

УДК 624.12

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ СООТНОШЕНИЙ СЛОИСТЫХ И ТРЕЩИНОВАТЫХ СКАЛЬНЫХ ПОРОД¹

Ю. Г. Яновский², А. Н. Власов³

NUMERICAL MODELING OF CONSTITUTIVE EQUATIONS FOR LAYERED AND CRACK ROCK MASSIVE

Yanovsky Yu. G., Vlasov A. N.

An algorithm for computing mechanical properties and stress-strain state of rock massive has been proposed. The algorithm is based on the method of asymptotic homogenization. We compare the results of our analytical computation with experimental investigations. An unconventional approach has been offered to determine mechanical characteristics of rock blocks, which are severed with systems of cracks. The approach makes it possible to compute the total set of strain and strength properties of the above media. The results of direct numerical modeling for the rock samples with cracks have been correlated with assessments made by the authors by means of the analytical computing method, and exhibited correctness of the algorithms proposed.

Введение

В инженерной деятельности, связанной с работами в горных районах, необходима информация о деформационных и прочностных характеристиках скальных массивов. Такие данные, как правило, получают экспериментальным путем в натурных испытаниях (рис. 1).

С позиций механики деформируемого твердого тела слоистые и трещиноватые скальные породы относятся преимущественно к анизотропным средам, поэтому определение модулей сдвига и коэффициентов Пуассона требует привлечения ряда дополнительных гипотез. При определении прочностных критериев возникают сложности в интерпретации результатов, так как, исследуя анизотропный геоматериал, невозможно разделить энергию упругой деформации на объемную и девиаторную части.

Анизотропию подобных материалов обычно учитывают введением модельной эквивалентной трансверсально-изотропной или ортотропной среды. В этом случае упругое напряженно-деформированное состояние определяется либо пятью (трансверсальная изотропия), либо девятью (ортотропия) параметрами деформационных свойств. Обычно в инженерной практике для этих целей используются технические характеристики — набором соответствующих модулей Юнга, сдвига и коэффициентов Пуассона.

При этом речь идет об эффективных (усредненных) деформационных характеристиках, т.е. величинах, обобщенно характеризующих деформируемость некоторого воображаемого однородного анизотропного тела в объеме исследуемой породы, адекватного по деформируемости реальному массиву. От того, насколько корректно проводится усреднение действительных характеристик скального массива, существенно зависят получаемые

¹Работа выполнена при поддержке администрации Краснодарского края и РФФИ р2003юг (03-01-96658).

²Яновский Юрий Григорьевич, д-р техн. наук, профессор, директор Института прикладной механики РАН.

³Власов Александр Николаевич, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник Института прикладной механики РАН.

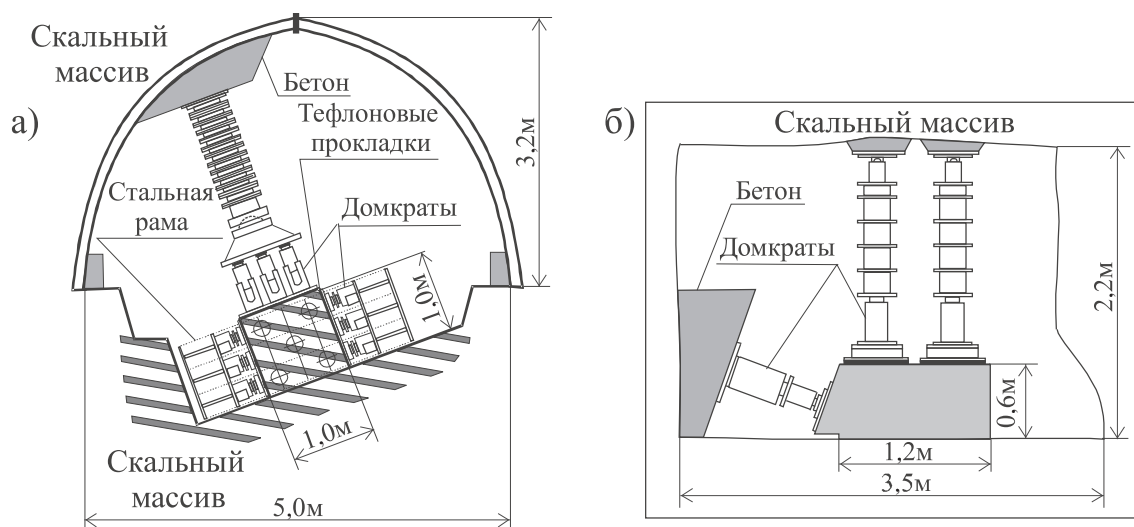


Рис. 1. Полевые а) трчхосные и б) сдвиговые испытания [1]

значения эффективных характеристик механических свойств.

В настоящее время существуют различные аналитические и численно-аналитические методы оценки эффективных деформационных характеристик слоистых и трещиноватых скальных пород. В данной работе за основу расчета деформационных и прочностных характеристик принят метод асимптотического усреднения дифференциальных уравнений в частных производных с быстроосциллирующими коэффициентами, предложенный Н. С. Бахваловым [2, 3]. Он основан на замене точных уравнений теории упругости усредненными. Полученные с его помощью эффективные деформационные характеристики обеспечивают выполнение адекватного описания процесса допределного деформирования реального скального массива. При этом он дает возможность получить значения перемещений и напряжений для выбранной модели среды с любой, заранее заданной точностью, чего не позволяет сделать ни один из известных методов.

1. Деформационные характеристики

Схематично метод вычисления деформационных характеристик заключается в следующем. Решение системы уравнений теории упругости в перемещениях

$$\frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(c_{i\beta j\gamma}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \frac{\partial u_j}{\partial x_\gamma} \right) = f \quad (1.1)$$

ищется в виде ряда

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^{(0)}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) + \varepsilon \mathbf{u}^{(1)}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) + \varepsilon^2 \mathbf{u}^{(2)}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) + \dots$$

по малому параметру $\varepsilon = \delta/L$ (рис. 2), где x_i — текущие координаты, которые называются «медленными» или «глобальными», $\xi_i = x_i/\varepsilon$ — «быстрые» или «локальные» координаты, относящиеся к типовому элементу структуры. Подстановка этого ряда в систему уравнений теории упругости (1.1) приводит к цепочке рекуррентных соотношений, представляющих собой системы дифференциальных уравнений, из которых последовательно определяются его члены.

Первое из этих соотношений — вспомогательное. С его учетом второе соотношение приводится к так называемой «задаче на ячейке». Третье — после решения «задачи на ячейке» преобразуется к усредненной системе уравнений теории упругости $\hat{c}_{i\beta j\gamma} \frac{\partial^2 u_j^{(0)}}{\partial x_\beta \partial x_\gamma} = f$, из которого находится первый член ряда $\mathbf{u}^{(0)}$ (нулевое приближение), что дает усредненную картину поля перемещений и позволяет описать напряженно-деформированное состояние в среднем. Здесь $\hat{c}_{i\beta j\gamma}$ элементы эффективного тензора жесткости. Последующие соотношения дают возможность последовательно определять остальные члены ряда $\mathbf{u}^{(i)}$, $i=1, 2, \dots$

Для определения эффективных деформационных характеристик $\hat{c}_{i\beta j\gamma}$ необходимо решить следующие «задачи на ячейке» относи-

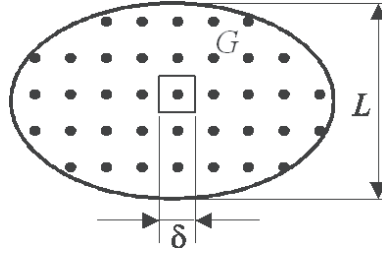


Рис. 2. Область с периодической структурой: δ — размер типового элемента структуры (ячейки периодичности); L — характерный размер области

тельно функций $\|n_l^{jk}(\xi_1, \xi_2, \xi_3)\|$

$$\frac{\partial}{\partial \xi_\beta} \left(c_{i\beta j\gamma} \frac{\partial n_l^{jk}}{\partial \xi_\gamma} + c_{i\beta kl} \right) = 0, \quad (1.2)$$

$$\left\langle \frac{\partial n_l^{jk}}{\partial \xi_\gamma} \right\rangle = 0, \quad \langle n_l^{jk} \rangle = 0.$$

Здесь суммирование ведётся по повторяющимся индексам, $\langle * \rangle$ обозначает среднее по объёму V типового элемента структуры: $\langle * \rangle = \frac{1}{V} \int_V (*) dv$, а $c_{i\beta j\gamma}$ — компоненты тензора жёсткости типового элемента структуры, как функции координат $(i, j, k, l, \beta, \gamma = 1, 2, 3)$.

После того, как из решения задачи (1.2) определены локальные функции n_k^{ip} , вычисляется тензор жёсткости нулевого порядка, компонентами которого являются

$$\tilde{c}_{ijkl} = c_{ijkl} + c_{ijmn} \frac{\partial n_l^{mk}}{\partial \xi_n}. \quad (1.3)$$

Затем, усредняя тензор жёсткости нулевого порядка (1.3) по объёму типового элемента структуры, получаем эффективный тензор жёсткости

$$\hat{c}_{ijkl} = \langle \tilde{c}_{ijkl} \rangle = \langle c_{ijkl} \rangle + \left\langle c_{ijmn} \frac{\partial n_l^{mk}}{\partial \xi_n} \right\rangle. \quad (1.4)$$

В случае слоистого материала выражение (1.4) принимает вид

$$\hat{c}_{kilj} = \langle c_{kilj} \rangle + \langle c_{kim1} c_{m1n1}^{-1} \rangle \left\langle c_{n1p1}^{-1} \right\rangle^{-1} \times \\ \times \left\langle c_{p1q1}^{-1} c_{q1lj} \right\rangle - \langle c_{kim1} c_{m1n1}^{-1} c_{n1lj} \rangle, \quad (1.5)$$

где ось x_1 направлена поперек напластования, а c_{n1p1}^{-1} обозначает соответствующие компоненты тензора податливости, который является обратным к тензору жёсткости.

Компоненты тензора жёсткости изотропного тела выражаются через модуль Юнга E и коэффициент Пуассона ν следующим образом:

$$c_{ijkl} = \frac{E}{2(1+\nu)} \times \\ \times \left[\frac{2\nu}{(1-2\nu)} \delta_{ij} \delta_{kl} + \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk} \right], \quad (1.6)$$

где δ_{ij} — символ Кронекера ($\delta_{ij} = 1$ при $i = j$; $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$).

Формулы (1.4) и (1.5) обеспечивают точность решения усредненной задачи порядка $\|\mathbf{u} - \mathbf{u}^{(0)}\| \sim O(\varepsilon^m)$, $m = 1$ в случае одномерной задачи и $m = 1/2$ в других случаях [3].

Использование метода асимптотического усреднения для определения эффективных деформационных характеристик скального массива, рассеченного ортогональной системой однородных трещин, приводит к следующей зависимости в главных осях упругой симметрии [4, 5]

$$\begin{cases} E_1 = E_2 = E_3 = \frac{lk_n E}{lk_n + E}, \\ G_\perp = \frac{lk_s G}{lk_s + 2G}, \\ \nu_{21} = \nu_{32} = \nu_{31} = \nu, \end{cases} \quad (1.7)$$

где E, G, ν — модуль Юнга, модуль сдвига и коэффициент Пуассона ненарушенной скальной породы [6], соответственно; k_n, k_s — нормальная и сдвиговая жёсткость трещины, соответственно (рис. 3); l — размер блока ненарушенной скальной породы.

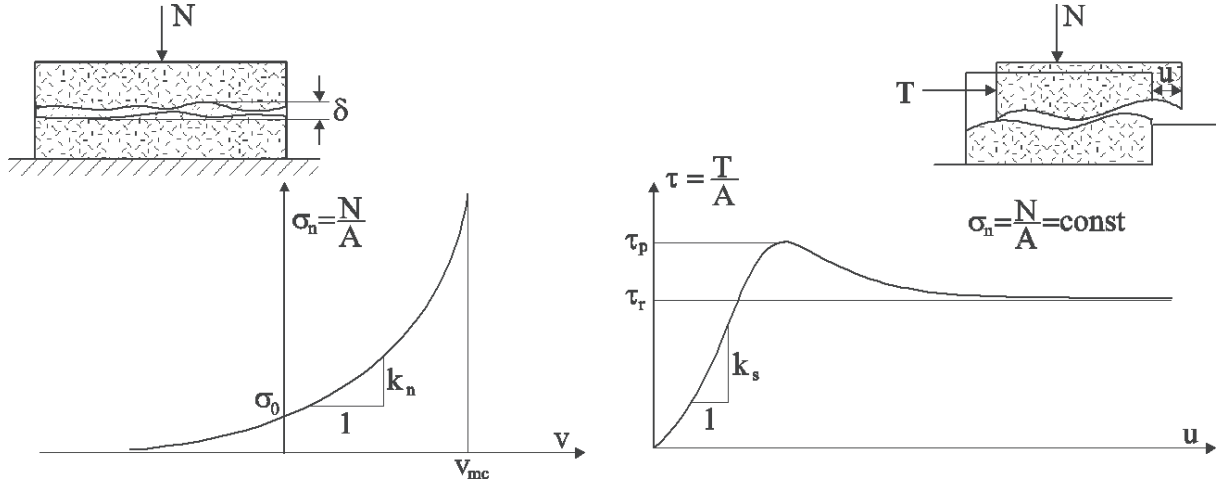


Рис. 3. Эксперименты по определению нормальной (слева) и сдвиговой (справа) жесткости трещины

2. Тензоры концентрации напряжений и деформаций

Общеизвестно, что разрушение обусловлено локальными физическими процессами, т.е. процессами, протекающими на микроуровне. Следовательно, для обоснования и математического описания критериев прочности структурно-неоднородных сред, которыми, в частности, являются скальные породы, необходимо охарактеризовать локальные нерегулярности взаимного расположения фаз и их взаимное влияние. В задачах механики для этого требуется точное описание поведения полей напряжений и (или) деформаций. При этом важнейшую роль играют концентрации напряжений (деформаций).

Пусть $u_{ij}^{(0)}$, $\varepsilon_{ij}^{(0)}$, $\sigma_{ij}^{(0)}$ — перемещения, деформации и напряжения, полученные из решения усредненной задачи. Напряжения с учетом неоднородности распределения на локальном уровне могут быть представлены в виде

$$\sigma_{ij}^{(1)} = \tilde{c}_{ijkl} \varepsilon_{ij}^{(0)} = \tilde{c}_{ijkl} \frac{\partial u_k^{(0)}}{\partial x_l} = \tilde{c}_{ijkl} \hat{c}_{klmn}^{-1} \sigma_{mn}^{(0)}. \quad (2.1)$$

Тензор, элементы которого определяются как

$$\tilde{c}_{ijkl} = \tilde{c}_{ijmn} \hat{c}_{mnkl}^{-1}, \quad (2.2)$$

называется тензором концентрации напряжений.

В соответствии с методом асимптотического усреднения, уточненные значения перемещений (определяемых с удержанием первой поправки в асимптотическом разложении) вычисляются по зависимостям

$$u_i^{(1)} = u_i^{(0)} + \varepsilon n_k^{ij} \frac{\partial u_j^{(0)}}{\partial x_k}, \quad (2.3)$$

$i, j, k, = 1, 2, 3.$

Пренебрегая малыми членами, содержащими вторые производные усредненных перемещений v_p и малый параметр ε , получим уточненные значения ε_{ij} , определяемые с учетом деформаций на локальном уровне соотношениями

$$\varepsilon_{ij}^{(1)} = \left[\Delta_{ijkp} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial n_k^{ip}}{\partial \xi_j} + \frac{\partial n_j^{ip}}{\partial \xi_i} \right) \right] \varepsilon_{kp}^{(0)}, \quad (2.4)$$

где $\Delta_{ijkp} = \frac{1}{2} (\delta_{ik} \delta_{jp} + \delta_{ip} \delta_{jk})$ — единичный тензор четвертого ранга. Здесь использованы условия симметрии $n_k^{ip} = n_p^{jk}$ и $\varepsilon_{kp}^{(0)} = \varepsilon_{pk}^{(0)}$. Второе слагаемое в (2.4) отвечает за учет деформаций на локальном уровне. Выражение в квадратных скобках (2.4) называется тензором концентрации деформаций. Подставляя (1.3) в (2.1) и учитывая (2.4), получаем соотношения, связывающие напряжения и деформации с учетом процессов деформирования на локальном уровне

$$\sigma_{ij}^{(1)} = c_{ijkl} \varepsilon_{ij}^{(1)}, \quad (2.5)$$

что доказывает корректность определенных таким образом тензоров концентрации напряжений и деформаций.

3. Прочностные характеристики

Прочностной критерий геоматериалов может быть выражен в тензорно-полиномиальной форме [7]

$$F = F_0 + F_{ij}\sigma_{ij} + F_{ijkl}\sigma_{ij}\sigma_{kl} + F_{ijklmn}\sigma_{ij}\sigma_{kl}\sigma_{mn} + \dots = 0, \quad (3.1)$$

где F_{ij} , F_{ijkl} , F_{ijklmn} ... — компоненты тензоров прочностных свойств соответствующих рангов, σ_{ij} — компоненты тензора напряжений. Если критерий (3.1) известен для каждого s -го компонента скального массива (ненарушенная скальная порода, слой, трещина), то подставляя (2.1) в это выражение и принимая во внимание (2.2), получаем

$$\tilde{F}_0^{(s)} = F_0^{(s)} + \tilde{F}_{ij}^{(s)}\sigma_{ij}^{(0)} + \tilde{F}_{ijkl}^{(s)}\sigma_{ij}^{(0)}\sigma_{kl}^{(0)} + \tilde{F}_{ijklmn}^{(s)}\sigma_{ij}^{(0)}\sigma_{kl}^{(0)}\sigma_{mn}^{(0)} + \dots = 0, \quad (3.2)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{F}_0^{(s)} &= F_0^{(s)}; \quad \tilde{F}_{ij}^{(s)} = F_{kl}^{(s)}\zeta_{klij}; \\ \tilde{F}_{ijkl}^{(s)} &= F_{mnpq}^{(s)}\zeta_{mnij}\zeta_{prkl} \dots \end{aligned}$$

Предположим, что поле напряжений $\sigma_{ij}^{(0)}$ на типовом элементе структуры однородно. Тогда «истинные» напряжения $\sigma_{ij}^{(1)}$ будут определяться в соответствии с (2.1). Примем, что типовой элемент структуры находится в предельном состоянии, если в нчм существует область, в которой выполняется условие, задаваемое уравнением (3.2).

Соотношения (3.1) и (3.2) в общем случае позволяют оценить анизотропию прочностных свойств массивов скальных пород, зависимость от прочностных и деформационных параметров, как ненарушенной скальной породы, так и трещин, их объемную долю, взаимное расположение и форму.

4. Численное моделирование по оценке механических свойств

Для определения эффективных прочностных свойств модельного массива скальных пород, рассеченных ортогональной системой однородных трещин, численные эксперименты

проводились в двух вариантах: над образцами с системой трещин, расположенной под углами $(0, 90^\circ)$ и $(45^\circ, 135^\circ)$. Образцы были составлены из блоков ненарушенной скальной породы. В качестве материала, моделирующего ненарушенные блоки, была выбрана порода со следующими механическими характеристиками: предел прочности на одноосное сжатие $\sigma_c = 79$ МПа, на растяжение $\sigma_t = 3,1$ МПа, модуль деформации $E = 25$ ГПа, сцепление $c = 25$ МПа, угол внутреннего трения $\varphi = 41^\circ$. Такие механические характеристики может иметь, например, мрамор.

Относительная ширина раскрытия трещин принималась равной $\alpha = 0,01$, а относительная площадь скальных контактов $\xi = 0,0002$. Значения нормальной k_n , сдвиговой k_s жесткости трещин определялись по зависимостям $E_j = \xi E$, $E_j = \alpha k_n$, $k_s = 0,4k_n$ [8] и составили $k_n = 500$ МПа, $k_s = 200$ МПа. Рассматривались следующие прочностные характеристики трещин: сцепление $c = 0,05$ МПа, угол внутреннего трения $\varphi = 35^\circ$.

Для описания эффективных прочностных свойств скальной породы, рассеченной ортогональной системой трещин, использовалось тензорно-полиномиальное представление прочностного критерия [7, 9, 10]

$$\frac{1}{\sqrt{S}}(\sigma_1^2 + c\sigma_2^2 + b\sigma_3^2 + d\tau_{12}^2 + p\tau_{23}^2 + r\tau_{13}^2 + s\sigma_1\sigma_2 + t\sigma_2\sigma_3 + f\sigma_1\sigma_3) \leq [\sigma_0], \quad (4.1)$$

где

$$S = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{13}^2 + \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3,$$

$$[\sigma_0] = \frac{\sigma_{b1}}{k_b}; \quad c = \frac{\sigma_{b1}}{\sigma_{b2}}; \quad b = \frac{\sigma_{b1}}{\sigma_{b3}};$$

$$d = \frac{\sigma_{b1}}{\tau_{b12}}; \quad p = \frac{\sigma_{b1}}{\tau_{b23}}; \quad r = \frac{\sigma_{b1}}{\tau_{b13}};$$

$$s = \frac{4\sigma_{b1}}{\sigma_{b12}^{(45)}} - c - d - 1; \quad t = \frac{4\sigma_{b1}}{\sigma_{b23}^{(45)}} - c - b - p;$$

$$f = \frac{4\sigma_{b1}}{\sigma_{b13}^{(45)}} - b - r - 1.$$

Здесь через σ_{bj} обозначена величина опасного напряжения, отвечающего предельному состоянию (пределу прочности) на одноосное сжатие в направлении оси, соответствующей

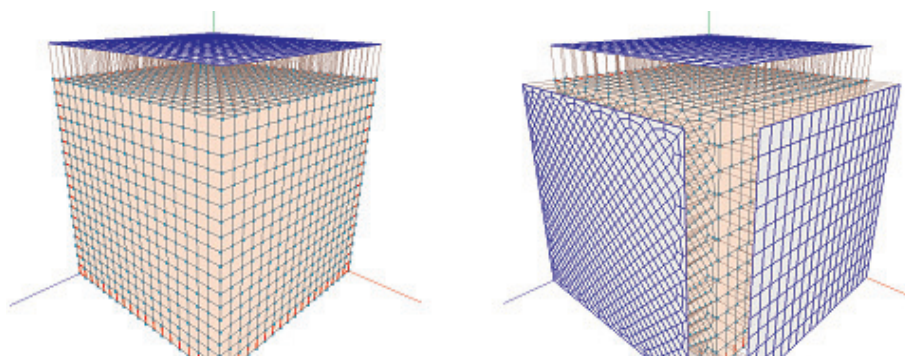


Рис. 4. Расчётные схемы составных образцов скальных пород с наклоном сетей трещин: а) ($0^{\circ}irc, 90^{\circ}irc$); б) ($45^{\circ}irc, 135^{\circ}irc$)

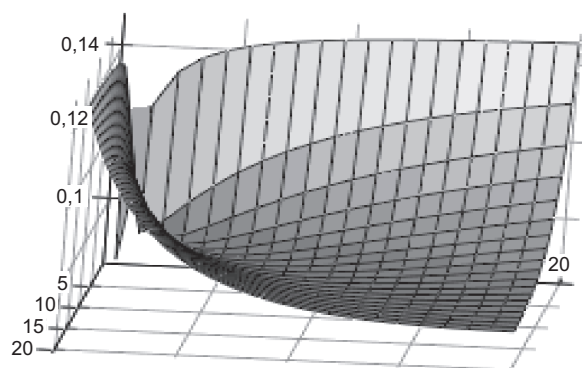


Рис. 5. Предельная поверхность

второму нижнему индексу j ; через τ — аналогичная величина для чистого сдвига, при котором изменяется прямой угол между осями, обозначенными в нижнем индексе. Верхний индекс у σ означает предел прочности в диагональном направлении (под углом $45^{\circ}irc$ к главным осям упругой симметрии), лежащим в плоскости, соответствующей нижним индексам. Индексы 1, 2, 3 соответствуют главным осям упругой симметрии скального массива; k_b — коэффициент запаса, одинаковый для всех направлений (для простоты примем его равным единице $k_b = 1,0$).

Если ненарушенная скальная порода изотропная, а механические характеристики трещин имеют одинаковые свойства, из симметрии, определяемой ортогональной системой трещин, следует, что эффективные характеристики прочностных свойств тензорно-полиномиального критерия (4.1) должны удовлетворять условиям: $c = b$; $d = p = r$; $s = t = f$.

Численный анализ проведен для задачи в трёхмерной постановке. В первом варианте расчётов задавались кинематические граничные условия (рис. 4а) как равномерно распределённая нагрузка в перемещениях, приложенная к верхней грани образца. Такие граничные условия обеспечивали одноосное напряжённно-деформированное состояние в эквивалентном образцу однородном теле. Нагрузка прикладывалась ступенями от нуля вплоть до предельного значения, соответствующего моменту разрушения.

Во втором варианте расчётов задавались кинематические граничные условия (рис. 4б), которые соответствовали трёхосному напряжённно-деформированному состоянию в эквивалентном образцу однородном теле. Вначале задавалось равномерное всестороннее обжатие образца (реализуемое посредством задания равномерно распределённой нагрузки в перемещениях по всем граням), которое соответствовало напряжённому

Механические характеристики трещиноватой породы, полученные в численных экспериментах

Угол наклона трещин к горизонту	Предельное вертикальное напряжение σ_1 , МПа	Модуль деформации E , МПа	Модуль сдвига G , МПа	Коэффициент Пуассона ν
$(0^\circ \text{irc}, 90^\circ \text{irc})$	22,4	490,0	123,5	0,25
$(45^\circ \text{irc}, 135^\circ \text{irc})$	1,0	352,0	196,0	0,44

состоянию в однородном эквивалентном теле при $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 0,12$ МПа. Затем, как и в первом варианте, к верхней грани образца ступенями прикладывалась равномерно распределенная нагрузка в перемещениях вплоть до разрушения.

Результаты численного анализа показали, что при данных условиях нагружения разрушение имеет хрупкий характер, при этом до момента разрушения деформирование можно считать линейным. Разрушение образцов в первом варианте расчетов для систем трещин с углом наклона $(0^\circ \text{irc}, 90^\circ \text{irc})$ было зафиксировано при значении вертикальной нагрузки 22,4 МПа, а во втором — для систем трещин с углом наклона $(0^\circ \text{irc}, 90^\circ \text{irc})$ и $(45^\circ \text{irc}, 135^\circ \text{irc})$ — при значении вертикальной нагрузки 1,0 МПа (таблица). Существенное различие в значениях предела прочности в разных направлениях по отношению к ориентации ортогональной системы трещин говорит об анизотропии механических свойств образцов трещиноватой скальной породы.

Из первого варианта расчета (таблица) находим $c = b = 1,0$. Условие чистого сдвига дает, что предельные значения касательных напряжений, через которые находятся параметры прочностных характеристик d, p, r в (4.1), в рассматриваемом случае будут вполне определяться прочностью на сдвиг по трещинам и, следовательно, имеем $d = p = r = 448,0$.

Используя результаты второго варианта расчета, согласно которым образец разрушился при значениях напряжений $\sigma_1 = 1,0$ МПа, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0,12$ МПа (усредненные напряжения в эквивалентном теле), и учитывая, что $s = t = f$, находим значения этих параметров в системе координат, связанной с осями упругой симметрии: $s = t = f = -138,4$.

Таким образом, определив полный набор эффективных параметров прочностных свойств, получим уравнение предельной поверхности

$$\frac{1}{S}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + 448,0\tau_{12}^2 + 448,0\tau_{23}^2 + 448,0\tau_{13}^2 - 138,4\sigma_1\sigma_2 - 138,4\sigma_2\sigma_3 - 138,4\sigma_1\sigma_3) = 22,4. \quad (4.2)$$

Графическое представление этой поверхности в условиях плоской деформации ($\varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$) в виде зависимости $\tau_{xy}(\sigma_x, \sigma_y)$ приведено на рис. 5.

Эффективные деформационные характеристики модельного массива скальных пород, рассеченных ортогональной системой однородных трещин, в осях упругой симметрии определялись соотношениями (1.7). В результате были получены следующие значения: $E_x = E_y = E_z = 490$ МПа, $G_{\perp} = 123,5$ МПа, $\nu = 0,25$ (таблица).

Значения модулей деформации, сдвига и коэффициента Пуассона для случая, когда система трещин расположена под углом $(45^\circ \text{irc}, 135^\circ \text{irc})$ и $E_1 = E_2 = E_3$, определялись зависимостями [11]

$$\begin{aligned} \frac{1}{E_{45}} &= \frac{\sin^4 45^\circ}{E_1} + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{G_{\perp}} - \frac{2\nu}{E_1} \right) \sin^2 90^\circ + \frac{\cos^4 45^\circ}{E_1}, \\ \frac{1}{G_{45}} &= 4 \left(\frac{2(1+\nu)}{E_1} - \frac{1}{G_{\perp}} \right) \times \\ &\quad \times \sin^2 45^\circ \cos^2 45^\circ + \frac{1}{G_{\perp}}, \quad (4.3) \\ \frac{\nu_{45}}{E_{45}} &= \left(\frac{2(1+\nu)}{E_1} - \frac{1}{G_{\perp}} \right) \times \\ &\quad \times \sin^2 45^\circ \cos^2 45^\circ - \frac{\nu}{E_1}. \end{aligned}$$

Из (4.3) были получены значения: $E_{45} = 352$ МПа, $G_{45} = 196$ МПа, $\nu_{45} = 0,443$ (таблица).

Заключение

Предложенный в данной работе оригинальный подход к определению механических характеристик скальных массивов, рассеченных системами трещин, позволяет эффективно оценивать полный набор как деформационных, так и прочностных свойств таких сред.

Литература

1. Miyaike Y., Mizuno N., Momozé Y., Nakamura J. Experimental and analytical studies on mechanical properties of layered soft rock mass // Scale Effects in Rock Masses 93: Balkema. Rotterdam, 1993. P. 125–132.
2. Бахвалов Н. С. Осреднение дифференциальных уравнений с частными производными с быстро осциллирующими коэффициентами // Доклады АН СССР. 1975. Т. 221. № 3. С. 516–519.
3. Бахвалов Н. С., Панасенко Г. П. Осреднение процессов в периодических средах. М.: Наука, 1984. 352 с.
4. Власов А. Н., Мерзляков В. П., Ван-Чжен Асимптотический метод осреднения в расчете нелинейных деформационных характеристик скальных грунтов // Нелинейная механика грунтов: Труды IV Российской конференции. Т. 1. С.-Пб., 1993. С. 19–25.
5. Vlasov A. N., Merzlyakov V. V. Deformability parameters of stratified and jointed rock // Safety and environmental issues in rock engineering. Eurorock 93: Proc. ISRM International Symposium. Lisboa, Portugal, 1993. A.A.Balkema, Rotterdam, Brookfield, 1995. P. 975–981.
6. Мюллер Л. Инженерная геология. Механика скальных массивов. М.: Мир, 1971. 256 с.
7. Бу Э. М. Феноменологические критерии разрушения анизотропных сред. Механика композиционных материалов / Ред. Дж. Сендецкий. М.: Мир, 1978. Т. 2. С. 401–491.
8. Руппенейт К. В. Деформируемость трещиноватых горных пород. М.: Недра, 1975. 224 с.
9. Малмейстер А. К., Тамуж В. П., Тетерс Г. А. Сопротивление жестких полимерных материалов. Рига: Зинатне, 1972. 498 с.
10. Малмейстер А. К., Тамуж В. П., Тетерс Г. А. Сопротивление полимерных и композитных материалов. Рига: Зинатне, 1980. 571 с.
11. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела. М.-Л.: ГИТЛ, 1950. 300 с.