ISSN 1729-5459. ЭКОЛОГИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК НАУЧНЫХ ЦЕНТРОВ ЧЭС. 2018. Т. 15. № 2. С. 24–29

Механика

УДК 539.3

doi: 10.31429/vestnik-15-2-24-29

О СТАРТОВОМ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИИ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ В ПРОСТРАНСТВЕННОМ ВАРИАНТЕ

Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М., Хрипков Д. А., Лозовой В. В., Уафа С. Б., Евдокимов В. С., Елецкий Ю. Б.

ABOUT A STARTING EARTHQUAKE BY HARMONIC ACTIONS IN THE SPACE CASE

V. A. Babeshko[1], O. V. Evdokimova[2], O. M. Babeshko[1], D. A. Khripkov[1], V. V. Lozovoy[2], S. B. Uafa[2], V. S. Evdokimov[2], Y. B. Eletskiy[2]

[1] Kuban State University, Krasnodar, 350040, Russia
[2] Southern Scientific Center, Russian Academy of Science, Rostov-on-Don, 344006, Russia
e-mail: babeshko49@mail.ru

Abstract. The object of study is the behavior of two semi-infinite tectonic plates under vibration conditions located on a deformable ground in the form a deformable layer. It is taken to be that the plates have parallel vertical boundaries and two positions on the layer – when there is some distance between their edges and when there is not. An antiplane boundary problem is studied on the assumption that the edges of the tectonic plates act harmonically in time with the same frequency of stress, parallel to one of the coordinate axes. The boundary problem stated for a triblock structure is studied by the block element method, the algorithm of which requires the implementing of exterior form operations, exterior analysis, and the creating of the quotient topology for the block structure. The problem reduces to studying functional equations the solutions of which are the contact stresses. The concentrations of contact stresses which show the probability of a starting earthquake when the tectonic plates come together are studied.

Keywords: block element, factorization, topology, integral and differential factorization methods, exterior forms, block structures, boundary problems, singular peculiarity.

Введение

В [1] рассматривалась блочная структура, состоящая из трех блоков: основания, моделируемого пространственными уравнениями теории упругости, и литосферных плит, моделируемых трехмерными деформируемыми объектами. В качестве основания принималось деформируемое полупространство. В настоящей работе в этой же постановке рассматривается случай моделирования основания трехмерным деформируемым слоем, бо-

Бабешко Владимир Андреевич, академик РАН, д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой математического моделирования Кубанского государственного университета, директор Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета, заведующий лабораторией Южного федерального университета; e-mail: babeshko41@mail.ru.

Евдокимова Ольга Владимировна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: evdokimova.olga@mail.ru.

Бабешко Ольга Мефодиевна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: babeshko49@mail.ru.

Хрипков Дмитрий Александрович, научный сотрудник Кубанского государственного университета; e-mail: vestnik@kubsu.ru.

Лозовой Виктор Викторович, канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: niva_kgu@mail.ru.

Уафа Самир Баширович, младший научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: uafa70@mail.ru.

Евдокимов Владимир Сергеевич, студент Кубанского государственного университета, лаборант Южного научного центра РАН; e-mail: evdok_vova@mail.ru.

Елецкий Юрий Борисович, заведующий лабораторией Южного научного центра РАН; e-mail: elezkiy@priazovneft.ru.

Отдельные фрагменты работы выполнены в рамках реализации Госзадания на 2018 г., проекты (9.8753.2017/8.9), (01201354241), программ президиума РАН I-16, (00-18-21), I-52 проект (00-18-29), и при поддержке грантов РФФИ (16-41-230214), (16-41-230218), (16-48-230216), (17-08-00323), (18-08-00465), (18-01-00384), (18-05-80008).

лее точно отражающим реальное строение коры Земли. Следует отметить, что существует много различных подходов исследования граничных задач о поведении сложных деформируемых конструкций как блочных структур [2–6], в том числе топологическими методами [7–15]. Однако подход [1] является, по-видимому, первым, перенесенным на трехмерные области.

1. Метод исследования

Исследуем на примере антиплоской граничной задачи теории упругости, в которой все три блока описываются пространственными уравнениями теории упругости, влияние трехмерности всех объектов блочной структуры на характер концентрации напряжений в зоне сближения всех блоков.

Будем считать, что на поверхности основания находятся две литосферные плиты, описываемые уравнениями линейной теории упругости. Чтобы избежать появления кратных корней оператора граничной задачи, то есть возникновения резонансов, считаем, что плиты гармонически колеблются по временному закону $e^{-i\omega t}$ с очень малой частотой вдоль оси Ox_1, направленной от наблюдателя перпендикулярно плоскости наблюдения, представляющего сечение основания и литосферных плит. Это всегда можно сделать, варьируя рядом параметров граничной задачи [5]. В таком состоянии, не взаимодействуя друг с другом, блоки будут рассматриваться в двух позициях — удаленных на конечное расстояние, и полностью сблизившихся. Задача будет антиплоской, если все перемещения, напряжения и геометрия тел в сечении не зависят от координаты x_1. Тогда уравнения Ламе упрощаются. Обозначив через u_λ, u_r, u_h перемещения левой, правой литосферных плит и основания, соответственно, определяющие уравнения граничной задачи для рассматриваемой трехблочной структуры можно записать в виде

$$(\partial_{x_2x_2} + \partial_{x_3x_3} + \rho_\lambda \mu_\lambda^{-1} \partial_{tt}) u_\lambda(x_2, x_3, t) = 0,$$

$$(\partial_{x_2x_2} + \partial_{x_3x_3} + \rho_r \mu_r^{-1} \partial_{tt}) u_r(x_2, x_3, t) = 0,$$

$$(\partial_{x_2x_2} + \partial_{x_3x_3} + \rho_h \mu_h^{-1} \partial_{tt}) u_h(x_2, x_3, t) = 0,$$

$$\sigma_{\lambda x_1x_3} = \mu_\lambda \frac{\partial u_\lambda}{\partial x_3}, \quad \sigma_{rx_1x_3} = \mu_r \frac{\partial u_r}{\partial x_3},$$
$$\sigma_{\lambda x_1x_2} = \mu_\lambda \frac{\partial u_\lambda}{\partial x_2}, \quad \sigma_{rx_1x_2} = \mu_r \frac{\partial u_r}{\partial x_2}, \tag{1.1}$$

$$\sigma_{hx_1x_3} = \mu_h \frac{\partial u_h}{\partial x_3}.$$

Отыскивая гармонические во времени решения нестационарных задач, при условии, что заданные граничные условия каждого блока содержат временной множитель $e^{-i\omega t}$, и приходим к граничным задачам в каждом блоке вида

$$(\partial_{x_2x_2} + \partial_{x_3x_3} + p_\lambda^2) u_\lambda(x_2, x_3) = 0,$$
$$\Omega_\lambda(|x_1| \leqslant \infty, \ -\infty \leqslant x_2 \leqslant b_1, \ 0 \leq x_3 \leqslant \infty),$$
$$(\partial_{x_2x_2} + \partial_{x_3x_3} + p_r^2) u_r(x_2, x_3) = 0,$$
$$\Omega_r(|x_1| \leqslant \infty, \ b_2 \leqslant x_2 \leqslant \infty),$$
$$(\partial_{x_2x_2} + \partial_{x_3x_3} + p_h^2) u_h(x_2, x_3) = 0,$$
$$\Omega_h(|x_1| \leqslant \infty, \ |x_2| \leqslant \infty, \ -c \leqslant x_3 \leqslant 0),$$
$$p_\lambda^2 = \rho_\lambda \omega^2 \mu_\lambda^{-1}, \quad p_r^2 = \rho_r \omega^2 \mu_r^{-1},$$
$$p_h^2 = \rho_h \omega^2 \mu_h^{-1}.$$

Считаем, что на границах $\partial\Omega_\lambda$, $\partial\Omega_r$, $\partial\Omega_h$ задаются напряжения в форме

$$\sigma_{\lambda x_1x_3} = \mu_\lambda f_{\lambda 2}(x_2), \quad \sigma_{rx_1x_3} = \mu_r f_{r2}(x_2),$$
$$\sigma_{\lambda x_1x_2} = \mu_\lambda f_{\lambda 1}(x_3), \quad \sigma_{rx_1x_2} = \mu_r f_{r1}(x_3),$$
$$\sigma_{hx_1x_3} = \mu_h f_{h1}(x_2).$$

Тогда граничные условия для перемещений принимают вид

$$\frac{\partial u_\lambda}{\partial x_2} = f_{\lambda 1}(x_3), \quad x_2 = b_1, \quad 0 \leqslant x_3 \leqslant \infty,$$
$$\frac{\partial u_\lambda}{\partial x_3} = f_{\lambda 2}(x_2), \quad x_3 = 0, \quad -\infty \leqslant x_2 \leqslant b_1,$$
$$\frac{\partial u_r}{\partial x_2} = f_{r1}(x_3), \quad x_2 = b_2, \quad 0 \leqslant x_3 \leqslant \infty,$$
$$\frac{\partial u_r}{\partial x_3} = f_{r1}(x_2), \quad x_3 = 0, \quad b_2 \leqslant x_2 \leqslant \infty,$$
$$\frac{\partial u_h}{\partial x_3} = f_{h1}(x_2), \quad x_3 = 0, \quad -\infty \leqslant x_2 \leqslant \infty,$$
$$u_h = 0, \quad x_3 = -c, \quad -\infty \leqslant x_2 \leqslant \infty.$$

Кроме этого, в бесконечно удаленных точках каждого блока должны выполняться условия излучения, которые обеспечиваются положениями соответствующих контуров интегрирования в представлениях решений [6].

Литосферные плиты имеют большую толщину, которая принята бесконечной при изучении зоны контакта плит с основанием. Здесь приняты следующие обозначения: ω —

частота колебания внешней нагрузки на литосферные плиты; $\sigma_{\lambda x_{13}}, \sigma_{rx_{13}}, \sigma_{hx_{13}}$ — касательные напряжения, возникающие на нижней границе левой и правой литосферных плит соответственно, а последнее — касательные напряжения, возникающие на верхней границе основания, направленные вдоль оси Ox_1; $\sigma_{\lambda x_{12}}$, $\sigma_{rx_{12}}$ — касательные напряжения, действующие вдоль оси ox_1 на боковые границы левой и правой литосферной плиты соответственно; μ_λ, μ_r, μ_h — модули сдвига материалов левой, правой литосферных плит и основания соответственно, а ρ_λ, ρ_r, ρ_h — в таком же сочетании плотности материалов объектов.

Трехблочную структуру рассматриваем в двух состояниях: первое — в предположении наличия расстояния 2θ между боковыми границами литосферных плит, и второе — в предположении его отсутствия. Для исследования граничной задачи применяем метод блочного элемента. Для этого, индуцировав эвклидовым пространством в каждом блоке топологию, погружаем в нее граничную задачу. Применением двумерного преобразования Фурье получаем функциональные уравнения для каждого блока как для многообразия с краем. Средствами внешней алгебры вводятся внешние формы [3] для каждого блока, имеющие вид

$$\omega_\lambda = F_{1\lambda}(\alpha_3)e^{i(\alpha_2 b_1)} - i\alpha_2 u_\lambda(b_1,\alpha_3)e^{i(\alpha_2 b_1)} - F_{2\lambda}(\alpha_2) + i\alpha_3 u_\lambda(\alpha_2,0),$$

$$\omega_r = -F_{1r}(\alpha_3)e^{i(\alpha_2 b_2)} + i\alpha_2 u_r(b_2,\alpha_3)e^{i(\alpha_2 b_2)} - F_{2r}(\alpha_2) + i\alpha_3 u_r(\alpha_2,0),$$

$$\omega_h = \frac{\partial u_h(\alpha_2,0)}{\partial x_3} - i\alpha_3 u_h(\alpha_2,0) - \frac{\partial u_h(\alpha_2,-c)}{\partial x_3}e^{-i(\alpha_3 c)} + i\alpha_3 u_h(\alpha_2,-c)e^{-i(\alpha_3 c)},$$
$$u_h(\alpha_2,-c) = 0,$$

$$\omega_h = F_{2h}(\alpha_2) - i\alpha_3 u_h(\alpha_2,0) - \frac{\partial u_h(\alpha_2,-c)}{\partial x_3}e^{-i(\alpha_3 c)},$$
$$F_{sb}(\alpha_k) = \mathbf{F}_1(\alpha_k) f_{sb}(x_k),$$
$$s = 1,2,3, \quad b = \lambda, r, h.$$

$\mathbf{F}_2 \equiv \mathbf{F}_2(\alpha_2,\alpha_3)$ и $\mathbf{F}_1 \equiv \mathbf{F}_1(\alpha_k)$, $k = 2,3$ — двумерный и одномерный операторы преобразования Фурье соответственно.

Для дальнейшего используется алгоритм внешнего анализа [3], позволяющий построить псевдодифференциальные уравнения граничных задач для каждого блока. Они имеют следующий вид

$$F_{1\lambda}(\alpha_3)e^{i(\alpha_{2\lambda-} b_1)} - i\alpha_{2\lambda-} u_\lambda(b_1,\alpha_3)e^{i(\alpha_{2\lambda-} b_1)} - F_{2\lambda}(\alpha_{2\lambda-}) + i\alpha_3 u_\lambda(\alpha_{2\lambda-},0) = 0,$$

$$F_{1\lambda}(\alpha_{3\lambda+})e^{i(\alpha_2 b_1)} - i\alpha_2 u_\lambda(b_1,\alpha_{3\lambda+})e^{i(\alpha_2 b_1)} - F_{2\lambda}(\alpha_2) + i\alpha_{3\lambda+} u_\lambda(\alpha_2,0) = 0,$$

$$-F_{1r}(\alpha_3)e^{i(\alpha_{2r+} b_2)} + i\alpha_{2r+} u_r(b_2,\alpha_3)e^{i(\alpha_{2r+} b_2)} - F_{2r}(\alpha_{2r+}) + i\alpha_3 u_r(\alpha_{2r+},0) = 0,$$

$$-F_{1r}(\alpha_{3r+})e^{i(\alpha_2 b_2)} + i\alpha_2 u_r(b_2,\alpha_{3r+})e^{i(\alpha_2 b_2)} - F_{2r}(\alpha_2) + i\alpha_{3r+} u_r(\alpha_2,0) = 0,$$

$$F_{2h}(\alpha_2) - i\alpha_{3h+} u_h(\alpha_2,0) - \frac{\partial u_h(\alpha_2,-c)}{\partial x_3}e^{-i(\alpha_{3h+} c)} = 0,$$

$$F_{2h}(\alpha_2) - i\alpha_{3h-} u_h(\alpha_2,0) - \frac{\partial u_h(\alpha_2,-c)}{\partial x_3}e^{-i(\alpha_{3h-} c)} = 0,$$

$$\alpha_{2\lambda-} = -i\sqrt{\alpha_3^2 + p_\lambda^2}, \quad \alpha_{3\lambda+} = i\sqrt{\alpha_2^2 + p_\lambda^2},$$
$$\alpha_{2r+} = i\sqrt{\alpha_3^2 + p_r^2}, \quad \alpha_{3r+} = i\sqrt{\alpha_2^2 + p_r^2},$$
$$\alpha_{3h-} = -i\sqrt{\alpha_2^2 + p_h^2}, \quad \alpha_{3h+} = i\sqrt{\alpha_2^2 + p_h^2},$$
$$F_{sb}(\alpha_k) = \mathbf{F}_1(\alpha_k) f_{sb}(x_k),$$
$$s = 1,2,3, \quad b = \lambda, r, h. \tag{1.2}$$

Разрезы на римановой поверхностив (1.2) выбираются из требования регулярности функций в нижней (для минуса) и в верхней (для плюса) полуплоскостях.

Обратив псевдодифференциальные уравнения, получаем интегральное представление решения для каждого блока в форме упакованных блочных элементов. Эти решения представимы в форме

$$u_\lambda(x_2,x_3)=\mathbf{F}_2^{-1}(x_2,x_3)\frac{\omega_\lambda(\alpha_2,\alpha_3)}{(\alpha_2^2+\alpha_3^2-p_\lambda^2)},$$

$$\omega_\lambda=(1-\frac{\alpha_2}{\alpha_{2\lambda-}})e^{i(\alpha_2 b_1)}\times \\ \times\left\langle F_{1\lambda}(\alpha_3)-F_{1\lambda}(\alpha_{3\lambda+})\frac{\alpha_3}{\alpha_{3\lambda+}}\right\rangle+ \\ +\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_{3\lambda+}}-1\right)\left\langle F_{2\lambda}(\alpha_2)-\right. \\ \left.-F_{2\lambda}(\alpha_{2\lambda-})e^{-i(\alpha_{2\lambda-}b_1)}e^{i(\alpha_2 b_1)}\frac{\alpha_2}{\alpha_{2\lambda-}}\right\rangle,$$

$$u_r(x_2,x_3)=\mathbf{F}_2^{-1}(x_2,x_3)\frac{\omega_r(\alpha_2,\alpha_3)}{(\alpha_2^2+\alpha_3^2-p_r^2)}m,$$

$$\omega_r=\left[\frac{\alpha_2}{\alpha_{2r+}}-1\right]e^{i(\alpha_2 b_2)}\times \\ \times\langle F_{1r}(\alpha_3)-F_{1r}(\alpha_{3r+})\rangle+ \\ +\left[\frac{\alpha_3}{\alpha_{3r+}}-1\right]\left\langle F_{2r}(\alpha_2)-\right. \\ \left.-F_{2r}(\alpha_{2r+})e^{i(\alpha_2 b_2)}e^{i(\alpha_{2r+}b_2)}\frac{\alpha_2}{\alpha_{2+}}\right\rangle,$$

$$u_h(x_2,x_3)=\frac{1}{4\pi^2}\iint\limits_{R^2}\frac{\omega_h(\alpha_2,\alpha_3)}{(\alpha_2^2+\alpha_3^2-p_h^2)}\times \\ \times e^{-i(\alpha_2x_2+\alpha_3x_3)}\,\mathrm{d}\alpha_2\,\mathrm{d}\alpha_3,$$

$$\omega_h(\alpha_2,\alpha_3)=F_{2h}(\alpha_2)\left[1-\right. \\ \left.-i\alpha_3\frac{\sin\alpha_{3h+}c}{\alpha_{3h+}\cos\alpha_{3h+}c}-\frac{1}{\cos\alpha_{3h+}c}e^{-i(\alpha_3 c)}\right].$$

Контуры в двойных интегралах обращений Фурье выбираются из требования обхода вещественных нулей по принципу предельного поглощения [6].

Дальнейшее построение решения для блочной структуры в целом, включает применение гомеоморфизмов, требуемых для сопряжения блочных элементов, что достигается введением фактор-топологических пространств.

Эта процедура детально описана в [3]. В результате ее применения для блочных структур при $\theta>0$ и $\theta=0$ получаем два уравнение типа Винера–Хопфа вида

$$K_1(\alpha_2)F_2^+(\alpha_2)+K_2(\alpha_2)F_2^-(\alpha_2)+U_0(\alpha_2,0)= \\ =\alpha_2G_{1b}(\alpha_2)+G_{2b}(\alpha_2),\quad\theta>0,$$

$$K_1(\alpha_2)F_2^+(\alpha_2)+K_2(\alpha_2)F_2^-(\alpha_2)= \\ =\alpha_2G_{10}(\alpha_2)+G_{20}(\alpha_2),\quad\theta=0,$$

$$K_1(\alpha_2)=\frac{\sin\alpha_{3h+}c}{\alpha_{3h+}\cos\alpha_{3h+}c}+\frac{1}{\sqrt{\alpha_2^2+p_r^2}},$$

$$K_2(\alpha_2)=\frac{\sin\alpha_{3h+}c}{\alpha_{3h+}\cos\alpha_{3h+}c}+\frac{1}{\sqrt{\alpha_2^2+p_\lambda^2}}.$$

Здесь приняты обозначения

$$F_{2\lambda}(\alpha_2)=F_2^-(\alpha_2),\quad F_{2r}(\alpha_2)=F_2^+(\alpha_2),$$

$$F_{2h}(\alpha_2)=F_2^-(\alpha_2)+F_2^+(\alpha_2),$$

$$G_{1b}(\alpha_2)= \\ =-\frac{e^{i(\alpha_2b_1)}}{2\pi\alpha_{3\lambda+}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-i(\alpha_{2\lambda-}b_1)}F_{2\lambda}(\alpha_{2\lambda-})}{\alpha_{2\lambda-}(\alpha_3-\alpha_{3\lambda-})}\,\mathrm{d}\alpha_3- \\ -\frac{e^{i(\alpha_2b_2)}}{2\pi\alpha_{3r+}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-i(\alpha_{2r+}b_2)}F_{2r}(\alpha_{2r+})}{\alpha_{2r+}(\alpha_3-\alpha_{3r-})}\,\mathrm{d}\alpha_3,$$

$$G_{2b}(\alpha_2)= \\ =-\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{i(\alpha_2b_1)}\xi_{1\lambda}}{\alpha_{2\lambda-}\alpha_{3\lambda+}(\alpha_2-\alpha_{2\lambda+})}\,\mathrm{d}\alpha_3+ \\ +\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{i(\alpha_2b_2)}\xi_{1r}}{\alpha_{2r+}\alpha_{3r+}(\alpha_2-\alpha_{2r-})}\,\mathrm{d}\alpha_3,$$

$$\xi_{1\lambda}=\alpha_{3\lambda+}F_{1\lambda}(\alpha_3)-\alpha_3F_{1\lambda}(\alpha_{3\lambda+}),$$

$$\xi_{1r}=\alpha_{3r+}F_{1r}(\alpha_3)-\alpha_3F_{1r}(\alpha_{3r+}),$$

$$G_{1b}(-\alpha_2)=G_{1b}(\alpha_2),$$

$$G_{1b}(\alpha_2)=c_1\alpha_2^{-2}+O(|\alpha_2|^{-3}),$$

$$|\alpha_2|\to\infty.$$

$U_0(\alpha_2,0)$ — преобразование Фурье функции, описывающей поведение поверхности основания, свободной от контакта с блоками.

Функции $G_{10}(\alpha_2)$, $G_{20}(\alpha_2)$ получаются из $G_{1b}(\alpha_2)$, $G_{2b}(\alpha_2)$ при $b_1=b_2=0$.

Сопоставляя это выражения с аналогичными, полученными в работах [3, 4], где в качестве моделей литосферных плит использовались пластины Кирхгофа, находим их полную качественную идентичность. Так же, как и в указанных работах, возникают функциональные уравнения типа Винера–Хопфа, имеющие описанные там свойства решений. При $\theta > 0$ на краях литосферных плит возникают особенности в контактных напряжениях, описываемые функциями

$$u_\lambda(x_2, x_3) = \sigma_{1\lambda}(x_2, x_3)(-x_2 - \theta)^{-1/2},$$

$$x_2 < -\theta,$$

$$u_r(x_2, x_3) = \sigma_{1r}(x_2, x_3)(x_2 - \theta)^{-1/2},$$

$$x_2 > \theta.$$

Здесь $\sigma_{1b}(x_2, x_3)$, $b = \lambda, r$ непрерывные по обеим координатам функции при достаточно гладких f_{bn}, $b = \lambda, r$ [2,3].

Обращение второго уравнения при $\theta = 0$ строится традиционным методом Винера–Хопфа [5] и приводит при $x_2 \to 0$ к следующим свойствам решений

$$u_\lambda(x_2, x_3) \to \sigma_{2\lambda}(x_2, x_3)x_2^{-1},$$

$$u_r(x_2, x_3) \to \sigma_{2r}(x_2, x_3)x_2^{-1}.$$

Функции $\sigma_{nb}(x_2, x_3)$, $b = \lambda, r; n = 2, 3, 4$ непрерывны по обоим параметрам.

Заключение

При $\theta = 0$ в зоне сближения литосферных плит, находящихся на деформируемом слое, при гармоническом режиме возникает сингулярная особенность при соответствующих направлениях действия напряжений на их боковых границах. Этот результат подтверждает корректность использования моделей пластин Кирхгофа в режиме гармонических колебаний для этого тип воздействий на литосферные плиты, в которых влияние модели трехмерности литосферных плит не внесло качественных изменений в окончательные результаты.

Литература

1. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* О влиянии пространственной модели литосферных плит на стартовое землетрясение // ДАН. 2018. Т. 480. № 2. С. 158–163.
2. *Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M.* On the possibility of predicting some types of earthquake by a mechanical approach // Acta Mechanica. 2018. Vol. 229. Iss. 5. P. 2163–2175. DOI: 10.1007/s00707-017-2092-0.
3. *Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M.* The Theory of the Starting Earthquake // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2016. №1. Ч. 2. С. 37–80.
4. *Бабешко В.А, Евлокимова О.В., Бабешко О.М.* Сложение упакованных блочных элементов и их гомеоморфизмы // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2017. № 2. С. 32–35.
5. *Бабешко В.А,. Бабешко О.М., Евдокимова О.В.* О слоистых упругих средах с рельефной границей // Известия РАН. Прикладная математика и механика. 2010. №6. С. 890–894.
6. *Ворович И.И., Бабешко В.А.* Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. М.: Наука, 1979. 320 с.
7. *Hassani B., Hinton E.* A review of homogenization and topology optimization I – homogenization theory for media with periodic structure // Computers and Structure, 1998. Vol. 69. P. 707–717.
8. *Xin Z.Q., Wu C.J.* Topology Optimization of the Caudal Fin of the Three-Dimensional Self-Propelled Swimming Fish // Adv. Appl. Math. Mech. 2014. Vol. 6. Iss. 6. P. 732–763.
9. *Bendsoe M.P., Sigmund O.* Topology Optimization – Theory, Methods and Applications. Berlin: Springer, 2003.
10. *Bonvall T., Petersson J.* Topology optimization of fluids in stokes flow // International Journal for Numerical Methods in Fluids. Vol. 42. P. 77–107.
11. *El-Sabbage A., Baz A.* Topology optimization of unconstrained damping treatments for plates // Engineering. Optimization, 2013. Vol. 49. P. 1153–1168.
12. *Zheng W., Lei Y., Li S. et. al.* Topology optimization of passive constrained layer damping with partial coverage on plate // J. Shock and Vibration. 2013. Vol. 20. P. 199–211.
13. *Van der Veen G., Langelaar M., van Keulen F.* Integrated topology and controller optimization of motion systems in the frequency domain // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2014. Vol. 51. P. 673–685.
14. *Dahl J.J., Jensen S., Sigmund O.* Topology optimization for transient wave propagation problems in one dimension // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2008. Vol. 36. P. 585–595.
15. *Blasques J.P., Stolpe M.* Multy-material

topology optimization of laminated composite beam cross sections // Composite Structures. 2012. Vol. 94. No. 11. P. 3278–3289.

References

1. Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M. On the influence of the spatial model of lithospheric plates on the initial earthquake. *Doklady Akademii nauk* [Rep. of the Academy of Sciences], 2018, vol. 480, no. 2, pp. 158–163. (In Russian)
2. Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M. On the possibility of predicting some types of earthquake by a mechanical approach. *Acta Mechanica*, 2018, vol. 229, iss. 5, pp. 2163–2175. DOI: 10.1007/s00707-017-2092-0.
3. Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M. The Theory of the Starting Earthquake. *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2016, no. 1, pt. 2, pp. 37–80.
4. Babeshko, V.A., Evlokimova, O.V., Babeshko, O.M. Addition of packaged block elements and their homeomorphisms. *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2017, no. 2, pp. 32–35. (In Russian)
5. Babeshko, V.A., Babeshko, O.M., Evdokimova, O.V. On layered elastic media with relief boundary. *Proc. of the Russian Academy of Sciences. Applied mathematics and mechanics*, 2010, no. 6, pp. 890–894. (In Russian)
6. Vorovich, I.I., Babeshko, V.A. *Dynamic mixed problems of the theory of elasticity for nonclassical domains*, Nauka, Moscow, 1979. (In Russian)
7. Hassani, B., Hinton, E. A review of homogenization and topology optimization I - homogenization theory for media with periodic structure. *Computers and Structure*, 1998, vol. 69, pp. 707–717.
8. Xin, Z.Q., Wu, C.J. Topology Optimization of the Caudal Fin of the Three-Dimensional Self-Propelled Swimming Fish. *Adv. Appl. Math. Mech.*, 2014, vol. 6, iss. 6, pp. 732–763.
9. Bendsoe, M.P., Sigmund, O. *Topology Optimization – Theory, Methods and Applications*, Springer, Berlin, 2003.
10. Bonvall, T., Petersson, J. Topology optimization of fluids in stokes flow. *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, vol. 42, pp. 77–107.
11. El-Sabbage, A., Baz, A. Topology optimization of unconstrained damping treatments for plates. *Engineering. Optimization*, 2013, vol. 49, pp. 1153–1168.
12. Zheng, W., Lei, Y., Li S. et. al. Topology optimization of passive constrained layer damping with partial coverage on plate. *J. Shock and Vibration*, 2013, vol. 20, pp. 199–211.
13. Van der Veen, G., Langelaar, M., van Keulen, F. Integrated topology and controller optimization of motion systems in the frequency domain. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2014, vol. 51, pp. 673–685.
14. Dahl, J.J., Jensen, S., Sigmund, O. Topology optimization for transient wave propagation problems in one dimension. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2008, vol. 36, pp. 585–595.
15. Blasques, J.P., Stolpe, M. Multy-material topology optimization of laminated composite beam cross sections. *Composite Structures*, 2012, vol. 94, no. 11, pp. 3278–3289.

Статья поступила 20 июня 2018 г.