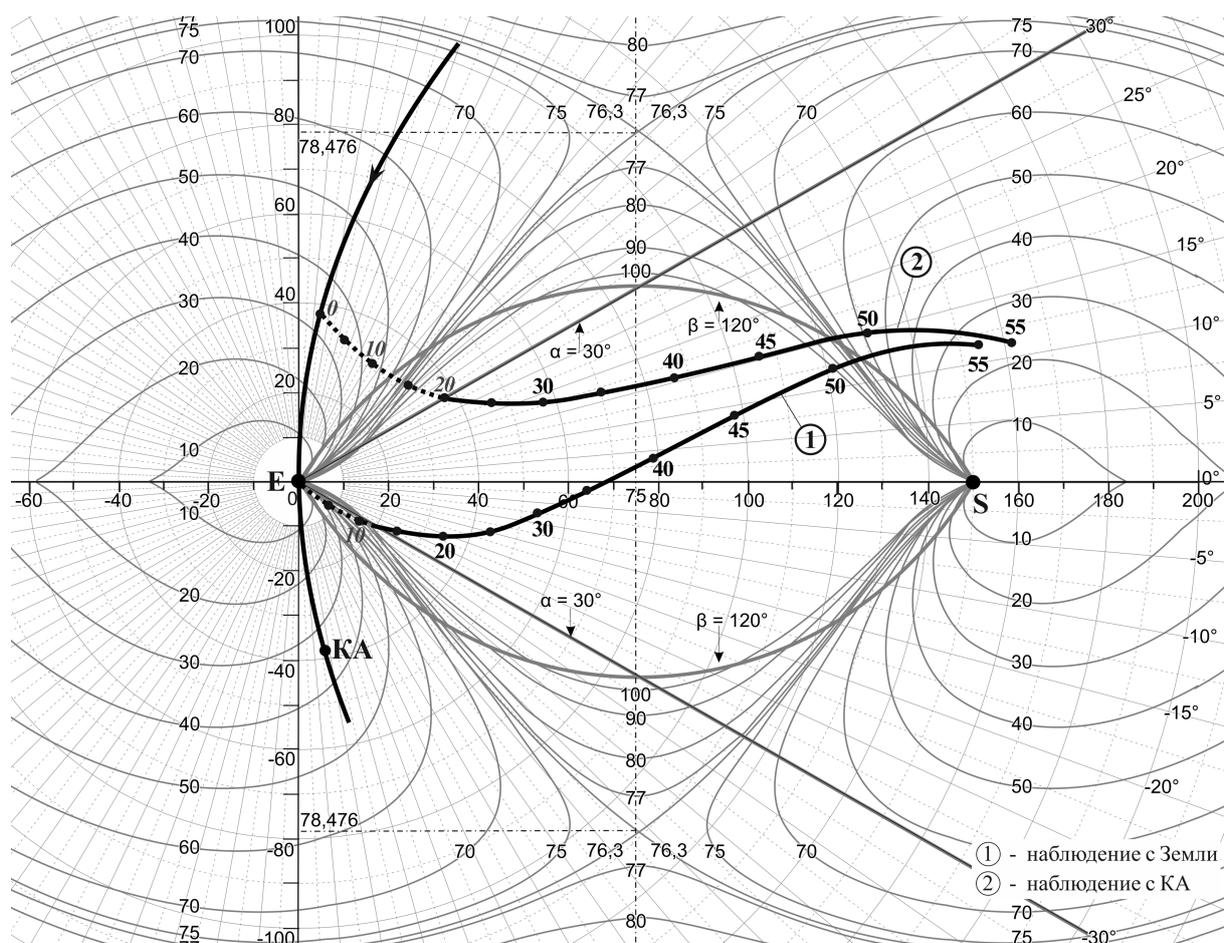


Рис. 4. Пример 1 применения диаграммы визуализации. Орбита астероида: радиус в перигелии 0,2 а.е., радиус в афелии 1,2 а.е. КА опережает Землю на 15 сут. (38,6 млн. км). Пунктиром с цифрами, напечатанными курсивом, обозначены участки орбиты, на которых возможно наблюдать астероид

этого диаметра от времени приближения астероида к Земле при данном масштабе диаграммы визуализации установить невозможно.

На верхней траектории рис. 4 точные значения минимального диаметра (при $\beta < 120^\circ$) можно определять, начиная с приблизительно 12 сут. до столкновения. В это время пунктирная часть траектории пересекает изолинию 60 м. При приближении астероида к Земле минимальный наблюдаемый диаметр уменьшается, однако даже в момент столкновения он лежит между изолиниями 30 м и 40 м и составляет около 33 м, поскольку наблюдение ведется на дальности 38,6 млн. км.

На рис. 5 показано движение астероида по той же орбите с радиусом перигелия 0,2 а.е. и афелия 1,2 а.е. Однако рассматривается случай столкновения на нисходящей ветви орбиты при наблюдении с околоземной орбиты. Легко видеть, что, например, за 30 сут.

до столкновения минимальный наблюдаемый диаметр астероида составляет около 33 м и уменьшается приблизительно по линейному закону, стремясь к нулю в момент столкновения.

На рис. 6 рассматривается движение астероида по орбите типа Аполлон (орбита № 2, показанная на рис. 3б) при его столкновении на восходящей ветви. Приведены траектории относительного движения астероида в системе координат наблюдателя как в случае наблюдения с околоземной орбиты, так и при наблюдении с КА, движущегося по орбите Земли впереди нее на 15 сут. раньше, т.е. на удалении 38,6 млн. км. Из рис. 6 следует, что наблюдение с околоземных орбит невозможно (нижняя траектория). При наблюдении с удаленного КА (верхняя траектория) астероид с диаметром несколько сотен метров становится видимым приблизительно за 17 сут. до

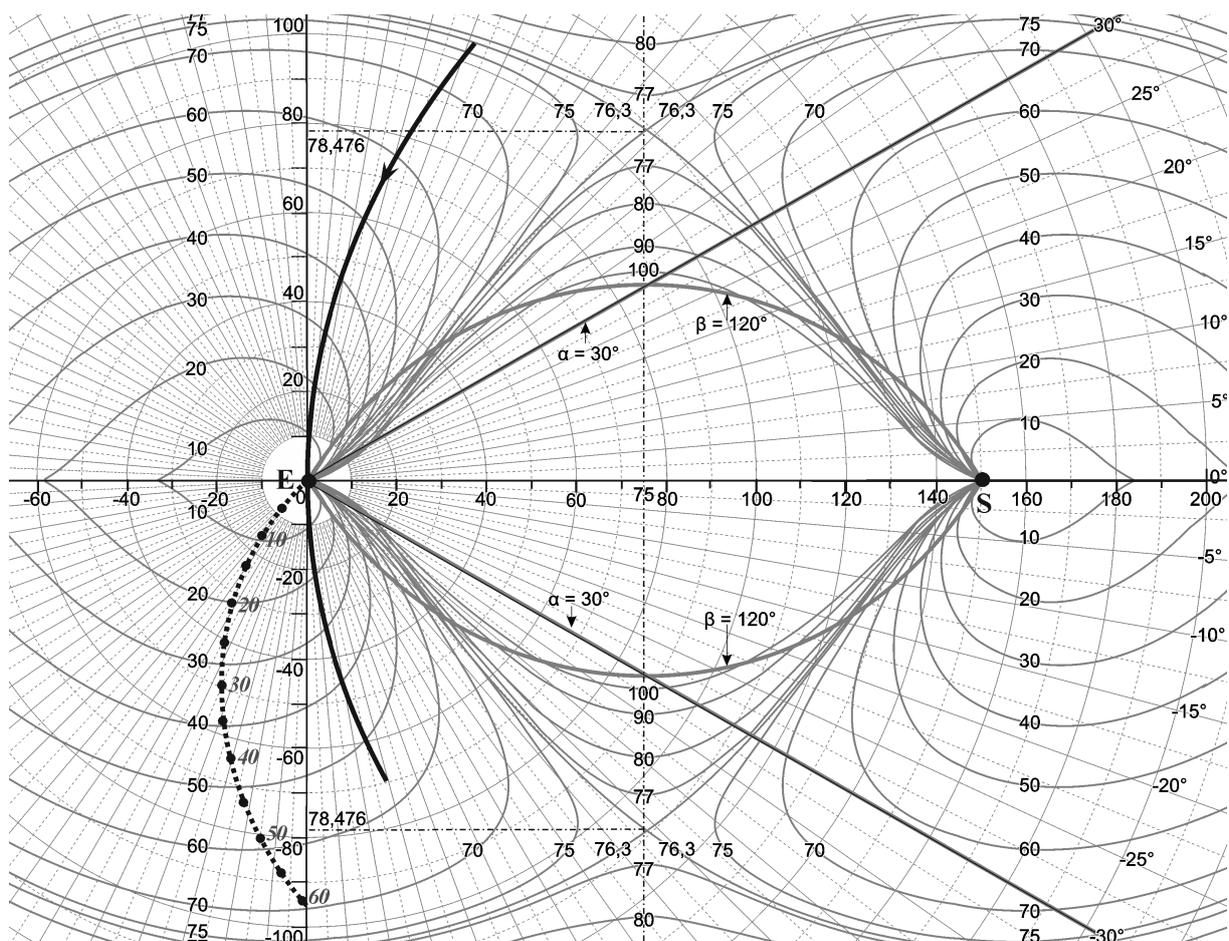


Рис. 5. Пример 2 применения диаграммы визуализации. Орбита астероида (нисходящая ветвь): радиус в перигелии 0,2 а.е., радиус в афелии 1,2 а.е. Наблюдение с Земли

столкновения. Приблизительно за 9 сут. до столкновения фазовый угол астероида уменьшается до 120° , а наблюдаемый минимальный диаметр составляет около 80 м, уменьшаясь к моменту столкновения до 35 м.

Таким образом, накрывая область положений астероида диаграммой визуализации, можно определять, какие диаметры астероида могут обнаруживаться в этой области, уточнять время предупреждения о столкновении, а также выбирать количество и положение КА-наблюдателей на гелиоцентрической орбите Земли. Рассмотрение полученной картины позволит сформировать требования к средствам обнаружения для различных опасных ситуаций.

Литература

1. Способ обзора небесной сферы с космического аппарата для наблюдения небесных объектов и космическая система обзора небесной сферы для наблюдения небесных объектов и обнару-
2. Способ обзора космического пространства между Солнцем и Землей, недоступного для наблюдения оптическими средствами, находящимися на Земле и на околоземных орбитах, из-за их засветки Солнцем, с космического аппарата, размещенного на орбите Земли на постоянном расстоянии от Земли. Патент 2597028 РФ 2016.
3. Кулешов Ю.П. и др. Космическая система обзора небесной сферы для обнаружения опасных небесных тел, летящих к Земле со всех направлений // Околоземная астрономия 2015 г. Труды международной конференции 31 августа – 5 сентября 2015 г., п. Терскол.
4. Астероидно-кометная опасность: вчера, сегодня, завтра. / Под ред. Б.М. Шустова, Л.В. Рыхловой. М.: Физматлит, 2013.
5. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. М.: Физматлит, 1962.

жения тел Солнечной системы, реализующая указанный способ. Патент 2517800 РФ 2014.

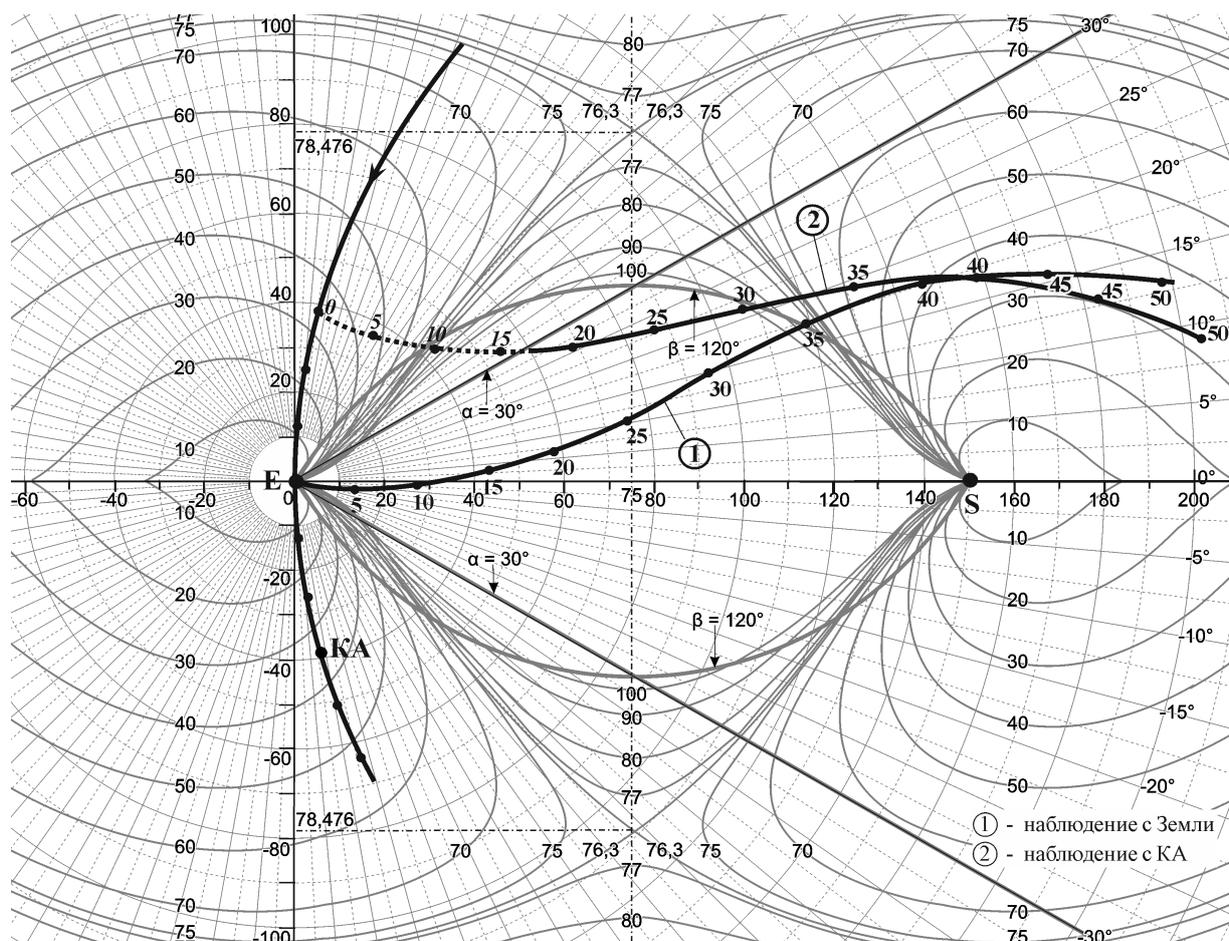


Рис. 6. Пример 3 применения диаграммы визуализации. Орбита астероида: радиус в перигелии 0,3 а.е., радиус в афелии 5 а.е. КА опережает Землю на 15 сут. (38,6 млн. км)

References

1. A method for viewing the celestial sphere from a spacecraft for observing celestial objects and a space system for viewing the celestial sphere for observing celestial objects and detecting bodies of the solar system that implements this method. Patent 2517800 RF 2014. (In Russian)
2. A way of viewing the space between the Sun and the Earth that is inaccessible for observation by optical means located on Earth and in near-earth orbits, because of their exposure by the Sun, from a spacecraft placed in the Earth's orbit at a constant distance from the Earth. Patent 2597028 RF 2016. (In Russian)
3. Kuleshov Yu.P. et al. Kosmicheskaya sistema obzora nebesnoy sfery dlya obnaruzheniya opasnykh nebesnykh tel, letyashchikh k Zemle so vsekh napravleniy [Cosmic system of a survey of the celestial sphere for the detection of dangerous celestial bodies flying to the Earth from all directions]. *Trudy mezhdunarodnoy konferentsii "Okolozemnaya astronomiya 2015"* [Proc. of the international conference "Near-Earth Astronomy 2015"]. August 31 – September 5, 2015, Terskol. (In Russian)
4. Shustov B.M., Rykhlova L.V. (eds.) Asteroidno-kometnaya opasnost': vchera, segodnya, zavtra [Asteroid-comet danger: yesterday, today, tomorrow]. Moscow, Fizmatlit Pub., 2013. (In Russian)
5. Bronshteyn I.N., Semendyaev K.A. *Spravochnik po matematike* [Handbook of Mathematics]. Moscow, Fizmatlit Pub., 1962. (In Russian)