## МЕХАНИКА

УДК 539.422.3

DOI: 10.31429/vestnik-16-2-30-37

# К ИССЛЕДОВАНИЮ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В БЛОЧНОЙ СТРУКТУРЕ ВУЛКАНИЧЕСКОЙ ПОСТРОЙКИ

Павлова А.В., Зарецкая М.В., Капустин М.С., Лозовой В.В.

### TO THE STUDY OF WAVE PROCESSES IN THE BLOCK STRUCTURE OF A VOLCANIC STRUCTURE

A. V. Pavlova<sup>1</sup>, M. V. Zaretskaya<sup>1</sup>, M. S. Kapustin<sup>1</sup>, V. V. Lozovoy<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Kuban State University, Krasnodar, Russia

<sup>2</sup> Southern Scientific Centre of Russian Academy of Science, Rostov-on-Don, Russia e-mail: pavlova@math.kubsu.ru

Abstract. Analysis of the location of earthquake epicenters allows us to identify the geological structures responsible for the implementation of the seismic potential of the territory. Volcanic structures that are widespread in the Krasnodar Territory, the North Caucasus and Russia as a whole can be considered as one of the sources of seismic danger, while the process of catastrophic eruption and strong seismic events can accompany each other or manifest themselves independently. Experimental observations of recent years, conducted in the area of the Elbrus volcanic center, give reason to attribute the magma chamber, the magma chamber (peripheral center), crustal and other channels to the geological structures of the resonant type that determine the mechanisms for the preparation and development of a catastrophic event.

To identify, study and localize the stress concentrators of a volcanic structure, to study their behavior, we suggested applying the block diagram of the block structure of lithospheric structures. The mathematical description and subsequent study of block structures consists in the development and subsequent application of the block element method. Ideas of topological approach underlie this method. The use of experimental methods allows us to determine the structural boundaries of block elements, the type of contact in the areas of their conjugation, the data about which are necessary for building adequate mathematical models.

For study, the amplitude-frequency characteristics of the block structure of a volcanic edifice we considered a model of two elements structure: a layer with a localized inclusion of a cylindrical shape on the base in the form of a half-space or layer. The displacement amplitude vector of medium points satisfy the Lame equations in a cylindrical coordinate system. For the described block structure, we implemented a differential factorization method and obtained integral representations of solutions, numerical analysis of which allows us to establish the dependence of the amplitudes of Rayleigh waves on the depth of localized inclusion, the properties of its material, the direction and magnitude of the external influence.

Keywords: seismic-generating structure, volcanic structure, modeling, block structure, topological approach, wave process, amplitude-frequency characteristics.

#### Введение

Анализ расположения эпицентров землетрясений, выполненный палеосейсмотектоническим методом, позволяет выделить геологические и геофизические структуры, ответ- в целом, при этом процесс катастрофическоственные за реализацию сейсмического по-

тенциала региона [1]. В качестве одного из источников сейсмической опасности можно рассматривать вулканические структуры, широко распространенные на территории Краснодарского края, Северного Кавказа и России

Павлова Алла Владимировна, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры математического моделирования Кубанского государственного университета; e-mail: pavlova@math.kubsu.ru.

Зарецкая Марина Валерьевна, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры математического моделирования Кубанского государственного университета; e-mail: zarmv@mail.ru.

Капустин Михаил Сергеевич, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры математического моделирования Кубанского государственного университета; e-mail: kmm@fpm.kubsu.ru.

Лозовой Виктор Викторович, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник Южного научного центра PAH; e-mail: niva kgu@mail.ru.

Отдельные результаты работы получены при поддержке РФФИ (проекты 18-01-00124, 19-08-00145).

го извержения и сильные сейсмические явления могут сопровождать друг друга или проявляться независимо. Высокая сейсмическая опасность указанных регионов очевидна — максимальная магнитуда до 8–9. Экспериментальные наблюдения последних лет, проведенные в районе Эльбрусского вулканического центра, дают основания отнести магматический очаг, магматическую камеру (периферический очаг), коровые и другие каналы к геологическим структурам резонансного типа, определяющим механизмы подготовки и развития катастрофического события [1,2].

### 1. Математические модели оценки напряженности блочных структур литосферы и прогноза сейсмичности

Решение всего комплекса проблем, возникающих при обеспечении безопасности населения и промышленных объектов на сейсмоопасных территориях России, требует проведения экспериментальных и теоретических исследований основных перестроек геофизической среды и сопутствующих катастрофических процессов, происходящих при внешних и внутренних воздействиях. Эти задачи важны не только с научной, но и с экономической точки зрения [2].

Качественно новый уровень исследований геофизических процессов предоставляет механическая концепция прогноза землетрясений — активно развиваемое и перспективное направление в сейсмологии, позволяющая повысить достоверность и степень надежности прогнозирования катастрофических событий. Она может дать ответы на многие вопросы, стоящие перед сейсмологами — объяснить отчетливую сейсмическую чувствительность вдоль определенных направлений, дальнодействие крупных сейсмических событий, резкое усиление сейсмотектонических движений на локальных участках, устойчивую пространственную локализацию и цикличный характер землетрясений, других опасных геологических процессов, периоды сейсмических затиший, выброс и воспламенение горючих газов, повышение температуры подземных вод и приземного воздуха, другие предвестники, наблюдаемые в периоды подготовки и проявления сейсмических явлений.

Структурная схема блокового строения литосферы служит необходимым основанием для изучения процессов взаимодействия блоков, выявления и локализации концентраторов напряжений, исследования их поведения, прогноза медленных и быстрых движений по границам блоков. Согласно современным представлениям, неоднородное поле напряжений продуцируется перемещениями совокупности взаимодействующих тектонических блоков, участвующих в упорядоченной системе разномасштабных и длительных циклов тектонических движений в литосфере в целом и земной коре в частности [3]. Данная концепция служит базой для развития теории и методов прогноза нарастания региональной сейсмичности, в частности, методов расчета напряженно-деформированного состояния упругой среды (блочно-структурированной, слоистой, слоисто-блочной в отсутствие и при наличии структурных неоднородностей и зон нарушения сплошности), моделирующей литосферные структуры, в условиях вибрационных воздействий, что позволяет наиболее надежно оценить сейсмический и инженерногеологический риски региона в целом и, в конечном счете, вероятность прогнозирования техногенных региональных изменений.

Для математического описания и последующего исследования блочных структур разработан метод блочного элемента, в основе которого лежат идеи топологических подходов [4,5]. Метод блочного элемента позволяет эффективно исследовать смешанные динамические задачи, возникающих при анализе проблем оценки сейсмичности. К его достоинствам относится тот факт, что получаемые в результате реализации его алгоритма псевдодифференциальные уравнения не только довольно просто регуляризуются, но даже исследуются аналитически и допускают различные формы представления приближенных решений. Однако практическое применение указанного метода для моделирования региональной сейсмичности требует определения истинных параметров блоковой структуры региона, т.е. размеров ее составляющих, их физико-механических свойств, а также условий сцепления блоков. Одним из важных источников знаний о внутреннем строении Земли (структуре, состоянии, протекающих процессах) являются данные экспериментальных исследований, получаемые при помощи специализированных аппаратурных комплексов и методов изучения линейных и нелинейных явлений, резонансных взаимодействий и других особенностей, определяемых развивающимися медленными движениями и быстрыми динамическими перестройками. Значительный прогресс, достигнутый в разработке экспериментальных методов изучения процессов распространения волновых и деформационных полей в средах со сложными свойствами, определения структурных границ элементов и типа контакта в областях их сопряжения, данные о которых должны быть использованы при построении адекватных математических моделей [6], может стать фактором, способствующим более широкому применению метода блочного элемента.

#### 2. Экспериментальное исследование глубинного строения вулканических построек

Сравнительный анализ морфологических особенностей и строения вулканов показывает, что, несмотря на различие условий их формирования, им присущи общие признаки, к которым относятся размеры и формы вулканических построек, а также их строение.

Как показано в [2], реальная геофизическая среда в окрестности вулкана характеризуется наличием существенных структурных неоднородностей, к основным типам которых можно отнести анизотропию и слоистость породного массива, наличие пор, полостей и включений различной формы, наличие флюидонасыщенных слоев. Магматическая камера при определенных упрощающих допущениях может рассматриваться как изолированная полость в слоистой геофизической среде.

Согласно установившимся представлениям [2], магмы движутся по вертикальным каналам под действием избыточного давления, возникающего в глубоких частях питающих систем вулканов. Эти вертикальные каналы по своей внутренней структуре несколько отличаются от окружающей среды и являются в этой связи структурами резонансного типа.

По имеющимся экспериментальным и расчетным данным [2], питающие магматические каналы в земной коре в момент своего образования и в самом начале своего существования представляют собой дайки. Они замещаются цилиндрическими питающими каналами, что с очевидностью наблюдается во время трещинных извержений, когда первоначальные питающие трещины в течение часов или дней заменяются жерлами рождающихся шлаковых конусов [2]. Описанные механизмы порождают в процессе развития структуры, которые в первом приближении могут быть рассмотрены как неоднородности (сфера, цилиндр) в слоистом полупространстве.

Для определения глубинного строения вулканических построек чрезвычайно важны совместная интерпретация результатов различных экспериментальных геофизических исследований (методом микросейсмического зондирования (ММЗ), методом магнитотеллурического зондирования (МТЗ)), что позволит получить оценки глубин залегания магматических резервуаров, жидких и газообразных вулканических флюидов и предложить рабочую гипотезу о моделировании исследуемого геологического объекта совокупностью блочных элементов.

В качестве примера приведем результаты экспериментальных геофизических исследований глубинного строения вулканических построек Таманской грязевулканической провинции, полученные в ходе экспедиций ОИФЗ РАН и Кубанского государственного университета.

По данным MMЗ корни грязевого вулкана горы Карабетова уходят почти вертикально вниз до больших глубин, что не соответствует надвиговой модели строения грязевулканических структур Керченско-Таманского региона [7].

Также экспериментальные работы проводились на Керченско-Таманском периклинальном прогибе (Таманский полуостров) и охватывали район грязевого вулкана «Ахтанизовский» [8]. Совместная интерпретация данных магнитотеллурического зондирования и геологии позволила построить достоверный вертикальный разрез и определить внутреннюю структуру исследуемого грязевого вулкана. По исследуемому профилю можно выделить шесть основных слоев с различными параметрами по сопротивлению. Выполненные работы по магнитотеллурическому зондированию объекта исследования позволили выделить блоки и слои с аномальными геоэлектрическими параметрами, определяющими расслоенность и блоковую структуру. Аппаратурные исследования позволили также оценить свойства материалов геологической среды, выявить месторасположения зон контакта в блоковой структуре и описать граничные условия при сопряжении блоков, что особенно важно для создания моделей участков земной коры и породных массивов при изучении региональной сейсмичности.

#### 3. Исследование волновых полей в блочной структуре вулканической постройки

Рассматривается модельная блочная структура вулканической постройки из двух элементов: слой с локализованным включением цилиндрической формы на основании. В крупномасштабном приближении можно рассматривать основание в форме полупространства, в мезомасштабном — слоя.

Смещения точек среды в цилиндрической системе координат описываются вектором амплитуд перемещений  $\mathbf{u} = \{u_r, u_z\}$ , удовлетворяющим уравнениям Ляме. На поверхности упругой среды блочной структуры (z = 0) в круговой области ( $r \leq a$ ) приложена осесимметричная вертикальная нагрузка, описываемая функцией  $Re\left[p\left(r\right)e^{-i\omega t}\right]$   $\left(p-3a-i\omega t\right)$ данная функция амплитуды, r — радиусвектор точки плоскости,  $\omega$  — частота, t время). Вертикальные подводящие каналы испытывают воздействие магматических масс и могут совершать распределенные горизонтальные и вертикальные колебания, которые моделируются дельта-функцией Дирака  $X_r = \operatorname{Re}\left(f_r(z)\delta(r-r_0)e^{-i\omega t}\right), X_z =$  $= \operatorname{Re}\left(f_{z}\left(z\right)\delta\left(r-r_{0}\right)e^{-i\omega t}\right).$ 

Так как рассматривается установившийся процесс, далее временной множитель отделен и изложение проводится относительно амплитудных значений соответствующих функций. Постановка граничной задачи запишется следующим образом. Уравнения Ляме, описывающие смещения среды, в цилиндрической системе координат примут вид

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial} \left( r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) - \frac{u_r}{r^2} \right] + \\ + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{\partial u_z}{\partial z} \right] + \mu \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} + \omega^2 \rho u_r = 0, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \tilde{u}_z}{\partial z^2} + \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \\ + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r u_r \right) \right] + \omega^2 \rho u_z = 0, \end{aligned}$$
(3.1)

где  $\lambda$ ,  $\mu$  — упругие модули Ляме,  $\rho$  — плотность среды.

Граничные условия на поверхности (z = 0):

$$\mu \left[ \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right] = 0;$$

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\lambda}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_r) = = \begin{cases} p(r), & r \leq a; \\ 0, & r > a. \end{cases}$$
(3.2)

Если в качестве блока рассматривается упругий слой толщины  $h (0 < r < +\infty; -h \leq z \leq \leq 0)$ , жестко сцепленный с недеформируемым основанием, условие на нижней границе запишется

$$u_r(r, -h) = u_z(r, -h) = 0.$$
 (3.3)

Применяя алгоритм дифференциального метода факторизации для структуры, отдельные блоки которой формируются внутренними и внешними цилиндрическими границами [5], система (3.1) с помощью интегральных преобразований Бесселя

$$V_{B_n} p = \int_0^a p(r) \operatorname{J}_n(\alpha r) r \,\mathrm{d}r, \quad n = 0, 1,$$

где  $J_n(\alpha r)$  — функции Бесселя первого рода, сводится к системе функциональных уравнений.

Далее, не повторяя выкладок дифференциального метода факторизации, рассмотрим сразу интегральное представление решения исходной задачи (3.1)–(3.3) в виде

$$u_{r}(r, z) = \int_{\sigma} \left( L_{1}(\alpha) P(\alpha, z) + L_{2}(\alpha) M(\alpha, z) + D_{1}(\alpha, z) \right) \alpha J_{1}(\alpha r) d\alpha,$$

$$u_{z}(r, z) = \int_{\sigma} (L_{1}(\alpha) R(\alpha, z) + L_{2}(\alpha) S(\alpha, z) + D_{2}(\alpha, z)) \alpha J_{0}(\alpha r) d\alpha, \quad (3.4)$$

где введены следующие функции:

$$L_{1}(\alpha) = \frac{p(\alpha)}{\rho c_{1}^{2}} - 2C_{21}^{2} \left[ s \left( g_{1}^{+}(-h_{0}) + g_{1}^{-}(-h_{0}) \right) - \alpha \sigma_{2} \left( g_{2}^{+}(-h_{0}) - g_{2}^{-}(-h_{0}) \right) \right],$$

;

$$L_{2}(\alpha) = 2\rho c_{2}^{2} \left[ \alpha \sigma_{1} \left( g_{1}^{+}(-h_{0}) - g_{1}^{-}(-h_{0}) \right) - s \left( g_{2}^{+}(-h_{0}) + g_{2}^{-}(-h_{0}) \right) \right],$$

$$D_{1}(\alpha, z) = \alpha \left[ g_{1}^{+}(z) - g_{1}^{+}(-h_{0}) \right] e^{\sigma_{1}z} + \alpha \left[ g_{1}^{-}(z) - g_{1}^{-}(-h_{0}) \right] e^{-\sigma_{1}z} - \sigma_{2} \left[ g_{2}^{+}(z) - g_{2}^{+}(-h_{0}) \right] e^{\sigma_{2}z} + \sigma_{2} \left[ g_{2}^{-}(z) - g_{2}^{-}(-h_{0}) \right] e^{-\sigma_{2}z},$$

$$D_{2}(\alpha, z) = -\sigma_{1} \left[ g_{1}^{+}(z) - g_{1}^{+}(-h_{0}) \right] e^{\sigma_{1}z} + + \sigma_{1} \left[ g_{1}^{-}(z) - g_{1}^{-}(-h_{0}) \right] e^{-\sigma_{1}z} + + \alpha \left[ g_{2}^{+}(z) - g_{2}^{+}(-h_{0}) \right] e^{\sigma_{2}z} + + \alpha \left[ g_{2}^{-}(z) - g_{2}^{-}(-h_{0}) \right] e^{-\sigma_{2}z},$$

$$g_{1}^{\pm}(z) = \frac{r_{0}}{2\rho\omega^{2}\sigma_{1}} \left(\pm\alpha J_{1}\left(\alpha r_{0}\right)\varphi_{r1}^{\mp}(z) + \sigma_{1}J_{0}\left(\alpha r_{0}\right)\varphi_{z1}^{\mp}(z)\right),$$

$$g_{2}^{\pm}(z) = \frac{r_{0}}{2\rho\omega^{2}\sigma_{2}} \left(\sigma_{2}J_{1}\left(\alpha r_{0}\right)\varphi_{r2}^{\mp}\left(z\right) \pm \pm \alpha J_{0}\left(\alpha r_{0}\right)\varphi_{z2}^{\mp}\left(z\right)\right);$$

$$\begin{split} \varphi_{rk}^{\mp}\left(z\right) &= \int_{0}^{z} f_{r}\left(\zeta\right) \mathrm{e}^{\mp\sigma_{k}\zeta} \,\mathrm{d}\zeta, \\ \varphi_{zk}^{\mp}\left(z\right) &= \int_{0}^{z} f_{z}\left(\zeta\right) \mathrm{e}^{\mp\sigma_{k}\zeta} \,\mathrm{d}\zeta \quad (k=1,2) \\ p\left(\alpha\right) &= \int_{0}^{\infty} p\left(r\right) r \mathrm{J}_{0}\left(\alpha r\right) \mathrm{d}r, \\ s &= \alpha^{2} - 0.5\kappa_{2}^{2}, \quad C_{21}^{2} = \left(c_{2}/c_{1}\right)^{2}, \\ c_{1} &= \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}, \quad c_{2} &= \sqrt{\mu/\rho}, \\ \sigma_{j} &= \sqrt{\alpha^{2} - \kappa_{j}^{2}}, \end{split}$$

 $\kappa_j^2 = (\omega/c_j)^2, \, \kappa_j$  — соответственно волновые числа продольной и поперечной волн (j = 1, 2).

Функции, входящие в выражения перемещений (3.4), зависят от свойств материала среды, геометрии блочной структуры, характера и типа внешнего воздействия,  $P(\alpha, z)$ ,  $M(\alpha, z), R(\alpha, z), N(\alpha, z)$  — входят в представления элементов матрицы Грина упругого слоя [9], обход особенностей подынтегральных функций контуром  $\sigma$  выбран в соответствии с принципом предельного поглощения [9].

Используя интегральные представления решения (3.4), можно построить асимптотики амплитуд продольной и поперечной волн [10, 11].

Выпишем аналитические выражения для амплитуд волн Релея на поверхности упругого слоя

$$u_{r}(r,0) = i \sum_{k=1}^{m} \sqrt{\frac{2\pi\zeta_{k}}{r}} \frac{G_{r1}(\zeta_{k}) - G_{r2}(\zeta_{k})}{2\rho c_{2}^{2}\bar{\Delta}'(\zeta_{k})} \times \exp\left(i\left(\zeta_{k}r - \frac{3\pi}{4}\right)\right) + O\left(r^{-3/2}\right), \quad r \to \infty,$$

$$u_{z}(r,0) = i \sum_{k=1}^{m} \sqrt{\frac{2\pi\zeta_{k}}{r}} \frac{G_{z1}(\zeta_{k}) - G_{z2}(\zeta_{k})}{4\rho c_{2}^{2}\bar{\Delta}'(\zeta_{k})} \times \exp\left(i\left(\zeta_{k}r - \frac{\pi}{4}\right)\right) + O\left(r^{-3/2}\right), \quad r \to \infty,$$
(3.5)

где  $\zeta_k$  — полюса подынтегральных функций в представленн амплитуд при z = 0;

$$G_{r1}(\alpha) = p(\alpha) \alpha \left(\sigma_1 \sigma_2 \left(\alpha^2 + s\right) \left(1 - \operatorname{ch}\left(\sigma_1 h\right) \operatorname{ch}\left(\sigma_2 h\right)\right) + \left(\alpha^2 s + \sigma_1^2 \sigma_2^2\right) \operatorname{sh}\left(\sigma_1 h\right) \operatorname{sh}\left(\sigma_2 h\right)\right),$$

$$\begin{aligned} G_{r2} \left( \alpha \right) &= \\ &= \rho c_2^2 \kappa_2^2 \sigma_2 \Big( g_1^+ \left( -h_0 \right) \alpha \sigma_1 \left( s - e^{-\sigma_1 h} \eta_2^+ \right) + \\ &+ g_1^- \left( -h_0 \right) \alpha \sigma_1 \left( s + e^{\sigma_1 h} \eta_2^- \right) + \\ &+ g_2^+ \left( -h_0 \right) \left( \alpha^2 \sigma_1 \sigma_2 - s e^{-\sigma_2 h} \chi_1^+ \right) - \\ &- g_2^- \left( -h_0 \right) \left( \alpha^2 \sigma_1 \sigma_2 - s e^{\sigma_2 h} \chi_1^- \right) \Big), \end{aligned}$$

$$G_{z1}(\alpha) = p(\alpha) \kappa_2^2 (\alpha^2 \operatorname{ch}(\sigma_1 h) \operatorname{sh}(\sigma_2 h) - \sigma_1 \sigma_2 \operatorname{sh}(\sigma_1 h) \operatorname{ch}(\sigma_2 h)),$$



Рис. 1. Амплитуды вертикальной составляющей волны Релея

$$\begin{split} Q_{z2}(\alpha) &= \\ &= 2\rho c_2^2 \kappa_2^2 \sigma_1 \left( g_1^+ \left( -h_0 \right) \left( \alpha^2 \sigma_1 \sigma_2 - s e^{-\sigma_1 h} \chi_2^+ \right) - \right. \\ &- g_1^- \left( -h_0 \right) \left( \alpha^2 \sigma_1 \sigma_2 - s e^{\sigma_1 h} \chi_2^- \right) + \\ &+ g_2^+ \left( -h_0 \right) \alpha \sigma_2 \left( s - e^{-\sigma_2 h} \eta_1^+ \right) + \\ &+ g_2^- \left( -h_0 \right) \alpha \sigma_2 \left( s + e^{\sigma_2 h} \eta_1^- \right) \right), \\ \chi_j^{\pm} &= \sigma_1 \sigma_2 \operatorname{ch}(\sigma_j h) \pm \alpha^2 \operatorname{sh}(\sigma_j h) , \quad j = 1,2; \\ \bar{\Delta}(\alpha) &= \alpha \left( \bar{\sigma}_1(\alpha) \operatorname{ch}(\sigma_1 h) \operatorname{ch}(\sigma_2 h) + \\ &+ h \bar{\sigma}_2(\alpha) \operatorname{ch}(\sigma_1 h) \operatorname{ch}(\sigma_2 h) + \\ &+ h \bar{\sigma}_3(\alpha) \operatorname{sh}(\sigma_1 h) \operatorname{ch}(\sigma_2 h) - \\ &- 2 \bar{\sigma}_4(\alpha) \operatorname{sh}(\sigma_1 h) \operatorname{sh}(\sigma_2 h) - 4 \bar{\sigma}_5(\alpha) \right). \\ \bar{\sigma}_1(\alpha) &= \left( \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \right) \sigma_1^{-1} \sigma_2^{-1} \left( s^2 + \alpha^4 \right) + \\ &+ 4 \sigma_1 \sigma_2 \left( s + \alpha^2 \right) , \\ \bar{\sigma}_3(\alpha) &= \sigma_2 \left( s^2 + \alpha^4 \right) - \alpha^2 \sigma_2^{-1} \left( s^2 + \sigma_1^2 \sigma_2^2 \right) , \\ \bar{\sigma}_4(\alpha) &= s^2 + \sigma_1^2 \sigma_2^2 + 2 s \alpha^2 + \alpha^2 \left( \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \right) , \end{split}$$

$$\bar{\sigma}_5(\alpha) = 4\sigma_1\sigma_2 \left(s + \alpha^2\right) - \left(2s\alpha^2 - s^2 - \alpha^4\right)\sigma_1^{-1}\sigma_2^{-1} \left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2\right).$$

#### 4. Результаты численного анализа

Для слоя на недеформируемом основании были построены дисперсионные кривые. Выбраны первая, вторая и третья моды для изучения амплитудно-частотных характеристик вертикальной составляющей волны Релея в диапазоне частот  $\nu = 0 \div 10$  Гц.

Для первой моды, увеличение радиуса поверхностной нагрузки приводит к увеличению амплитуды вертикальной составляющей волны Релея (рис. 1), параметры модели:  $\rho = 1,4 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_1 = 0,2 \cdot 10^3 \text{ м/c}$ ,  $c_2 = 0,12 \cdot 10^3 \text{ м/c}$ , h = 20 м. Кривая 1 соответствует a = 2, кривая 2 - a = 3, кривая 3 - a = 4.

Для вертикального включения увеличение радиуса расположения на частотах от  $\nu = 5$  Гц усложняет интерференционную картину волнового поля, что проявляется в увеличении количества частот «запирания» и изменения их значения (рис. 2). Использованы те же параметры,  $h_0 = 10$  м, кривая 1 соответствует  $r_0 = 3$ , кривая  $2 - r_0 = 4$ , кривая  $3 - r_0 = 5$ .

Численный анализ выражений (3.5) позволяет установить зависимость амплитуд волн



Рис. 2. Волновое поле в зависимости от увеличения радиуса включения

Релея от глубины локализованного включения, свойств его материала, направления и величины внешнего воздействия:

1) Увеличение радиуса внешней нагрузки приводит к увеличению амплитуды вертикальной составляющей волны Релея;

2) Увеличение радиуса локализованного включения усложняет интерференционную картину волнового поля с ростом частоты, что проявляется в увеличении количества частот «запирания» и изменения их значения;

 Увеличение длины включения не влияет на амплитуду вертикальной составляющей волны Релея на частотах до появления следующей моды, затем наблюдается изменение амплитуды, причем количество частот «запирания» остается постоянным;

4) Влияние локализованного включения увеличивается с ростом частоты, оно существенное изменяет интерференционную картину общего волнового поля, количество частот «запирания» и их значения.

Полученные результаты могут быть полезными для разработки сценариев направленного воздействия на вулканическую постройку, например, тяжелыми вибраторами, для целей снижения сейсмической напряженности и рисков техногенных и природных катастроф.

#### Литература

- Рогожин Е.А., Овсюченко А.Н., Лутиков А.И., Собисевич А.Л., Собисевич Л.Е., Горбатиков А.В. Эндогенные опасности Большого Кавказа. М.: ИФЗ РАН, 2014. 256 с.
- 2. Собисевич А.Л. Избранные задачи математической геофизики, вулканологии и геоэкологии. Т. 1. М.: ИФЗ РАН, 2012. 512 с.
- Гончаров М.А., Талицкий В.Г.. Фролова Н.С. Введение в тектонофизику. М.: КДУ, 2005. 496 с.
- Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M., Gorshkova E.M., Zaretskaya M.V., Mukhin A.C, Pavlova A.V. Convergent properties of block elements // Doklady Physics. 2015. Vol. 60. Iss. 11. P. 515–518.
- Зарецкая М.В., Бабешко О.М., Зарецкий А.Г., Лозовой В.В. О разнотипных блочных элементах в задачах геоэкологии // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2017. № 2. С. 36– 41.
- Мухин А.С., Павлова А.В., Телятников И.С. К моделям и экспериментальным методам исследования блоковых структур литосферы // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2018. № 1. С. 29–36.
- Собисевич А.Л., Горбатиков А.В., Овсюченко А.Н. Глубинное строение грязевого вулкана горы Карабетова // ДАН. 2008. Т. 422. № 4. С. 542–546.

- Зарецкая М.В., Лозовой В.В. К исследованию строения некоторых геологических структур // Защита окружающей среды в нефтегазовом комплексе. 2012. № 11. С. 19–24.
- Ворович И.И., Бабешко В.А. Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. М.: Наука, 1979. 319 с.
- Kapustin M., Pavlova A., Rubtsov S., Telyatnikov I. Model of foundation-base system under vibration load // Communications in Computer and Information Science (CCIS). 2014. Vol. 487. P. 168–173.
- Павлова А.В., Капустин М.С., Зарецкая М.В., Телятников И.С. Моделирование напряженно-деформированного состояния неоднородных геоматериалов при вибрационных воздействиях // Защита окружающей среды в нефтегазовом комплексе. 2018. № 4. С. 48–54.

#### References

- Rogozhin, Ye.A., Ovsyuchenko, A.N., Lutikov, A.I., Sobisevich, A.L., Sobisevich, L.Ye., Gorbatikov, A.V. *Endogennyye opasnosti Bol'shogo Kavkaza* [Endogenous hazards of the Greater Caucasus]. Izdatelstvo IFZ RAN, Moscow, 2014. (In Russian)
- Sobisevich, A.L. Izbrannyye zadachi matematicheskoy geofiziki, vulkanologii i geoekologii [Selected problems of mathematical geophysics, volcanology and geoecology]. Vol. 1. Izdatelstvo IFZ RAN, Moscow, 2012. (In Russian)
- Goncharov, M.A., Talitskiy, V.G.. Frolova, N.S. Vvedeniye v tektonofiziku [Introduction to tectonophysics]. Izdatelstvo KDU, Moscow, 2005. (In Russian)
- Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M., Gorshkova, E.M., Zaretskaya, M.V., Mukhin, A.C, Pavlova, A.V. Convergent properties of block elements. *Doklady Physics*, 2015, vol. 60, iss. 11, pp. 515–518.
- Zaretskaya, M.V., Babeshko, O.M., Zaretskiy, A.G., Lozovoy, V.V. O raznotipnykh blochnykh elementakh v zadachakh geoekologii [About different types of block elements in the tasks of geoecology]. Jekologicheskij vestnik nauch-

nyh centrov Chernomorskogo jekonomicheskogo sotrudnichestva [Ecological Bulletin of the Scientific Centers of the Black Sea Economic Cooperation], 2017, no. 2, pp. 36–41. (In Russian)

- Muhin, A.S., Pavlova, A.V., Telyatnikov, I.S. K modelyam i ehksperimental'nym metodam issledovaniya blokovyh struktur litosfery [To models and experimental methods for the study of block structures of the lithosphere] Jekologicheskij vestnik nauchnyh centrov Chernomorskogo jekonomicheskogo sotrudnichestva [Ecological Bulletin of the Scientific Centers of the Black Sea Economic Cooperation], 2018, no. 1, pp. 29–36. (In Russian)
- Sobisevich, A.L., Gorbatikov, A.V., Ovsyuchenko, A.N. Glubinnoye stroyeniye gryazevogo vulkana gory Karabetova [The deep structure of the mud volcano of Mount Karabetov]. *Doklady akademii nauk* [Rep. of Russian Academy of Sciences], 2008, vol. 422, no. 4, pp. 542–546. (In Russian)
- Zaretskaya, M.V., Lozovoy, V.V. K issledovaniyu stroyeniya nekotorykh geologicheskikh struktur [To study the structure of some geological structures]. Zashchita okruzhayushchey sredy v neftegazovom komplekse [Environmental protection in the oil and gas complex], 2012, no. 11, pp. 19–24. (In Russian)
- Vorovich, I.I., Babeshko, V.A. Dinamicheskie smeshannye zadachi teorii uprugosti dlya neklassicheskih oblastei [Dynamic mixed problem of elasticity theory for nonclassical domains]. Nauka, Moscow, 1979. (In Russian)
- Kapustin, M., Pavlova, A., Rubtsov, S., Telyatnikov, I. Model of foundation-base system under vibration load. *Communications in Computer* and Information Science (CCIS), 2014, vol. 487, pp. 168–173.
- 11. Pavlova, A.V., Kapustin, M.S., Zaretskaya, M.V., Telyatnikov, I.S. Modelirovaniye napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya neodnorodnykh geomaterialov pri vibratsionnykh vozdeystviyakh [Modeling the stress-strain state of heterogeneous geomaterials under vibration effects]. Zashchita okruzhayushchey sredy v neftegazovom komplekse [Environmental protection in the oil and gas complex], 2018, no. 4, pp. 48–54. (In Russian)

<sup>@</sup>Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества, 2019

<sup>©</sup> Павлова А.В., Зарецкая М.В., Капустин М.С., Лозовой В.В., 2019

Статья поступила 14 мая 2019 г.