

## МЕХАНИКА

УДК 539.3

DOI: 10.31429/vestnik-16-2-15-20

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ РЕСУРСОВ ПОДШИПНИКОВ,  
ПОЛУЧИВШИХ ДЕФЕКТЕвдокимова О. В., Бабешко В. А., Бабешко О. М., Евдокимов В. С.,  
Акинина М. М., Елецкий Ю. Б., Уафа С. Б.

## ABOUT THE FEATURES OF RESOURCES OF DEFECTIVE BEARINGS

O. V. Evdokimova<sup>1</sup>, V. A. Babeshko<sup>1,2</sup>, O. M. Babeshko<sup>2</sup>, V. S. Evdokimov<sup>1</sup>, M. M. Akinina<sup>1</sup>,  
Y. B. Eletskiy<sup>1</sup>, S. B. Uafa<sup>1</sup><sup>1</sup> Southern Scientific Center, Russian Academy of Science, Rostov-on-Don, 344006, Russia<sup>2</sup> Kuban State University, Krasnodar, 350040, Russia  
e-mail: babeshko41@mail.ru

*Abstract.* The discovery of a new type of cracks, complementing Griffith-Irwin cracks, put forward the problem of a more detailed study of the state of products, namely bearings, which have the risk of acquiring crack type defects. Since this process can occur at the stage of operation of the product, the question arises of its resource before achieving the conditions for its safe replacement. In the paper by means of an example of conventional models of bearings, the properties of a bearing with a defective coating are studied. The model is a deformable material of the bearing race in the form of a layer, having a coating with a crack, which has a thin lubricating layer of liquid on top. The fluid layer is exposed to the effect of vertical pressure from above from the bearing itself. The properties of contact stresses in the zone of the defect are investigated with allowance for external influences.

*Keywords:* block element, plates, topology, exterior forms, block structures, boundary problems, hidden defects, bearings.

С учетом обнаружения нового типа трещин, дополняющих трещины Гриффитса–Ирвина, изучается проблема детального исследования состояния изделий, а именно, подшипников, имеющих опасность приобретения дефектов, типа трещин. Поскольку этот процесс может случаться на этапе эксплуатации изделия, то возникает вопрос его ресурса до

достижения условий безопасной его замены. В работе на примере общепринятых моделей подшипников изучаются свойства подшипника, имеющего покрытие с дефектом. Модель представляет собой деформируемый материал обоймы подшипника в виде слоя, имеющей покрытие с трещиной, не которой сверху находится тонкий смазочный слой жидкости.

Евдокимова Ольга Владимировна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: evdokimova.olga@mail.ru.

Бабешко Владимир Андреевич, академик РАН, д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой математического моделирования Кубанского государственного университета, директор Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета, заведующий лабораторией Южного федерального университета; e-mail: babeshko41@mail.ru.

Бабешко Ольга Мефодиевна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: babeshko49@mail.ru.

Евдокимов Владимир Сергеевич, студент Кубанского государственного университета, лаборант Южного научного центра РАН; e-mail: evdok\_vova@mail.ru.

Акинина Мария Михайловна, младший научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: akinina\_mm@mail.ru.

Елецкий Юрий Борисович, заведующий лабораторией Южного научного центра РАН; e-mail: elezkiy@priazovneft.ru.

Уафа Самир Баширович, младший научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: uafa70@mail.ru.

Отдельные фрагменты работы выполнены в рамках реализации Госзадания Минобрнауки на 2019 г. (проекты 9.8753.2017/8.9), ЮНЦ РАН на 2019 г. (проект 00-18-04) № госрег. 01201354241, программ президиума РАН I-16 (проект 00-18-21) и I-52 (проект 00-18-29), и при поддержке грантов РФФИ (проекты 19-41-230003, 19-41-230004, 19-48-230014, 19-08-00145, 17-08-00323, 18-08-00465, 18-01-00384, 18-05-80008).

Сверху на слой жидкости оказывается воздействие вертикального давления от самого подшипника. Исследуются свойства контактных напряжений в зоне дефекта с учетом внешних воздействий.

### Введение

Покрытие находится под воздействием смазки, которая в условиях функционирования утрачивает вязкость и может моделироваться тонким слоем идеальной несжимаемой жидкости, на который оказывается вертикальное внешнее давление подшипника. Для исследования локальных свойств подшипника в окрестности дефекта основание обоймы рассматривается в форме деформируемого слоя с дефектным покрытием, содержащим сверху слой идеальной несжимаемой жидкости. Предполагается, что покрытие имеет наиболее сложный скрытый дефект, описываемый трещиной, плоскость которой перпендикулярна границе покрытия. Описанная блочная структура исследуется методом блочного элемента, выявляются особенности дальнейшего поведения подшипника.

В связи с важностью подшипниковых пар в машиностроении и других отраслях, в мире всестороннее исследование этих объектов ведется многие годы и в разных направлениях. Глубокие обобщающие исследования по фрикционным явлениям и примыкающей теории подшипников выполнены в работах [1–4]. В последние годы особое внимание уделяется проблемам трения в подшипниковых парах, что связано с вопросами их прочности и эксплуатационной энергоемкости [5–7]. Важное место занимают проблемы создания подшипниковых пар на основе материалов разной реологии, в том числе с применением смазочных материалов [1–4, 8]. Дефекты, которые рассматриваются в работе, относятся к категории скрытых, поскольку их вертикальная плоскость является малодоступной для обнаружения ультразвуковыми или рентгеновскими методами, сканирующими в вертикальном направлении. Наличие слоя жидкости усложняет выявление дефектов. Результат работы показывает важность их обнаружения, поскольку уже единичные дефекты могут приводить к необратимым последствиям в таких конструкциях. Особое беспокойство вызывает обнаружение трещин нового типа, дополняющих трещины Гриффитса–Ирвина и разрушающих материал иным, по сравне-

нию с первыми, механизмом [9]. В основе исследования лежит метод блочного элемента, достаточно удачно зарекомендовавший себя в задачах со скрытыми дефектами.

### 1. Основные уравнения

Описанная проблема рассматривается в четырехблочной структуре, состоящей из деформируемого слоя, моделирующего тело, двух полубесконечных пластин Кирхгофа, между торцами которых может отсутствовать или присутствовать некоторое расстояние, и слоя жидкости. В каждом блоке такой структуры поставлены соответствующие граничные задачи. Методом блочного элемента исследование сводится к изучению системы функциональных уравнений, позволяющих выявить концентрацию напряжений в блочной структуре. Считаем, что на смазывающий материал – слой идеальной жидкости и пластины действуют внешние гармонические во времени силы, направленные вертикально. Покрытие жестко соединено с основанием, однако касательными силами в контакте с основанием можно пренебречь, поскольку смазка считается идеальной жидкостью. Будем рассматривать локальную систему координат  $x_1x_2x_3$  с началом в плоскости  $x_1x_2$ , совпадающей со срединной плоскостью пластины, осью  $ox_3$ , направленной вверх по нормали к пластине, осью  $ox_1$ , направленной по касательной к границе торца пластины, осью  $ox_2$  – по нормали к его границе. Область, занятая левой пластиной, обозначается индексом  $\lambda$  и описывается соотношениями  $|x_1| \leq \infty$ ,  $x_2 \leq -\theta$ , а занятая правой – индексом  $r$  и координатами  $|x_1| \leq \infty$ ,  $\theta \leq x_2$ . Уравнение Кирхгофа для фрагментов пластин  $b$ ,  $b = \lambda, r$ , занимающих области  $\Omega_b$  с границами  $\partial\Omega_b$ , при вертикальных гармонических воздействиях напряжением  $t_{3b}e^{-i\omega t}$  сверху и  $g_{3b}e^{-i\omega t}$  – снизу после исключения временного параметра имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_b(\partial x_1, \partial x_2)u_{3b} + \varepsilon_{53b}(t_{3b} - g_{3b}) &\equiv \\ &\equiv \left( \frac{\partial^4}{\partial x_1^4} + 2\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^4}{\partial x_2^4} - \varepsilon_{43b} \right) u_{3b} + \\ &+ \varepsilon_{53b}(g_{3b} - t_{3b}) = 0, \end{aligned}$$

$$\mathbf{R}_b(-i\alpha_1, -i\alpha_2)U_{3b} = [(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^2 - \varepsilon_{43b}] U_{3b},$$

$$U_{3b} = \mathbf{F}_2 u_{3b}, \quad G_{3b} = \mathbf{F}_2 g_{3b}, \quad T_{3b} = \mathbf{F}_2 t_{3b},$$

$$b = \lambda, r,$$

$$m_b = -D_{b1} \left( \frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_2^2} + \nu_b \frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_1^2} \right) = f_{3b}(\partial\Omega_b),$$

$$D_{b1} = \frac{D_b}{H^2}, \quad D_{b2} = \frac{D_b}{H^3},$$

$$x_{k0} = H x_k, \quad k = 1, 2,$$

$$q_b = -D_{b2} \left( \frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_2^3} + (2 - \nu_b) \frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_1^2 \partial x_2} \right) = f_{4b}(\partial\Omega_b),$$

$$u_{3b} = f_{1b}(\partial\Omega_b), \quad \frac{\partial u_{3b}}{H \partial x_2} = f_{2b}(\partial\Omega_b),$$

$$D_b = \frac{E_b h_b^3}{12(1 - \nu_b^2)},$$

$$\varepsilon_{43b} = \omega^2 \rho_b \frac{(1 - \nu_b^2) 12 H^4}{E h_b^2},$$

$$\varepsilon_{53b} = \frac{(1 - \nu_b^2) 12 H^4}{E_b h_b^3}, \quad \varepsilon_6^{-1} = \frac{(1 - \nu) H}{\mu}.$$

Здесь для пластин приняты обозначения:  $\nu_b$  — коэффициент Пуассона,  $E_b$  — модуль Юнга,  $h_b$  — толщины пластин,  $\rho_b$  — плотность,  $\omega$  — частота колебаний. Функции  $g_{3b}$ ,  $t_{3b}$  — значения контактных напряжений со стороны основания и давлений на пластины слоя жидкости сверху, действующих вдоль оси  $x_3$  в области  $\Omega_b$ .  $\mathbf{F}_2 \equiv \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)$  и  $\mathbf{F}_1 \equiv \mathbf{F}_1(\alpha_1)$  — двумерный и одномерный операторы преобразования Фурье соответственно,  $m_b$  и  $q_b$  — изгибающий момент и перерезывающая сила,  $f_1(\partial\Omega_b)$  — вертикальное перемещение на границе,  $f_2(\partial\Omega_b)$  — угол поворота срединной плоскости вокруг оси  $x_1$ , в системе координат  $x_1 o x_2$ ;  $h_b$  — толщины пластин,  $H$  — размерный параметр подложки, например, толщина деформируемого слоя материала.

Поведение блочного элемента, которым является слой толщины  $H_1$  несжимаемой жидкости  $\Omega_0$  на поверхности, описывается уравнениями мелкой воды.

В дальнейшем приняты обозначения:  $p$  — давление в слое жидкости,  $\rho$  — плотность жидкости,  $g$  — ускорение свободного падения,  $\phi$  — потенциал скоростей в жидкости,  $w$  — внешнее воздействие на слой. Учитывая, что на верхней границе покрытия на него оказывается давление слоя жидкости, с учетом взятой модели необходимо принять

$$t_{3b} = p, \quad u_{3b} = \frac{h_b}{i\omega H_1^2} \Delta \phi_b.$$

В результате дифференциальное уравнение относительно потенциала скоростей принимает вид

$$\Delta^3 \phi_b + (\varepsilon_{53b} \rho g - \varepsilon_{43b}) \Delta \phi_b + \varepsilon_{53b} \rho \frac{\omega^2 H_1^2}{h_b} \phi_b - i \varepsilon_{53b} \frac{\omega H_1^2}{h_b} (g_{3b} - w_b) = 0.$$

## 2. Метод решения

Для использования метода блочного элемента необходимо применить его алгоритм, включающий этапы внешней алгебры, внешнего анализа и фактор-топологии. На этапе внешней алгебры граничная задача сводится к функциональному уравнению следующего вида

$$N_b(\alpha_1, \alpha_2) \Phi_b(\alpha_1, \alpha_2) = \int_{\partial\Omega_b} \omega_b(\alpha_1, \alpha_2) + S_b(\alpha_1, \alpha_2), \quad (2.1)$$

$$S_b(\alpha_1, \alpha_2) = i \varepsilon_{53b} \frac{\omega H_1^2}{h_b} \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2) (g_{3b} - w_b),$$

$$\Phi_b(\alpha_1, \alpha_2) = \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2) \phi_b, \quad R_b = \rho \frac{\omega^2 H_1^2}{h_b}.$$

Здесь  $N_b(\alpha_1, \alpha_2)$  — полином шестого порядка,  $\omega_b(\alpha_1, \alpha_2)$ ,  $b = \lambda, r$  — внешние формы, отвечающая рассматриваемой граничной задаче, которые достаточно просто строятся. Для  $b = \lambda$  она имеет вид

$$\begin{aligned} \omega_\lambda(\alpha_1, \alpha_2) = e^{i(\alpha_1 x_1 - \alpha_2 x_2)} & \left[ \frac{\partial^5 \phi}{\partial x_2^5} - i \alpha_2 \frac{\partial^4 \phi}{\partial x_2^4} - \right. \\ & - (\alpha_2^2 + 3\alpha_1^2) \frac{\partial^3 \phi}{\partial x_2^3} + (i \alpha_2^3 + 3\alpha_2 \alpha_1^2) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_2^2} + \\ & + (\alpha_2^4 + 3\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \varepsilon_{53b} \rho g - \varepsilon_{43b}) \frac{\partial \phi}{\partial x_2} - \\ & \left. - \langle i \alpha_2^5 + 3i \alpha_2^3 \alpha_1^2 + i \alpha_2 3 \alpha_1^4 + i \alpha_2 (\varepsilon_{53b} \rho g - \varepsilon_{43b}) \rangle \phi \right] dx_1. \end{aligned}$$

Аналогичный вид имеет внешняя форма для левой полупластины.

Связь между граничными напряжениями и перемещениями на поверхности упругой среды, на которой находятся пластины, с

учетом отсутствия касательных напряжений имеет вид

$$u_{3m}(x_1, x_2) = \varepsilon_6^{-1} \sum_{n=1}^2 \iint_{\Omega_n} k(x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2) \times \\ \times g_{3n}(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2,$$

$$x_1, x_2 \in \Omega_m, \quad m = 1, 2, 3,$$

$$u_{31} = u_{3\lambda}, \quad u_{32} = u_{3r}, \quad u_{33} = u_{3\theta},$$

$$g_{31} = g_{3\lambda}, \quad g_{32} = g_{3r},$$

$$\Omega_1 \equiv \Omega_\lambda(|x_1| \leq \infty; x_2 \leq -\theta),$$

$$\Omega_2 \equiv \Omega_r(|x_1| \leq \infty; \theta \leq x_2),$$

$$\Omega_3 \equiv \Omega_\theta(|x_1| \leq \infty; -\theta \leq x_2 \leq \theta).$$

Для исследования функциональных уравнений применяется этап внешнего анализа, названного так, поскольку дифференциальные операции совершаются над внешними формами. С этой целью представим функциональные уравнения в виде

$$U_{3b}(\alpha_1, \alpha_2) = N_b^{-1}(\alpha_1, \alpha_2) \times \\ \times [\omega_b(\alpha_1, \alpha_2) + \varepsilon_{53b} S_{3b}(\alpha_1, \alpha_2)]. \quad (2.2)$$

Потребуем выполнение автоморфизма, одним из способов осуществления которого является обращение в ноль форм – вычетов Лере лишь в тех нулях  $\alpha_{2n\pm} = \alpha_{2n\pm}(\alpha_1)$  функции  $N_b^{-1}(\alpha_1, \alpha_2)$ , которые обеспечивают каждой из граничных задач в качестве носителей только свои пластины. Псевдодифференциальные уравнения вырождаются в алгебраические. С учетом принятых обозначений уравнение для левой пластины можно представить в форме

$$- e^{-i\alpha_2 - \theta} \{ B_{1\lambda}(\alpha_1, \alpha_{2n-}) Q_\lambda(\alpha_1, -\theta) + \\ + B_{2\lambda}(\alpha_1, \alpha_{2n-}) M_\lambda(\alpha_1, -\theta) + \\ + B_{3\lambda}(\alpha_1, \alpha_{2n-}) U_{3\lambda\partial x_2}(\alpha_1, -\theta) + \\ + B_{4\lambda}(\alpha_1, \alpha_{2n-}) U_{3\lambda}(\alpha_1, -\theta) + \\ + B_{5\lambda}(\alpha_1, \alpha_{2n-}) P(\alpha_1, -\theta) + \\ + B_{6\lambda}(\alpha_1, \alpha_{2n-}) V_{x_2}(\alpha_1, -\theta) \} + \\ + S_\lambda(\alpha_1, \alpha_{2n-}) = 0,$$

$$n = 1, 2, 3.$$

Аналогичный вид имеет второе псевдодифференциальное уравнение для правой пластины.

Неизвестными в функциональных уравнениях являются задаваемые на торцах пластин, являющихся дефектами, то есть при  $x_2 = \pm\theta$ , внешние воздействия.

После внесения найденных неизвестных во внешние формы (2.2) получаем упакованные блочные элементы для пластин и слоев жидкости над ними. Таким образом, этап внешнего анализа для рассматриваемой блочной структуры завершен, поскольку по построению блочный элемент основания, имеющий неограниченный носитель, является всегда упакованным. Таким же можно было считать и слой жидкости. Однако, полагая, что левая и правая пластины могут иметь разные толщины, рассматривается более сложная граничная задача с учетом этого разделения. Этап фактор-топологии предполагает осуществление сопряжения друг с другом блочных элементов как топологических многообразий с краем. Отношениями эквивалентности являются продиктованные интересами исследования, принятые в рассматриваемых краевых задачах граничные условия. Для сопряжения блочных элементов с основанием сопрягаются граничные перемещения и контактные напряжения пластин и основания. Для перемещений имеем

$$U_{3\lambda} + U_{3r} + U_{3\theta} = U_3.$$

Здесь  $U_{3\theta}$  — объем жидкости в области между торцами пластин и верхней границей поверхности жидкости. При сблизившихся торцах пластин функция  $U_{3\theta}$  исчезает. Выделив контактные напряжения  $G_{3\lambda}(\alpha_1, \alpha_2)$ ,  $G_{3r}(\alpha_1, \alpha_2)$ ,  $G_3(\alpha_1, \alpha_2)$ , последнее соотношение можно представить в виде

$$N_\lambda^{-1}(\alpha_1, \alpha_2) \langle \omega_\lambda(\alpha_1, \alpha_2) + \\ + \varepsilon_{53\lambda} i R_\lambda [G_{3\lambda}(\alpha_1, \alpha_2) - W_\lambda] \rangle + U_{3\theta} + \\ + N_r^{-1}(\alpha_1, \alpha_2) \langle \omega_r(\alpha_1, \alpha_2) + \\ + \varepsilon_{53r} i R_r [G_{3r}(\alpha_1, \alpha_2) - W_r] \rangle = \\ = \varepsilon_6^{-1} K(\alpha_1, \alpha_2) G_3(\alpha_1, \alpha_2).$$

Приняв во внимание, что

$$G_3(\alpha_1, \alpha_2) = -G_{3\lambda}(\alpha_1, \alpha_2) - G_{3r}(\alpha_1, \alpha_2),$$

и введя обозначения

$$G_{3\lambda}(\alpha_1, \alpha_2) = G^-(\alpha_1, \alpha_2),$$

$$G_{3r}(\alpha_1, \alpha_2) = G^+(\alpha_1, \alpha_2),$$

получим следующие функциональные уравнения типа Винера–Хопфа для определения

контактных напряжений для двух случаев:  $\theta > 0$ ;  $\theta = 0$  при  $U_{3\theta\lambda} = 0$  в виде

$$\begin{aligned} M_{r\lambda}(\alpha_1, \alpha_2)G^+(\alpha_1, \alpha_2) &= \\ &= G^-(\alpha_1, \alpha_2) + T_{r\lambda}(\alpha_1, \alpha_2) + U_{3\theta\lambda}. \end{aligned}$$

Функции  $G^+(\alpha_1, \alpha_2)$ ,  $G^-(\alpha_1, \alpha_2)$  регулярны по параметру  $\alpha_2$  в верхней и нижней полуплоскостях, соответственно.

Дальнейший анализ полученных функциональных уравнений и их решение детально изложено в работах [10, 11]. Анализ полученных функциональных уравнений показал, что они являются более сложными, чем в случае отсутствия слоя жидкости. Поведение контактных напряжений в зоне сближения пластин описывается функциями, приведенными ниже. При исследовании решения первого уравнения ( $\theta > 0$ ), то есть в случае не скрытого дефекта, а легко наблюдаемого, имеются следующие свойства контактных напряжений между пластинами и основанием.

$$\begin{aligned} g_{3\lambda}(x_1, x_2) &= \sigma_{1\lambda}(x_1, x_2)(-x_2 - \theta)^{-1/2}, \\ &x_2 < -\theta, \\ g_{3r}(x_1, x_2) &= \sigma_{1r}(x_1, x_2)(x_2 - \theta)^{-1/2}, \\ &x_2 > \theta. \end{aligned}$$

При  $\theta = 0$ , то есть когда дефект является скрытым, контактные напряжения в зоне близости фрагментов лопнувшего покрытия приобретают сингулярную составляющую и имеют поведение вида

$$\begin{aligned} g_{3\lambda}(x_1, x_2) &\rightarrow \sigma_{2\lambda}(x_1, x_2)x_2^{-1}, \\ g_{3r}(x_1, x_2) &\rightarrow \sigma_{2r}(x_1, x_2)x_2^{-1}. \end{aligned}$$

Вещественные напряжения с учетом гармонических воздействий имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_{3b}(x_1, x_2, t) &= \operatorname{Re} \sigma_{3b}(x_1, x_2)e^{-i\omega t} \equiv \\ &\equiv \operatorname{Re} \sigma_{3b}(x_1, x_2) \cos \omega t + \operatorname{Im} \sigma_{3b}(x_1, x_2) \sin \omega t. \end{aligned}$$

### Выводы

Таким образом, если покрытие состоит из материала с более высокими прочностными свойствами, то появление скрытого дефекта влечет за собой разрушение основания подшипника прочными частями покрытия. В этом случае менее разрушительным является образование видимого дефекта с  $\theta > 0$ . При

этом исчезает целый фрагмент покрытия, но контактные напряжения в зоне покрытия оказываются энергетическими. Если прочностные свойства материала покрытия уступают материалу основания, то такое покрытие при появлении скрытого дефекта имеет меньше шансов разрушить более прочное основание.

### Литература

1. Крагельский И.В., Добычин М.Н., Комбалов В.С. Основы расчетов на трение и износ. М.: Машиностроение, 1977. 526 с.
2. Maugis D. Contact adhesion and rupture of elastic solids. Berlin: Springer Verlag, 2000.
3. Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия. М.: Наука, 2001. 478 с.
4. Горячева И.Г., Добычин М.Н. Контактные задачи в трибологии. М.: Машиностроение, 1988. 256 с.
5. Горячева И.Г., Маховская Ю.Ю. Моделирование трения на разных масштабных уровнях // Изв. РАН. МТТ. 2010. № 3. С. 117–127.
6. Ноздрин М.А., Маховская Ю.Ю., Шептунов Б.В. Расчет деформационной составляющей силы трения при скольжении тела по вязкоупругому основанию // Вестник ИГЭУ. 2009. № 3. С. 48–50.
7. Александров В.М., Горячева И.Г., Торская Е.В. Пространственная задача о движении гладкого штампа по вязкоупругому полупространству // ДАН. 2010. Т. 430. № 4. С. 490–493.
8. Kuznetsov Ye.A. Effect of fluid lubricant on the contact characteristics of rough elastic bodies in compression // Wear. 1985. Vol. 102. Iss. 3. P. 177–194.
9. Бабешко В.А., Бабешко О.М., Евдокимова О.В. Об одном новом типе трещин, дополняющих трещины Гриффитса–Ирвина // ДАН. 2019. Т. 485. № 2. С. 34–38. DOI: 10.1134/S102833581903004210
10. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. On the possibility of predicting some types of earthquake by a mechanical approach // Acta Mechanica. 2018. Vol. 229(5). P. 2163–2175. DOI: 10.1007/s00707-017-2092-0
11. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. On a mechanical approach to the prediction of earthquakes during horizontal motion of lithospheric plates // Acta Mechanica. 2018. Vol. 229. Iss. 11. P. 4727–4739. DOI: 10.1007/s00707-018-2255-7

### References

1. Kragel'skiy, I.V., Dobychin, M.N., Kombalov, V.S. *Osnovy raschetov na trenie i iznos* [Basics of calculations for friction and wear]. Mashinostroenie, Moscow, 1977. (In Russian)

2. Maugis, D. *Contact adhesion and rupture of elastic solids*. Springer Verlag, Berlin, 2000.
3. Goryacheva, I.G. *Mekhanika friktsionnogo vzaimodeystviya* [Mechanics of friction interaction]. Nauka, Moscow, 2001. (In Russian)
4. Goryacheva, I.G., Dobyshin, M.N. *Kontaktnye zadachi v tribologii* [Contact problems in tribology]. Mashinostroenie, Moscow, 1988. (In Russian)
5. Goryacheva, I.G., Makhovskaya, Yu.Yu. Modelirovanie treniya na raznykh masshtabnykh urovnyakh [Simulation of friction at different scale levels]. *Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela* [Proc. of the Russian Academy of Science. Solid mechanics], 2010, no. 3, pp. 117–127. (In Russian)
6. Nozdrin, M.A., Makhovskaya, Yu.Yu., Sheptunov, B.V. Raschet deformatsionnoy sostavlyayushchey sily treniya pri skol'zhenii tela po vyazkouprugomu osnovaniyu [Calculation of the deformation component of the friction force when sliding a body on a viscoelastic base]. *Vestnik Ivanovskogo gosudarstvennogo energeticheskogo universiteta* [Bulletin of Ivanovo State Energy University], 2009, no. 3, pp. 48–50. (In Russian)
7. Aleksandrov, V.M., Goryacheva, I.G., Torskaya, E.V. Prostranstvennaya zadacha o dvizhenii gladkogo shtampa po vyazkouprugomu polupros-  
transtvu [Spatial problem on the motion of a smooth stamp on a viscoelastic half-space]. *Doklady Akademii nauk* [Rep. of Russian Academy of Sciences], 2010, vol. 430, no. 4, pp. 490–493. (In Russian)
8. Kuznetsov, Ye.A. Effect of fluid lubricant on the contact characteristics of rough elastic bodies in compression. *Wear*, 1985, vol. 102, iss. 3, pp. 177–194.
9. Babeshko, V.A., Babeshko, O.M., Evdokimova, O.V. Ob odnom novom tipe treshchin, dopolnyayushchikh treshchiny Griffitsa–Irvina [One new type of cracks, supplementing the crack of the Griffith–Irwin]. *Doklady Akademii nauk* [Rep. of Russian Academy of Sciences], 2019, vol. 485, no. 2, pp. 34–38. DOI: 10.1134/S102833581903004210 (In Russian)
10. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. On the possibility of predicting some types of earthquake by a mechanical approach. *Acta Mechanica*, 2018, vol. 229, iss. 5, pp. 2163–2175. DOI: 10.1007/s00707-017-2092-0
11. Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M. On a mechanical approach to the prediction of earthquakes during horizontal motion of lithospheric plates. *Acta Mechanica*, 2018, vol. 229, iss. 11, pp. 4727–4739. DOI: 10.1007/s00707-018-2255-7

---

© Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества, 2019

© Евдокимова О. В., Бабешко В. А., Бабешко О. М., Евдокимов В. С., Акинина М. М., Елецкий Ю. Б., Уафа С. Б., 2019

Статья поступила 22 мая 2019 г.