ISSN 1729-5459. ЭКОЛОГИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК НАУЧНЫХ ЦЕНТРОВ ЧЭС. 2019. Т. 16. № 1. С. 13–15

Механика

УДК 539.3

DOI: 10.31429/vestnik-16-1-13-15

МЕТОД БЛОЧНОГО ЭЛЕМЕНТА В ПРОБЛЕМЕ ОПОЛЗНЕВЫХ ЯВЛЕНИЙ

Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М., Зарецкая М. В., Хрипков Д. А.

BLOCK ELEMENT METHOD IN THE PROBLEM OF THE LANDSLIDES

V. A. Babeshko[1,2], O. V. Evdokimova[2], O. M. Babeshko[1], M. V. Zaretskaya[1], D. A. Khripkov[1]

[1] Kuban State University, Krasnodar, 350040, Russia

[2] Southern Scientific Center, Russian Academy of Science, Rostov-on-Don, 344006, Russia

e-mail: babeshko49@mail.ru

Abstract. In different places, including Kuban, landslides, floodings, mudflows and floods constantly occur. The reason is the change in the rheology of materials, initially solid deformable media, which are water-saturated and the block structure ceases to be resistant to deformation, which causes redistribution of stresses and destruction. Just as it happened with the discovery of starting earthquake using the block element method, this method can be effective in studying block structures from media of rheology other than elastic, and help to detect precursors of destruction of structures causing landslides, floodings and mudflow processes more effectively than others. The formation of landslide structures, as a rule, is caused by water saturation of the lower layers of soils having elastically deformable coatings, hiding the actual deep processes and preventing the destruction of the block structure. As soon as the process of destruction of the top coating begins, there is a danger of landslide processes. This phenomenon has been little studied and is the object of research in this paper. It was consider the model of membranes for imitating the coatings.

Keywords: block element, lithospheric plates topology, differential factorization methods, exterior forms, block structures, boundary problems, starting earthquakes, landslides.

1. В более ранних работах авторов был обнаружен новый тип землетрясений, названных «стартовыми», которые можно прогнозировать. Особенность этих землетрясений состоит в том, что разрушение литосферных плит происходит до того, как плиты начнут взаимодействовать, а только полностью приблизятся. При этом в зоне сближения возникают концентрации напряжений, описываемые сингулярными функциями.

Метод нашел многочисленные применения в теории блочных структур, где, благодаря способности получать точное решение для любых систем дифференциальных уравнений в частных производных, он позволил выявить ранее не известные свойства процессов и явлений. В данной статье метод блочного элемента применяется для исследований оползневых явлений. Принимается модель подготовки оползневой ситуации некоторой среды как многослойной блочной структуры, для которой характерно наличие нижней водонасыщенной зоны и верхнего покрытия, дающего поверхностное натяжение и обеспе-

Бабешко Владимир Андреевич, академик РАН, д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой математического моделирования Кубанского государственного университета, директор Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета, заведующий лабораторией Южного федерального университета; e-mail: babeshko41@mail.ru.

Евдокимова Ольга Владимировна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: evdokimova.olga@mail.ru.

Бабешко Ольга Мефодиевна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: babeshko49@mail.ru.

Зарецкая Марина Валерьевна, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры математического моделирования Кубанского государственного университета; e-mail: zarmv@mail.ru.

Хрипков Дмитрий Александрович, научный сотрудник Кубанского государственного университета; e-mail: vestnik@fpm.kubsu.ru.

Отдельные фрагменты работы выполнены в рамках реализации Госзадания Минобрнауки на 2019 г., (проекты 9.8753.2017/8.9), ЮНЦ РАН на 2019 г., (проекта 00-18-04) № госрег. 01201354241, программ президиума РАН I-16, (проект 00-18-21) и I-52 (проект 00-18-29), и при поддержке грантов РФФИ (проекты 19-41-230003, 19-41-230004, 19-48-230014, 17-08-00323, 18-08-00465, 18-01-00384, 19-08-00145, 18-05-80008).

чивающего сохранность блочной структуры в неподвижной форме.

В качестве модели покрытия на стадии предоползневого состояния рассматривается мембрана. Возможно возникновение зон ее разрыва.

Рассматривается блочная структура, состоящая из двумерных горизонтально расположенных разнотипных литосферных плит в форме полуплоскостей, контактирующих по прямолинейной границе между собой. Блочная структура расположена на поверхности трехмерной линейно деформируемой подложки. Рассматриваемые блочные структуры, находятся под вертикальным гармоническим внешним воздействием. Проводимое исследование опирается на теорию скрытых дефектов и выявленное стартовое землетрясение, полученные в [1,2]. Воспользуемся построениями, выполненными для описания скрытых дефектов в средах с покрытиями, считая, что покрытия представляют полуплоскости с параллельными границами, удаленные друг от друга на расстояние 2θ и находятся на некотором линейно деформируемом основании. Литосферные плиты моделируются мембранами. Считаем, что пространство между разнотипными плитами является пустым, а на торцах плит действуют внешние силы, направленные по правилу внешних векторов. В локальной системе координат $x_1x_2x_3$ с началом в плоскости x_1x_2, совпадающей со срединной плоскостью пластины, осью ox_3, направленной вверх по нормали к пластине, осью ox_1, направленной по касательной к границе разлома, осью ox_2 — по нормали к его границе. Область, занятая левой плитой, обозначается индексом λ и описывается соотношениями $|x_1| \leqslant \infty$, $x_2 \leqslant -\theta$, а занятая правой — индексом r и координатами $|x_1| \leqslant \infty$, $\theta \leqslant x_2$. Уравнение Кирхгофа для фрагментов b покрытия, $b = \lambda, r$, занимающих области Ω_b с границами $\partial\Omega_b$, при вертикальных гармонических воздействиях напряжением $t_{3b}e^{-i\omega t}$ сверху и $g_{3b}e^{-i\omega t}$ снизу после исключения временного параметра имеет вид уравнений, не содержащих временной параметр. Статический случай получается при малых значениях частоты ω.

Для исследования применяется алгоритм метода блочного элемента, включающий этапы внешней алгебры, внешнего анализа и фактор-топологии.

Изучается поведение покрытия оползневой блочной структуры, моделируемое мембраной, описываемое дифференциальным уравнением в частных производных для левой и правой полубесконечной мембраны в виде

$$(\partial_{x_1x_1} + \partial_{x_2x_2} - p_\lambda^2)\phi_\lambda(x_1, x_2) - g_\lambda(x_1, x_2) = 0,$$

$$(\partial_{x_1x_1} + \partial_{x_2x_2} - p_r^2)\phi_r(x_1, x_2) - g_r(x_1, x_2) = 0.$$

Здесь $\phi_b(x_1, x_2)$, $b = \lambda, r$ описывает поведение мембраны при воздействии $g_\lambda(x_1, x_2)$ снизу на покрытие. Края мембран считаются нагруженными воздействиями, $t_\lambda(x_1)$, $t_r(x_1)$, что описывается на торцах соотношениями

$$\partial_{x_2}\phi_\lambda(x_1, -\theta) = t_\lambda(x_1), \quad \partial_{x_2}\phi_r(x_1, \theta) = t_r(x_1).$$

Связь между граничными напряжениями и перемещениями на поверхности упругой среды, на которой находятся плиты, имеет вид

$$u_3(x_1, x_2) = \varepsilon_6^{-1} \sum_{n=1}^{2} \iint\limits_{\Omega_n} k(x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2) \times$$
$$\times\, g_{3n}(\xi_1, \xi_2)\,\mathrm{d}\xi_1\,\mathrm{d}\xi_2,$$
$$x_1, x_2 \in \Omega_m, \quad m = 1, 2, 3,$$
$$u_{31} = u_{3\lambda}, \quad u_{32} = g_{3r}, \quad u_{33} = u_{3\theta},$$
$$g_{31} = g_{3\lambda}, \quad g_{32} = g_{3r},$$
$$\Omega_\lambda(|x_1| \leqslant \infty;\ x_2 \leqslant -\theta),$$
$$\Omega_r(|x_1| \leqslant \infty;\ \theta \leqslant x_2),$$
$$\Omega_\theta(|x_1| \leqslant \infty;\ -\theta \leqslant x_2 \leqslant \theta),$$

или

$$u_3(x_1, x_2, x_3) =$$
$$= \frac{1}{4\pi^2\varepsilon_6} \sum_{n=1}^{2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int K(\alpha_1, \alpha_2, x_3) G_{3n}(\alpha_1, \alpha_2) \times$$
$$\times\, e^{-i\langle\boldsymbol{\alpha}, \mathbf{x}\rangle}\,\mathrm{d}\alpha_1\,\mathrm{d}\alpha_2,$$
$$\langle\boldsymbol{\alpha}, \mathbf{x}\rangle = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2,$$
$$K(\alpha_1, \alpha_2, 0) = O(A^{-1}), \quad A = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2} \to \infty.$$

Здесь $K(\alpha_1, \alpha_2, x_3)$ — аналитическая функция двух комплексных переменных α_k, в частности, мероморфная, ее многочисленные примеры приведены в [3, 4].

Здесь для приняты обозначения: ω — частота колебаний. g_{3b}, t_{3b} — значения контактных напряжений и углов поворота торцов, действующих вдоль оси x_3 в области Ω_b, $\mathbf{F}_2 \equiv \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)$ и $\mathbf{F}_1 \equiv \mathbf{F}_1(\alpha_1)$ — двумерный и одномерный операторы преобразования Фурье соответственно, H — размерный параметр подложки, например, толщина слоя.

В результате применения этапа внешней алгебры, приходим к следующим функциональным уравнениям для каждой полуполосы

$$(\alpha_1^2+\alpha_2^2+p_\lambda^2)\Phi_\lambda(\alpha_1,\alpha_2)= \\ =T_\lambda(\alpha_1)e^{-i\alpha_2\theta}-i\alpha_2\Phi_\lambda(\alpha_1,-\theta)e^{-i\alpha_2\theta}- \\ -G_\lambda(\alpha_1,\alpha_2),$$

$$(\alpha_1^2+\alpha_2^2+p_r^2)\Phi_r(\alpha_1,\alpha_2)= \\ =-T_r(\alpha_1)e^{i\alpha_2\theta}+i\alpha_2\Phi_r(\alpha_1,\theta)e^{i\alpha_2\theta}- \\ -G_r(\alpha_1,\alpha_2)=0,$$

$$T_\lambda(\alpha_1)=\mathbf{F}_1(\alpha_1)t_\lambda(x_1),$$
$$T_r(\alpha_1)=\mathbf{F}_1(\alpha_1)t_r(x_1),$$
$$\Phi_\lambda(\alpha_1,-\theta)=\mathbf{F}_1(\alpha_1)\phi_\lambda(x_1,-\theta),$$
$$\Phi_r(\alpha_1,\theta)=\mathbf{F}_1(\alpha_1)\phi_r(x_1,\theta),$$
$$\Phi_\lambda(\alpha_1,\alpha_2)=\mathbf{F}_2(\alpha_1,\alpha_2)\phi_\lambda(x_1,x_2),$$
$$\Phi_r(\alpha_1,\alpha_2)=\mathbf{F}_2(\alpha_1,\alpha_2)\phi_r(x_1,x_2),$$
$$G_\lambda(\alpha_1,\alpha_2)=\mathbf{F}_2(\alpha_1,\alpha_2)g_\lambda(x_1,x_2),$$
$$G_r(\alpha_1,\alpha_2)=\mathbf{F}_2(\alpha_1,\alpha_2)g_r(x_1,x_2).$$

Применяя в дальнейшем этапы внешнего анализа и фактор-топологии и считая, что образовавшаяся в мембране трещина имеет ограниченный размер (c_1,c_2), приходим после довольно громоздких преобразований к результату, подобному полученному в исследованных в [3–5]. Интегральное уравнение относительно смещения краев трещины имеет вид

$$\int\limits_{c_1}^{c_2} k(y-\xi)s(\xi)\,\mathrm{d}\xi=\sigma(y), \quad c_1\leqslant y\leqslant c_2,$$

$$K(\alpha_1)=1+\frac{R_1}{R_2},$$
$$R_1=B_\lambda L_-(\alpha_{2\lambda-})+B_rL_+(\alpha_{2r+}),$$

$$R_2=B_rL_+(\alpha_{2r+})+B_\lambda L_-(\alpha_{2\lambda-})- \\ -\varepsilon_6^{-1}k_\infty(\alpha_1),$$

$$k(y)=\mathbf{F}_1^{-1}(y)K(\alpha_1).$$

Здесь функции $L_-(\alpha_{2\lambda})$, $L_+(\alpha_{2r})$ являются решениями некоторого функционального уравнения Винера–Хопфа. Функция $\sigma(y)$ является непрерывным коэффициентом при сингулярной особенности, возникающей при стартовых землетрясениях. Если особенность отсутствует, то есть $\sigma(y)=0$, то решение интегрального уравнения нулевое, то есть разрыв мембраны отсутствует.

Литература

1. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* К проблеме физико-механического предвестника стартового землетрясения: место, время, интенсивность // ДАН. 2016. Т. 466. № 6. С. 664–669.
2. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* О свойствах стартовых землетрясений // ДАН. 2016. Т. 467. № 5. С. 530–533.
3. *Irwin G.* Fracture dynamics // Fracture of metals, ASM, Cleveland. 1948. P. 147–166.
4. *Черепанов Г.П.* Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974. 640 с.
5. *Морозов Н.Ф.* Математические вопросы теории трещин. М.: Наука, 1984. 256 с.

References

1. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. K probleme fiziko-mekhanicheskogo predvestnika startovogo zemletryaseniya: mesto, vremya, intensivnost' [On the problem of physico-mechanical precursor of the starting earthquake: place, time, intensity]. *Doklady Akademii nauk* [Rep. of the Russian Academy of Science], 2016, vol. 466, no. 6, pp. 664–669. (In Russian)
2. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. O svoystvakh startovykh zemletryaseniy [On the properties of starting earthquakes]. *Doklady Akademii nauk* [Rep. of the Russian Academy of Science], 2016, vol. 467, no. 5, pp. 530–533. (In Russian)
3. Irwin G. Fracture dynamics. *Fracture of metals*, ASM, Cleveland, 1948, pp. 147–166.
4. Cherepanov G.P. *Mekhanika khrupkogo razrusheniya* [Brittle fracture mechanics]. Nauka, Moscow, 1974. (In Russian)
5. Morozov N.F. *Matematicheskie voprosy teorii treshchin* [Mathematical problems of crack theory]. Nauka, Moscow, 1984. (In Russian)

Статья поступила 26 февраля 2019 г.