

## Ф И З И К А

УДК 534.16

DOI: 10.31429/vestnik-16-2-38-47

СЕЛЕКТИВНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ УПРУГИХ ВОЛН  
В КОМПОЗИТАХ

Кириллова Е. В., Шевцова М. С.

## SELECTIVE EXCITATION OF ELASTIC WAVES IN COMPOSITES

E. V. Kirillova, M. S. Shevtsova

RheinMain University of Applied Sciences, Wiesbaden, 65197, Germany  
e-mail: kirillova@web.de

*Abstract.* This study analyzes the effect of various parameters of the piezoelectric transducer on the wave fields generated in the composite plate. A semi-analytical approach based on the application of the Fourier transform, integration by residues and the stationary phase method is used to calculate dispersion curves and wave fields in a wide frequency range. This model allowed us to calculate the displacement fields excited in the anisotropic plate, as well as to distinguish and analyze the contribution of each wave mode to the resulting wave field. The excited fields were calculated and analyzed over a wide frequency range. Another objective of the study was to obtain the information about the shapes and positioning of multiple piezoelectric elements, which facilitate the excitation of directed waves and individual Lamb wave modes. A technique for the selection of parameters and the positioning of piezoelectric actuators required for the wave excitation was developed. It was applied and successfully tested for a combination of several ring-shaped actuators. The relations between the stress amplitudes specified on the surfaces of all actuators from the combination were determined and allowed to suppress certain waves in a multi-layered composite host-structure. It was shown that by varying the voltage applied to the piezoelectric rings, it is possible to suppress or amplify individual waves without changing their size.

*Keywords:* Lamb waves, harmonic vibrations, composite quasi-isotropic plate, Green's matrix, Fourier transform, circular actuator, combination of ring piezoelectric actuators, selective excitation of elastic waves.

## Введение

В настоящее время одним из наиболее точных и востребованных методов неразрушающего контроля и мониторинга состояния различных инженерных конструкций является метод, основанный на применении волн Лэмба [1]. Ультразвуковые волны широко используются для контроля аэрокосмических [2, 3], трубопроводных [4], автомобильных и других инженерных систем, как правило, выполненных из композитных или металлических конструкций. Повреждения и дефекты, такие как расслоения, трещины, включения или пустоты, значительно снижают прочность материала в результате концентрации напряжений или деформаций и вызывают разрушение всей конструкции. В связи с этим разработка надежных методов мониторинга состояния конструкций [5] и неразрушающего контроля [6] является актуальной задачей

промышленности. Мониторинг состояния с использованием волн Лэмба [7–9] позволяет обнаружить повреждения в любом участке композитной конструкции больших размеров, поскольку эти волны могут распространяться на большие расстояния с незначительным затуханием. Метод контроля состояния подходит для обнаружения мелких дефектов, поскольку он позволяет использовать высокочастотные волны с короткими длинами волн. Однако эффективность любого метода зависит от многих факторов, таких как оптимальный диапазон частот возбуждения, геометрия и местоположение пьезопреобразователя или комбинации преобразователей, а также свойств исследуемой конструкции.

На практике, как правило, в исследуемой пластине возбуждаются волновые поля сложной структуры, состоящие из нескольких волн Лэмба. Чтобы упростить структуру поля, необходимо выполнить разделение волно-

Кириллова Евгения Вадимовна, канд. физ.-мат. наук, профессор Университета прикладных наук г. Висбаден; e-mail: kirillova@web.de.

Шевцова Мария Сергеевна, научный сотрудник Университета прикладных наук г. Висбаден; e-mail: mariamarcs@bk.ru.

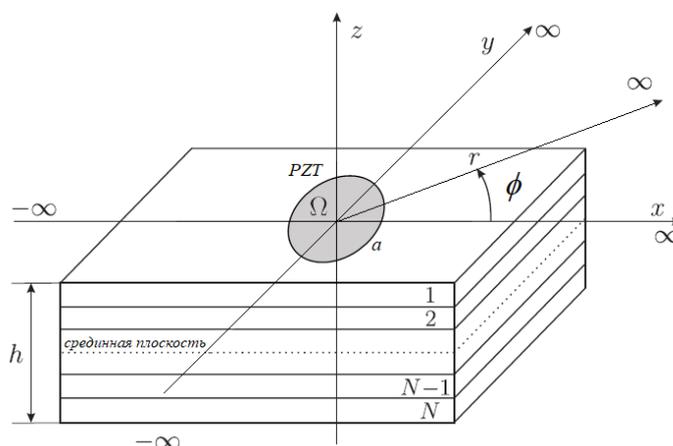


Рис. 1. Схема нагружения многослойной анизотропной пластины

вых мод. Однако такое разделение невозможно при работе с конечно-элементными программами. В работе [9] представлена теоретическая модель, описывающая взаимодействие между пьезоэлектрическим круговым актуатором и изотропной пластиной, основанная на применении преобразования Фурье и теоремы о вычетах [8, 10]. Применение преобразования Фурье делает возможным подавление отдельных мод. Чтобы разделить симметричные и антисимметричные моды без изменения размеров пьезоэлемента, можно использовать различные комбинации кольцевых и круглых актуаторов. В [11] представлена комбинация из кругового и кольцевого пьезоэлементов. В [12] было показано, что симметричная и антисимметричная фундаментальные моды в изотропном слое могут возбуждаться раздельно с помощью нескольких пьезоэлектрических актуаторов, колеблющихся в фазе и в противофазе. Авторы использовали комбинацию из нескольких коаксиальных кольцевых актуаторов, чтобы исключить один из волновых режимов. Источники колебаний возбуждаются независимо или одновременно для создания разных волновых структур. Однако лишь небольшое число работ [13, 14] посвящено выборочному возбуждению волн в структурах, выполненных из анизотропных материалов.

Целью предложенной статьи является разработка методики возбуждения управляемых волн и декомпозиции волн Лэмба в анизотропных многослойных структурах. В первой части настоящего исследования представлены уравнения движения и граничные условия для многослойной трехмерной композитной пластины. Вторая часть работы посвящена

расчету и анализу неизвестных полей перемещений в многослойной пластине с помощью полуаналитической модели, предложенной ранее [10] для описания волн Лэмба с использованием преобразования Фурье и матрицы Грина. Согласно этой модели действие пьезоактуатора заменяется сдвиговыми напряжениями, заданными на границе области контакта и описываемыми дельтаобразной функцией. После анализа волновых чисел строится обратное преобразование Фурье. Вычисление возникающего при этом двойного интеграла по волновым числам осуществляется с использованием метода интегрирования по вычетам и метода стационарной фазы, при этом каждый вычет описывает одну распространяющуюся волну. В третьей части исследования предложена методика подавления отдельных волн Лэмба, возбуждаемых круговым пьезоактуатором в 24-слойной квазиизотропной пластине, путем подбора соответствующего радиуса пьезоэлемента. Четвертый раздел посвящен выборочному возбуждению волн в композитной структуре с помощью комбинации из двух кольцевых пьезопреобразователей. Расчеты выполнены в широком диапазоне частот.

## 1. Постановка задачи

В случае отсутствия массовых сил установившиеся гармонические колебания с частотой  $\omega$  в каждом слое композитной пластины (рис. 1) удовлетворяют уравнению, связывающему напряжения  $\sigma_{ij}$  и перемещения  $u_i$ :

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = -\rho \omega^2 u_i, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (1.1)$$

где  $\rho$  — это плотность материала.

Множитель  $\exp(i\omega t)$ , описывающий зависимость от времени  $t$ , здесь и далее опущен.

Напряжения определяются с помощью закона Гука

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}, \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (1.2)$$

где  $C_{ijkl}$  — компоненты тензора упругих постоянных,  $\varepsilon_{ij}$  — компоненты тензора деформаций.

В изучаемой многослойной плите волны возбуждаются нагрузкой  $q(x, y)$ , приложенной к верхней поверхности пластины в области  $\Omega$ , тогда как нижняя поверхность свободна от напряжений:

$$\sigma_{i3}|_{z=0} = q(x, y), \quad \sigma_{i3}|_{z=-h} = 0. \quad (1.3)$$

В качестве поверхностных источников возбуждения в представленной работе рассматриваются круговой (рис. 2а) и кольцевой (рис. 2б) пьезоэлектрический актуатор. Предполагается, что толщина клеевого слоя между источником колебаний и возбуждаемой пластиной  $h_b \rightarrow 0$  и усилие сосредоточено в бесконечно малой области на границе области контакта. Эта модель широко распространена в инженерной практике и первоначально применялась для изотропных структур, возбуждаемых пьезоэлектрическими пленочными актуаторами. Она также применима для моделирования возбуждения волн в трехмерных анизотропных структурах, в связи с чем используется в данной работе.

Для рассмотренных на рис. 2 пьезоэлементов сосредоточенные на границе силы моделируются с помощью соответствующих векторов нагрузки и могут быть представлены в полярных координатах в виде

$$\begin{aligned} q_x &= \tau_0 \delta(r - a) \cos \phi, \\ q_y &= \tau_0 \delta(r - a) \sin \phi, \\ q_z &= 0, \quad \forall (r, \phi) \end{aligned} \quad (1.4)$$

для кругового актуатора, и

$$\begin{aligned} q_x &= \tau_0 (\delta(r - A_o) - \delta(r - A_i)) \cos \phi, \\ q_y &= \tau_0 (\delta(r - A_o) - \delta(r - A_i)) \sin \phi, \\ q_z &= 0, \end{aligned} \quad (1.5)$$

для кольцевого пьезоэлемента, где  $a$  — радиус кругового пьезоэлемента, а  $A_o$  и  $A_i$  представляют внешний и внутренний радиусы кольцевого пьезопреобразователя.

## 2. Решение задачи о распространении волн

После применения преобразования Фурье решение задачи (1.1)–(1.3) может быть найдено в трансформантах Фурье [10]. Вектор смещений в цилиндрических координатах определяется как обратное преобразование Фурье от произведения матрицы  $K(\alpha, \gamma, z, \omega)$  — трансформанты Фурье матрицы Грина  $k(r, \phi, z, \omega)$  и вектора  $Q(\alpha, \gamma)$  — трансформанты Фурье вектора, описывающего нагрузку  $q(r, \phi)$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(r, \phi, z, \omega) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_{\Gamma^+(\gamma)} \mathbf{K}(\alpha, \gamma, z, \omega) \times \\ &\times \mathbf{Q}(\alpha, \gamma) e^{-i\alpha r \cos(\gamma - \phi)} \alpha d\alpha d\gamma, \end{aligned} \quad (2.1)$$

где  $\gamma \in [0; 2\pi]$ ,  $\phi \in [0; 2\pi]$  и контур  $\Gamma^+(\gamma)$  обходит все действительные полюса подынтегральной функции в соответствии с принципом предельного поглощения [15]. Интеграл по  $\alpha$  может быть вычислен как сумма вычетов с помощью теоремы Коши и Леммы Жордана. При вычислении интеграла по  $\gamma$  для достаточно больших  $r$  может быть применен метод стационарной фазы. В результате применения этих методов поле смещений вдали от источника колебаний, т.е. для  $r \rightarrow \infty$ , может быть представлено в следующем виде:

$$\begin{aligned} u(r, \phi, z, \omega) &= \sum_{m=1}^{N_r} u_m + O(r^{-3/2}) = \\ &= \sum_{m=1}^{N_r} \sum_{p=1}^{N_{mp}^+(\phi)} G_{mp}(r, \phi, z, \omega) + O(r^{-3/2}), \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} G_{mp}(r, \phi, z, \omega) &= \\ &= \pm \frac{i}{2\pi} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \frac{b_m^\pm(\gamma_{mp}^\pm(\phi), z, \omega)}{\sqrt{-iP_{m,\gamma\gamma}''^\pm(\gamma_{mp}^\pm(\phi), \phi)}} \times \\ &\times e^{irP_{m,\gamma\gamma}^\pm(\gamma_{mp}^\pm(\phi), \phi)}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} b_m^\pm(\gamma, z, \omega) &= \text{res } K(\alpha, \gamma, z, \omega) \Big|_{\alpha=k_m^\pm(\gamma, \omega)} \times \\ &\times Q(k_m^\pm(\gamma, \omega), \gamma) k_m^\pm(\gamma, \omega), \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} P_{m,\gamma\gamma}^\pm(\gamma, \phi) &= -k_m^\pm(\gamma, \omega) \cos(\gamma - \phi), \\ P_{m,\gamma\gamma}''^\pm(\gamma_{mp}^\pm(\phi), \phi) &\neq 0, \end{aligned} \quad (2.5)$$

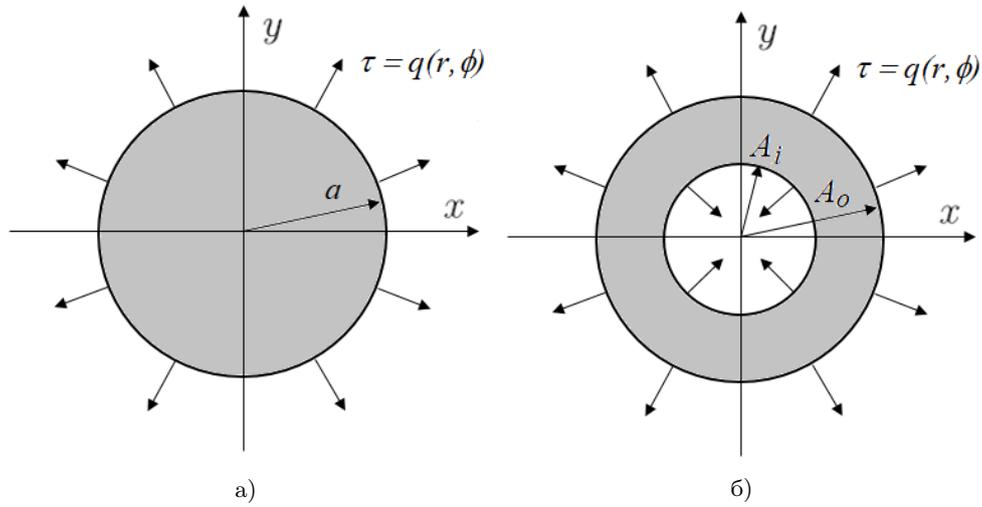


Рис. 2. Круговой пьезоактуатор (а), кольцевой пьезоактуатор (б)

где  $k_m^\pm(\gamma, \omega)$  представляют собой зависимости волновых чисел от угла  $\gamma$  при фиксированной частоте  $\omega$ ,  $\gamma_{mp}^\pm(\phi)$  — стационарные точки фазовой функции (2.5), соответствующие волновым числам  $k_m^\pm(\gamma, \omega)$ ,  $N_r$  — количество вещественных полюсов преобразования Фурье матрицы Грина для частоты  $\omega$ ,  $N_{mp}$  — количество стационарных точек фазовой функции (2.5), соответствующей полюсу  $k_m^\pm(\gamma, \omega)$ .

### 3. Структура волнового поля, возбуждаемого круговым пьезоактуатором

Преобразование Фурье вектора нагрузки (1.4), описывающего круговой пьезоактуатор, имеет вид

$$\begin{aligned} Q_1(\alpha, \gamma) &= 2\pi i \tau_0 a J_1(a\alpha) \cos \gamma, \\ Q_2(\alpha, \gamma) &= 2\pi i \tau_0 a J_1(a\alpha) \sin \gamma, \\ Q_3(\alpha, \gamma) &= 0. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Кольцевому пьезоактуатору (1.5) соответствует преобразование Фурье

$$\begin{aligned} Q_1(\alpha, \gamma) &= \\ &= 2\pi i \tau_0 [A_o J_1(A_o \alpha) - A_i J_1(A_i \alpha)] \cos \gamma, \\ Q_2(\alpha, \gamma) &= \\ &= 2\pi i \tau_0 [A_o J_1(A_o \alpha) - A_i J_1(A_i \alpha)] \sin \gamma, \\ Q_3(\alpha, \gamma) &= 0. \end{aligned} \quad (3.2)$$

В выражения (3.1)–(3.2) входят функции Бесселя  $J_1(a\alpha)$ , аргументом которых является произведение вещественного полюса  $\alpha = k_m(\gamma, \omega)$  и радиуса  $a$  пьезоактуатора.

Кольцевому преобразователю соответствуют внешний  $a = A_o$  и внутренний  $a = A_i$  радиусы. Так как для квазиизотропных композитов волновые числа  $k_m^\pm(\gamma, \omega)$  для всех значений угла  $\gamma \in [0; 2\pi]$  принимают очень близкие значения, существуют значения радиусов  $a$  пьезоактуатора, для которых функция  $J_1(ak_m(\gamma, \omega))$  для фиксированной частоты  $\omega$  обращается в ноль. Такие значения радиуса пьезоактуатора определяются соотношением  $a_{ml} = \psi_l / k_m(\gamma, \omega)$ , где  $\psi_l$  — нули функции  $J_1(\psi)$ , а индекс  $m = 1, 2, 3$  соответствует антисимметричной, симметричной и горизонтальной волновым модам  $A_o, S_o, SH_o$ . Обращение в ноль функции Бесселя для значений  $a_{ml}$  влечет за собой обращение в ноль слагаемого  $u_m$  в (2.2).

Для демонстрации описанного эффекта были произведены расчеты для 24-слойного квазиизотропного композита с ориентацией волокон  $[0, 45, -45, 90]_{3s}$ , изготовленного из эпоксидной смолы с углеродным волокном. Свойства материала в терминах инженерных констант имеют следующий вид:  $E_1 = 127,6$  ГПа,  $E_2 = E_3 = 11,3$  ГПа,  $G_{12} = G_{13} = 5,97$  ГПа,  $G_{23} = 3,75$  ГПа,  $\nu_{12} = \nu_{13} = 0,3$ ,  $\nu_{23} = 0,34$ ; плотность  $\rho = 1578$  кг/м<sup>3</sup>. В представленной работе все вычисления проводились в безразмерной форме, в связи с этим инженерные константы обезразмеривались делением их на величину  $E_0 = 10^{11}$  Па, плотность нормировалась на величину  $\rho_0 = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, тогда как все геометрические характеристики обезразмеривались путем деления на толщину композитной пластины  $h$ . В работе в расчетах

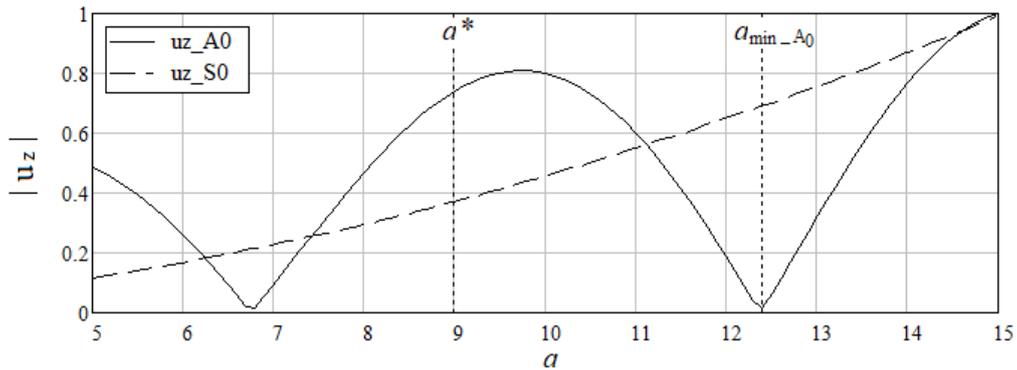


Рис. 3. Нормированные вертикальные поверхностные перемещения для  $r = 150$  и  $\phi = 90^\circ$  при  $a \in [5; 15]$  и  $\omega h = 50$  кГц·мм

использовалась безразмерная угловая частота  $\hat{\omega} = 2\pi\omega^*h/c_T = 2\pi\omega/c_T$ , где  $\omega = \omega^*h$  представляет произведение частоты на толщину возбуждаемой пластины и измеряется в кГц·мм,  $\omega^*$  — частота в кГц. Значение скорости распространения поперечной волны  $c_T$ , взятой для нормализации значений, определяется как  $c_T = \sqrt{G_{12}/\rho}$ , где  $G_{12}$  — модуль продольного сдвига в плоскости материала композитной пластины. Очевидно, что два разных композитных материала с различными свойствами будут иметь разные значения скорости  $c_T$ , и, следовательно, разные значения безразмерной угловой частоты, но соответствующие одному и тому же значению  $\omega = \omega^*h$ .

На рис. 3 изображены графики нормированных амплитуд перемещений, соответствующих антисимметричной  $u_{A_0}$  и симметричной  $u_{S_0}$  волновым модам, для частоты  $\omega h = 50$  кГц·мм в точке  $r = 150$ ,  $\phi = 90^\circ$ . Эти перемещения были получены для значений радиуса пьезоэлектрического актуатора, варьируемых в диапазоне  $a \in [5; 15]$ . Из представленного графика видно, что кривая, отвечающая антисимметричной моде (сплошная линия), обращается в ноль при определенных значениях параметра  $a$ , тогда как амплитуды перемещений, соответствующих моде  $S_0$  (синяя линия), равномерно возрастают с ростом радиуса пьезоэлемента.

Очевидно, что на данной средней частоте  $\omega h = 50$  кГц·мм мода  $A_0$  превалирует для меньших размеров пьезоэлемента, но с увеличением радиуса источника колебаний, вклад симметричной моды в общее волновое поле соизмерим со вкладом антисимметричной моды. Чтобы получить волновое поле более простой структуры, антисимметричную

моду можно подавить путем выбора соответствующего значения радиуса пьезоэлемента.

На рис. 4а, 4б изображены графики нормированных амплитуд перемещений для волновых мод  $u_{A_0}$  и  $u_{S_0}$  в полярных координатах при  $a = a^*$  (а), когда симметричная и антисимметричная моды дают сопоставимый вклад в волновое поле, и при  $a = a_{\min\_A_0}$  (б), когда амплитуда перемещений антисимметричной моды обращается в ноль. Расчеты произведены для  $r = 150$ ,  $\phi \in [0, 2\pi]$ .

На рис. 5 приведены вещественные (а, в) и мнимые (б, г) части вертикальных перемещений возбуждаемой пластины в направлении  $\phi = 90^\circ$  до подавления моды  $A_0$  (а, б) и после исключения моды  $A_0$  (в, г) из общего волнового поля. На рис. 6 представлены графики нормированных амплитуд перемещений, соответствующих волновым модам  $u_{A_0}$ ,  $u_{S_0}$ ,  $u_{SH_0}$  для высокой частоты  $\omega h = 300$  кГц·мм для  $r = 150$ ,  $\phi = 90^\circ$ . Аналогично предыдущему примеру, перемещения были рассчитаны для значений радиуса пьезоактуатора, варьируемых в диапазоне  $a \in [5; 15]$ .

Очевидно, что на данной частоте превалирующий вклад в общее волновое поле вносит симметричная мода (штриховая линия), которую так же можно подавить, выбрав радиус пьезоэлемента, при котором перемещения, соответствующие симметричной моде, обращаются в ноль.

На рис. 7а и 7б приведены графики нормированных амплитуд перемещений в полярных координатах до (а) и после (б) подавления симметричной моды на высокой частоте.

На рис. 8 приведены вещественные (а, в) и мнимые (б, г) части перемещений возбуждаемой пластины в направлении  $\phi = 90^\circ$  до подавления моды  $S_0$  (а, б) и после исключе-

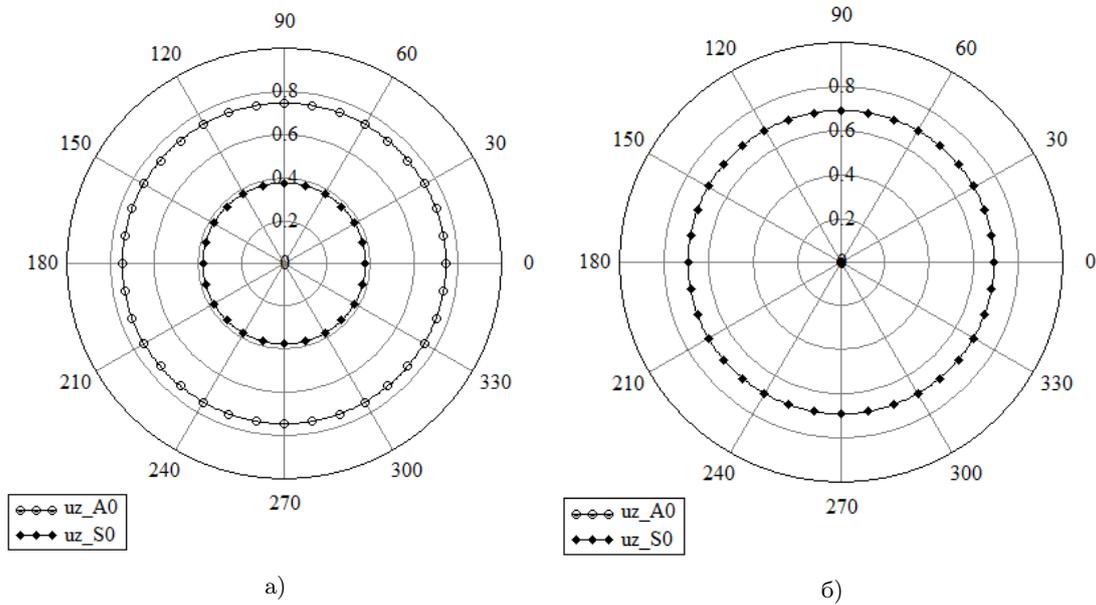


Рис. 4. Нормированные вертикальные поверхностные перемещения при  $r = 150$  и  $\omega h = 50$  кГц·мм для  $a = a^*$  (а) и  $a = a_{\min\_A_0}$  (б) в зависимости от  $\phi$

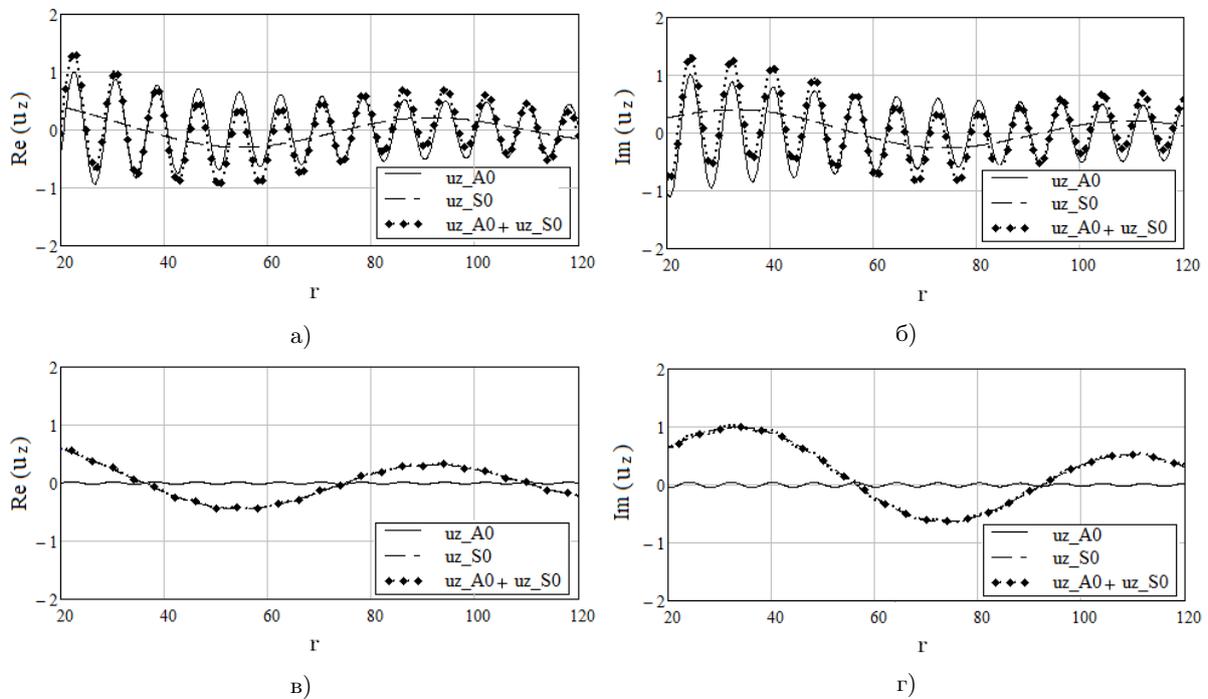


Рис. 5. Вещественная (а, в) и мнимая (б, г) части нормированных вертикальных поверхностных перемещений при  $a = a^*$  (а, б) и  $a = a_{\min\_A_0}$  (в, г) для  $\omega h = 50$  кГц·мм и  $\phi = 90^\circ$

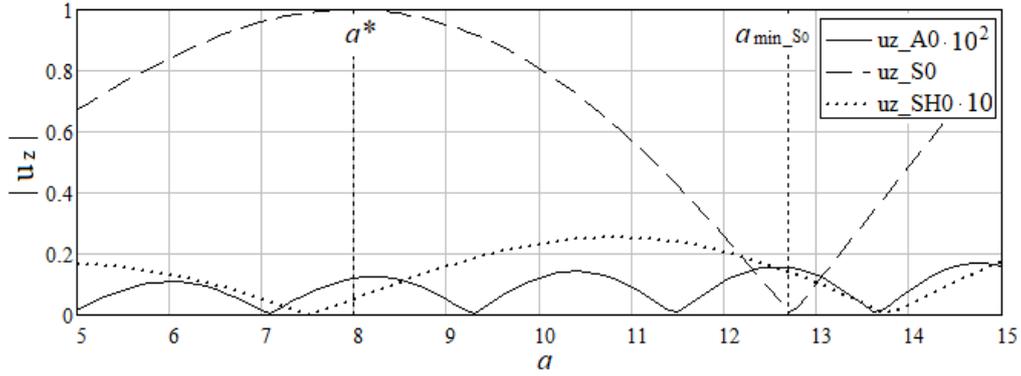


Рис. 6. Нормированные вертикальные поверхностные перемещения для  $r = 150$  и  $\phi = 90^\circ$  при  $a \in [5; 15]$  и  $\omega h = 300$  кГц · мм

ния моды  $S_0$  ( $v, \gamma$ ) из общего волнового поля. Как видно из представленных графиков и известно из работ [9, 16], на низких частотах преобладает мода  $A_0$ , тогда как на высоких частотах ее вклад в общее волновое поле незначителен. Таким образом, для выбранной частоты, можно подобрать радиус кругового пьезоактуатора так, чтобы возбуждалась только одна волновая мода.

#### 4. Возбуждение отдельных волн Лэмба с помощью группы пьезоактуаторов

С помощью комбинации нескольких пьезоактуаторов можно осуществить возбуждение отдельных волн Лэмба, варьируя подаваемые на пьезоактуаторы напряжения и не меняя размеров актуатора.

Комбинации из двух кольцевых актуаторов вида (1.5) соответствует следующее преобразование Фурье:

$$\begin{aligned} Q_1(\alpha, \gamma) &= 2\pi i \left[ \tau_0^{(1)} c_1(\alpha) + \tau_0^{(2)} c_2(\alpha) \right] \cos \gamma, \\ Q_2(\alpha, \gamma) &= 2\pi i \left[ \tau_0^{(1)} c_1(\alpha) + \tau_0^{(2)} c_2(\alpha) \right] \sin \gamma, \\ Q_3(\alpha, \gamma) &= 0, \end{aligned} \quad (4.1)$$

где

$$c_j(\alpha) = A_o^{(j)} J_1(A_o^{(j)} \alpha) - A_i^{(j)} J_1(A_i^{(j)} \alpha), \quad j = 1, 2. \quad (4.2)$$

Здесь  $A_o^{(j)}$ ,  $j = 1, 2$  и  $A_i^{(j)}$ ,  $j = 1, 2$  представляют собой, соответственно, внешние и внутренние радиусы большего (верхний индекс (1)) и меньшего (верхний индекс (2)) пьезопреобразователей. Очевидно, что вектор  $\mathbf{Q}(\alpha, \gamma)$  обращается в ноль, если в (4.1) выражение в

квадратных скобках равно нулю

$$\tau_0^{(1)} c_1(\alpha) + \tau_0^{(2)} c_2(\alpha) = 0. \quad (4.3)$$

Это уравнение определяет соотношение между напряжениями, подаваемыми на внутреннее и внешнее кольцо рассмотренного актуатора, для которого волновая мода, соответствующая выбранному значению  $\alpha = k_m(\omega)$ , отсутствует в суммарном волновом поле.

На рис. 9а, 9б представлены результаты расчета волновых полей в 24-слойной композитной пластине, свойства которой описаны в п. 3, возбуждаемой комбинацией из двух кольцевых пьезоэлементов. В качестве внутреннего и внешнего радиусов большего актуатора были приняты безразмерные величины  $A_i^{(1)} = 12$  и  $A_o^{(1)} = 19$ , соответственно, а для меньшего пьезопреобразователя,  $A_i^{(2)} = 3$  и  $A_o^{(2)} = 8$ . Графики построены в полярных координатах. Расчеты были выполнены на частоте  $\omega h = 100$  кГц · мм, при которой как симметричная, так и антисимметричная моды вносят соизмеримый вклад в общее волновое поле. Рис. 9а демонстрирует графики перемещений, соответствующих антисимметричной (сплошная линия с круговыми маркерами), симметричной (сплошная линия с маркерами-ромбами) модам в общем случае, когда  $\tau_0^{(1)} = \tau_0^{(2)}$ . На рис. 9б представлены результаты расчета волнового поля после исключения симметричной моды, когда амплитуды подаваемых напряжений удовлетворяют равенству  $\tau_0^{(2)} = -\frac{c_1(\alpha_S)}{c_2(\alpha_S)} \tau_0^{(1)} = \kappa(\alpha_S) \tau_0^{(1)}$ , где  $\alpha_S$  — это полюс, соответствующей симметричной моде колебаний. На обоих графиках суммарное волновое поле обозначено штриховой линией с квадратными маркерами.

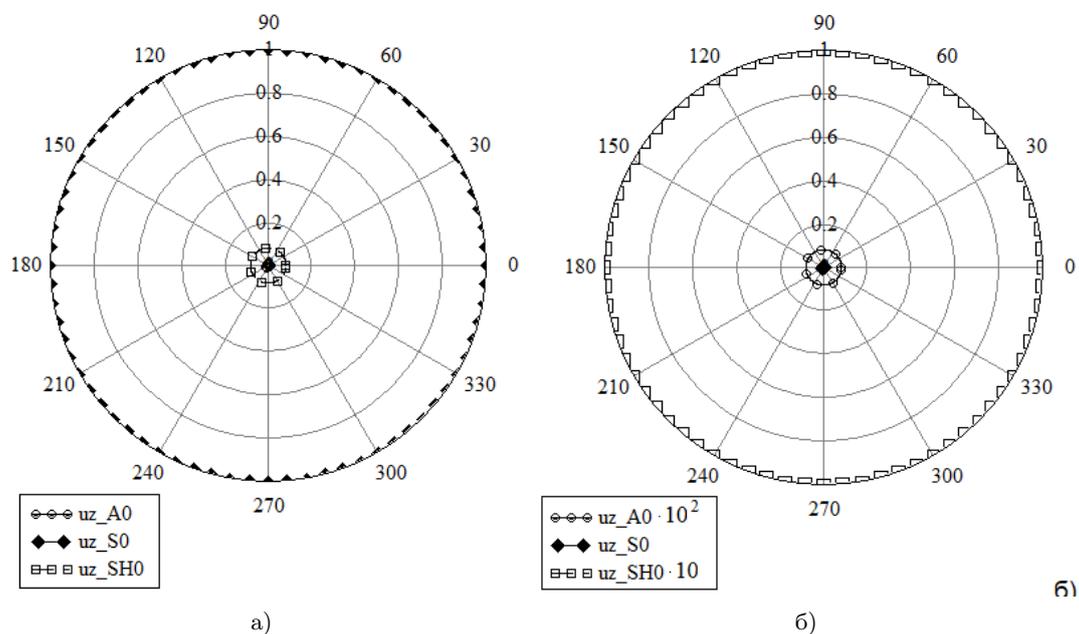


Рис. 7. Нормированные вертикальные поверхностные перемещения при  $r = 150$  и  $\omega h = 300$  кГц·мм для  $a = a^*$  (а) и  $a = a_{\min\_S_0}$  (б) в зависимости от  $\phi$

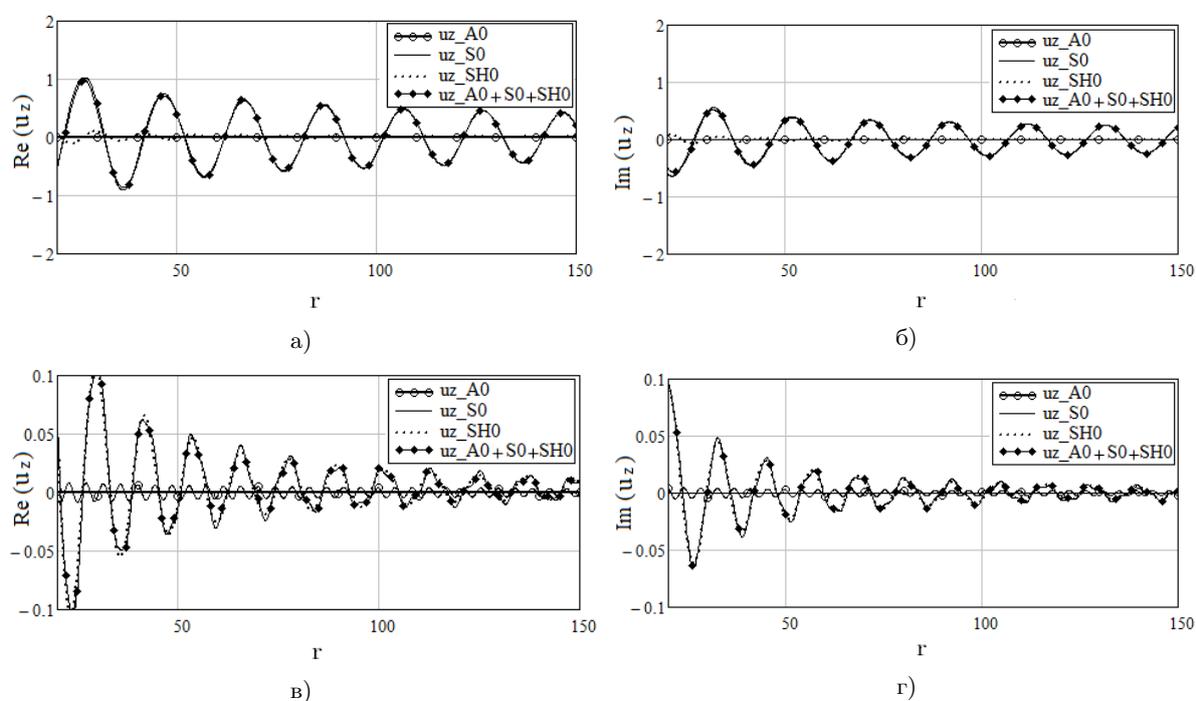


Рис. 8. Вещественная (а, в) и мнимая (б, г) части нормированных вертикальных поверхностных перемещений при  $a = a^*$  (а, б) и  $a = a_{\min\_S_0}$  (в, г) для  $\omega h = 300$  кГц·мм и  $\phi = 90^\circ$

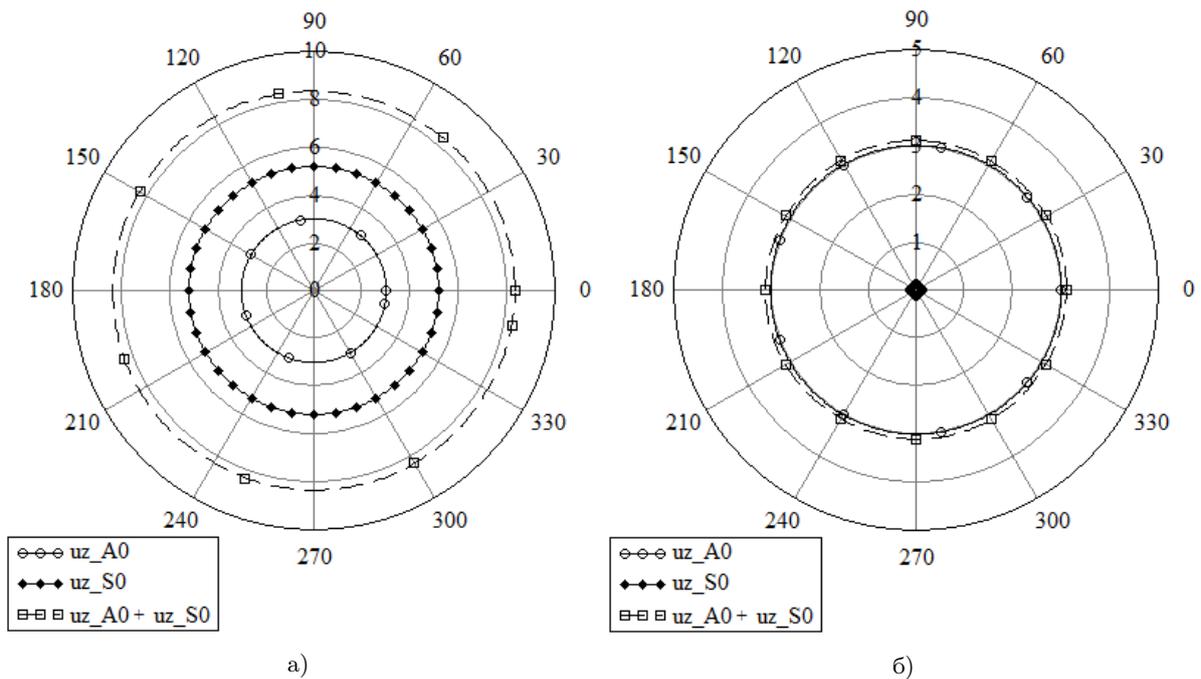


Рис. 9. Амплитуды поверхностных вертикальных перемещений при  $r = 150$  и  $\omega h = 100$  кГц·мм для  $\tau_0^{(1)} = \tau_0^{(2)}$  (а) и  $\tau_0^{(2)} = \kappa(\alpha_S)\tau_0^{(1)}$  (б) в зависимости от  $\phi$

Из рис. 9б видно, что только антисимметричная мода дает вклад в общее волновое поле, и, таким образом, выбор соответствующей комбинации напряжений, подаваемых на кольцевые актуаторы, позволяет исключить из общей волновой картины одну из мод колебаний.

### Заключение

В статье представлена разработанная методика декомпозиции волн Лэмба, возбуждаемых в многослойных анизотропных структурах. Поля смещений были рассчитаны и проанализированы в широком диапазоне частот. В первой части работы были выявлены зависимости возбуждаемых полей от размера пьезоэлектрического актуатора, позволяющие подавлять или усиливать отдельные волны. Во второй части представленного исследования было выполнено селективное возбуждение волн посредством применения группы пьезоактуаторов. В ходе исследования было изучено волновое поле, возбуждаемое группой из двух кольцевых пьезоэлементов в 24-слойной квазиизотропной композитной пластине. Было показано, что варьируя подаваемые на пьезоактуаторы напряжения, не меняя при этом их размеров, можно подавлять или усиливать отдельные волны. Пред-

ложенные методы и полученные результаты могут быть использованы при проектировании и диагностике состояния конструкций из композитных материалов со структурной анизотропией, а также для обоснованного выбора частоты, типа, размеров и оптимального размещения комбинации пьезоэлектрических преобразователей.

### Литература

1. *Su Zh., Ye Lin.* Identification of Damage Using Lamb Waves. Springer, London, 2009.
2. *Silva C., Rocha B., Suleman A.* Guided Lamb Waves Based Structural Health Monitoring Through a PZT Network System // NDT in Aerospace, 2010.
3. *Diamanti K., Soutis C.* Structural Health Monitoring for aircraft composite structures. Progress in Aerospace Sciences, 2010, no. 46, pp. 342-352.
4. *Mu J., Hua J., Rose J.L.* Ultrasonic Guided Wave Focus Inspection Potential of Bare and Coated Pipes. AIP Conference Proceedings, 2010.
5. *Salas K.I., Cesnik C.E.S.* Guided wave excitation by a CLoVER transducer for Structural Health Monitoring; theory and experiments // Smart Materials and Structures. 2009. Vol. 18. P. 27.
6. *Rose J.L.* Successes and Challenges in Ultrasonic Guided Waves for NDT and SHM //

- Proc. of the National Seminar & Exhibition on Non-Destructive Evaluation. 2009. P. 11.
7. Su Zh., Ye Lin. Identification of Damage Using Lamb Waves, Springer, London, 2009.
  8. Karmazin A., Kirillova E., Seemann W., Syromyatnikov P. Investigation of Lamb elastic waves in anisotropic multilayered composites applying the Green's matrix // *Ultrasonics*. 2011. Vol. 51. P. 17–28.
  9. Giurgiutiu V. Tuned Lamb Wave Excitation and Detection with Piezoelectric Wafer Active Sensors for Structural Health Monitoring // *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 2005. Vol. 16. Iss. 4. P. 291–305.
  10. Karmazin A. Time-efficient Simulation of Surface-excited Guided Lamb Wave Propagation in Composites. PhD Thesis, 2012.
  11. Yeum C., Sohn H., Ihn J. Lamb wave mode decomposition using concentric ring and circular piezoelectric transducers // *Wave Motion*. 2011. No. 48. P. 358–370.
  12. Glushkov E.V., Glushkova N.V., Kvasha O.V., Lammering R. Selective Lamb mode excitation by piezoelectric coaxial ring actuators // *Smart Materials and Structures*. 2010. Vol. ?? . P. 14.
  13. Schmidt D., Sinapius M., Wierach P. Design of mode selective actuators for Lamb wave excitation in composite plates // *CEAS Aeronaut J*. 2013. Vol. 4. P. 105–112.
  14. Saravanan S., Guo N.Q., Wong B.S., Ju F. Selective mode excitation of Lamb wave in composite laminates. Proc. SPIE 7522, Fourth International Conference on Experimental Mechanics, 2010.
  15. Бабешко В.А., Глушков Е.В., Зинченко Ж.Ф. Динамика неоднородных линейно-упругих сред. М.: Наука, 1989.
  16. Lizé E., Hudin Ch., Rebillat M., Mechbal N., Bolzmacher Ch. Numerical and Experimental Study of First Symmetric and Antisymmetric Lamb Wave Modes Generated and Received by Dual-PZTs in a Composite Plate. *Structural Health Monitoring*, 2017, 9 p.
  4. Mu, J., Hua, J., Rose, J.L. Ultrasonic Guided Wave Focus Inspection Potential of Bare and Coated Pipes. *AIP Conference Proc.*, 2010.
  5. Salas, K.I., Cesnik, C.E.S. Guided wave excitation by a CLoVER transducer for Structural Health Monitoring: theory and experiments. *Smart Materials and Structures*, 2009, vol. 18, pp. 27.
  6. Rose, J.L. Successes and Challenges in Ultrasonic Guided Waves for NDT and SHM. *Proc. of the National Seminar & Exhibition on Non-Destructive Evaluation*, 2009, pp. 11.
  7. Su, Zh., Ye, Lin. *Identification of Damage Using Lamb Waves*. Springer, London, 2009.
  8. Karmazin, A., Kirillova, E., Seemann, W., Syromyatnikov, P. Investigation of Lamb elastic waves in anisotropic multilayered composites applying the Green's matrix. *Ultrasonics*, 2011, vol. 51, pp. 17–28.
  9. Giurgiutiu, V. Tuned Lamb Wave Excitation and Detection with Piezoelectric Wafer Active Sensors for Structural Health Monitoring. *J. of Intelligent Material Systems and Structures*, 2005, vol. 16, no. 4, pp. 291–305.
  10. Karmazin, A. Time-efficient Simulation of Surface-excited Guided Lamb Wave Propagation in Composites. *PhD Thesis*, 2012.
  11. Yeum, C., Sohn, H., Ihn, J. Lamb wave mode decomposition using concentric ring and circular piezoelectric transducers. *Wave Motion*, 2011, no. 48, pp. 358–370.
  12. Glushkov, E.V., Glushkova, N.V., Kvasha, O.V., Lammering R. Selective Lamb mode excitation by piezoelectric coaxial ring actuators. *Smart Materials and Structures*, 2010, 14 p.
  13. Schmidt, D., Sinapius, M., Wierach, P. Design of mode selective actuators for Lamb wave excitation in composite plates. *CEAS Aeronaut J*, 2013, vol. 4, pp. 105–112.
  14. Saravanan, S., Guo, N.Q., Wong, B.S., Ju, F. Selective mode excitation of Lamb wave in composite laminates. *Proc. SPIE 7522, Fourth International Conference on Experimental Mechanics*, 2010.
  15. Babeshko, V., Glushkov, E., Zinchenko, Z. *Dinamika neodnorodnykh lineynno-uprugikh sred* [Dynamics of inhomogeneous linearly elastic media], 1989, Nauka, Moscow. (In Russian)
  16. Lizé, E., Hudin, Ch., Rebillat, M., Mechbal, N., Bolzmacher, Ch. Numerical and Experimental Study of First Symmetric and Antisymmetric Lamb Wave Modes Generated and Received by Dual-PZTs in a Composite Plate. *Structural Health Monitoring*, 2017, 9 pp.

### References

1. Su, Zh., Ye, Lin. *Identification of Damage Using Lamb Waves*. Springer, London, 2009.
2. Silva, C., Rocha, B., Suleman, A. Guided Lamb Waves Based Structural Health Monitoring Through a PZT Network System. *NDT in Aerospace*, 2010.
3. Diamanti, K., Soutis, C. Structural Health Monitoring for aircraft composite structures. *Progress in Aerospace Sciences*, 2010, no. 46, pp. 342–352.