ISSN 1729-5459. ЭКОЛОГИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК НАУЧНЫХ ЦЕНТРОВ ЧЭС. 2019. Т. 16. № 3. С. 28–32

Механика

УДК 539.3

DOI: 10.31429/vestnik-16-3-28-32

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ТРЕЩИН НОВОГО ТИПА В ПРИЛОЖЕНИЯХ

Бабешко О. М., Евдокимова О. В., Бабешко В. А., Лозовой В. В., Плужник А. В., Уафа С. Б.

ON THE FEATURES OF A NEW TYPE OF CRACKS IN APPLICATIONS

O. M. Babeshko[1], O. V. Evdokimova[2], V. A. Babeshko[1,2], V. A. Lozovoy[2], A. V. Pluzhnik[2], S. B. Uafa[2]

[1] Kuban State University, Krasnodar, 350040, Russia
[2] Southern Scientific Center, Russian Academy of Science, Rostov-on-Don, 344006, Russia
e-mail: babeshko41@mail.ru

Abstract. Griffiths–Irwin cracks are formed as a result of smooth continuous deformation of laterally compressible, before turning into a cavity, holes in the form of an ellipse or circle, located in an unlimited plate. The resulting cavities have a smooth boundary, and the angle at the vertices of the crack is 180 degrees. The peculiarity of the new type of cracks is the same model of cavity formation, with the difference that instead of an ellipse a rectangle is accepted. In the limit, a crack with a piecewise smooth boundary is obtained, with an angle at the vertex equal to zero. For this type of cracks, a different set of equations is formed, depending on the convenience of research. In the framework of the linear theory of elasticity, after loading bodies with cracks, it is allowed to drift the boundary conditions to the boundaries that occupied the position before deformation. This is used in equations. In the case of a piecewise smooth boundary, stress concentrations can occur at the fracture points of a new type of fracture, which can cause unlimited stresses and displacements if they remain within the framework of linear elasticity. In reality, in these zones of the material, either the destruction of the medium occurs, or its transition to another properties, plastic, creep, visco-elastic, nonlinear, leading to finite stresses and strains. Line up equations describing the behavior of cracks of a new type for the case of a semi-infinite crack.

Keywords: block element, topology, exterior forms, block structures, boundary problems, cracks, subduction, tsunami, landslides.

Введение

Описанные в 1920 году трещины Гриффитса–Ирвина [1–5] формируются как результат гладкого непрерывного деформирования сжимаемых с боков, отверстий в виде эллипса или окружности, находящихся в неограниченной пластине до их превращения в полость. Получившиеся полости имеют гладкую границу, а угол в вершинах трещины равен 180°. Особенностью трещин нового типа является та же модель формирования полости, с той

Бабешко Ольга Мефодиевна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: babeshko49@mail.ru.

Евдокимова Ольга Владимировна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: evdokimova.olga@mail.ru.

Бабешко Владимир Андреевич, академик РАН, д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой математического моделирования Кубанского государственного университета, директор Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета, заведующий лабораторией Южного федерального университета; e-mail: babeshko41@mail.ru.

Лозовой Виктор Викторович, канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: niva_kgu@mail.ru.

Плужник Андрей Валерьевич, младший научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: infocenter@kubsu.ru.

Уафа Самир Баширович, младший научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: uafa70@mail.ru.

Отдельные фрагменты работы выполнены в рамках реализации Госзадания Минобрнауки на 2019 г. (проекты 9.8753.2017/8.9), ЮНЦ РАН на 2019 г. (проект 00-18-04) № госрег. 01201354241, программ президиума РАН №7 (проект 00-18-21) и I-52 (проект 00-18-29), и при поддержке РФФИ (проекты 19-41-230003, 19-41-230004, 19-48-230014, 17-08-00323, 18-08-00465, 18-01-00384, 18-05-80008).

разницей, что вместо эллипса принимается прямоугольник. В пределе получается трещина с кусочно-гладкой границей, с углом в вершине равным нулю. В случае кусочно-гладкой границы у трещин нового типа в точках излома границ могут возникать концентрации напряжений, способные вызывать неограниченные напряжения и перемещения, если оставаться в рамках линейной упругости. В реальности в этих зонах материала либо происходит разрушение среды, либо ее переход в иную реологию, пластическую, ползучести, вязкоупругую, нелинейную, приводящую к конечным напряжениям и деформациям. Трещины нового типа возникают реже, чем трещины Гриффитса–Ирвина. Исследования показали, что именно они возникают при стартовых землетрясениях, в процессах субдукции, при описании разрушения оползневых покрытий, при подготовке цунами.

Таким образом, оставаясь в рамках линейной теории упругости и ставя задачу исследования концентрации напряжений в сложных объектах и трещинах, следует мириться с появлением некоторых неограниченных параметров напряженно-деформируемой среды, что достаточно просто объясняется разрушениями либо переходами среды в иные состояния. Из сказанного следует, что принимаемая модель линейной теории упругости является индикаторной средой, служащей для выявления в зонах среды концентрации напряжений, вызываемых трещинами, включениями и другими объектами, склонными к появлению концентраций. Заметим, что значительное отличие теоретически рассчитанных параметров разрушения сред с трещинами от экспериментальных данных, в сторону понижения, Гриффитс объяснял появлением микротрещин, которые сложно учитывать, приводящих к возникающей такой разницы [4]. Фактически трещины нового типа и являются теми мало изученными механическими объектами, о существовании которых догадывался Гриффитс и которые более податливы к разрушению.

1. Уравнениях трещин нового типа

Различным аспектам трещин Гриффитса–Ирвина посвящено большое число работ, охватить все крайне сложно. Ряд вопросов, связанных с теорией трещин Гриффитса–Ирвина, освещается в работах [6–15].

В работах [1–3] рассмотрены граничные задачи, исследованные и решенные методом блочного элемента, приводящие к трещинам нового типа. Так, лежащие на деформированном основании и встречно сближающиеся торцами полубесконечные литосферные плиты до соприкосновения формируют разлом, который и представляет трещину нового типа. Ее свойства и особенности детально описаны в указанных статьях. Главная особенность состоит в том, что в зоне сближения литосферных плит контактные напряжения между плитами и основанием, на котором они лежат, приобретают сингулярные концентрации напряжений. Впервые это было обнаружено для случаев, когда литосферные плиты моделировались пластинами Кирхгофа. Исследование, выполненное в статье [1], показало, что это свойство остается в силе и для случая моделирования литосферных плит моделью трехмерной теории упругости. Именно этот результат дал основание сделать заключение о существовании трещин нового типа, дополняющих трещины Гриффитса–Ирвина.

Для построения уравнения трещины нового типа, рассмотрим полубесконечную трещину в упругом теле, которая описывается хорошо известным псевдодифференциаальным уравнением вида [6–15]

$$\int_0^\infty k(x-\xi)u(\xi)\,\mathrm{d}\xi = q^+(x), \quad 0 \leqslant x \leqslant \infty,$$

$$q^+(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} Q^+(\alpha)e^{-i\alpha x}\,\mathrm{d}\alpha,$$

$$Q^+(\alpha) = \int_0^\infty q^+(x)e^{i\alpha x}\,\mathrm{d}x,$$

$$U(\alpha) = \int_0^\infty u(x)e^{i\alpha x}\,\mathrm{d}x$$

$$k(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} K(\alpha)e^{-i\alpha x}\,\mathrm{d}\alpha,$$

$$K(\alpha) \to c\,|\alpha|\left[1 + O(\alpha^{-1})\right], \quad |\alpha| \to \infty.$$

Ядро $k(x)$ интегрального уравнения представляет четную обобщенную функцию.

Неизвестная $u(x)$ представляет перемещения границ берегов трещины, вызванные действующей на берега нагрузкой $q^+(x)$. Функция $K(\alpha)$, как правило, представляет либо мероморфную функцию, либо аналитическую функцию параметра α, имеющую в качестве особенностей полюсы и точки ветвления.

Продолжим уравнение на всю ось, введя неизвестную функцию $e^-(x)$, $x < 0$, тогда будем иметь уравнений в форме

$$\int\limits_0^\infty k(x-\xi)u(\xi)\,\mathrm{d}\xi = \begin{cases} q^+(x), & 0 \leqslant x \leqslant \infty; \\ e^-(x), & -\infty \leqslant x < 0, \end{cases}$$

$$E^-(\alpha) = \int\limits_{-\infty}^0 e^-(x)e^{i\alpha x}\,\mathrm{d}x. \tag{1.1}$$

Функция представляет напряжения в упругом теле вне трещины, начиная от ее вершины. С целью исследования псевдодифференциального уравнения в классических функциях, представим его в форме интегродифференциального уравнения, введя произвольный параметр $m > 0$

$$-\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - m^2\right)\int\limits_0^\infty r(x-\xi)u(\xi)\,\mathrm{d}\xi = $$
$$= \begin{cases} q^+(x), & 0 \leqslant x \leqslant \infty; \\ e^-(x), & -\infty \leqslant x < 0, \end{cases} \tag{1.2}$$
$$r(x) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^\infty R(\alpha)e^{-i\alpha x}\,\mathrm{d}\alpha,$$
$$R(\alpha) = \frac{K(\alpha)}{\alpha^2 + m^2}.$$

Интегродифференциальное уравнение устанавливает связь между напряжениями, действующими на берега трещины и перемещениями берегов. Перемещения при заданных напряжениях находятся с некоторым произволом, которым определяется перемещение деформируемого объекта как твердого тела.

Чтобы перейти к уравнению Винера–Хопфа, применим метод блочного элемента. Введем обозначение для интегрального выражения, положив

$$\int\limits_0^\infty r(x-\xi)u(\xi)\,\mathrm{d}\xi = w(x).$$

Тогда приходим к граничной задаче на всей оси вида

$$-\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - m^2\right)w(x) = \begin{cases} q^+(x), & 0 \leqslant x \leqslant \infty; \\ e^-(x), & -\infty \leqslant x < 0. \end{cases}$$

Найдем решение граничной задачи, построив два упакованных блочных элемента $w^+(x)$ и $w^-(x)$, определенных на положительной и отрицательной полуосях соответственно.

В результате получим

$$w(x) = w^+(x) + w^-(x),$$
$$w^\pm(x) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^\infty W_\pm(\alpha)e^{-i\alpha x}\,\mathrm{d}\alpha.$$

2. Результат исследования

В результате несложных вычислений будем иметь

$$W_-(\alpha) = \frac{iw_-(0)}{(\alpha-\alpha_+)} + \frac{Q^+(\alpha_+) - Q^+(\alpha_-)}{(\alpha_+ - \alpha_-)(\alpha-\alpha_+)} + \\ + \frac{E^-(\alpha) - E^-(\alpha_-)}{(\alpha-\alpha_+)(\alpha-\alpha_-)},$$

$$W_+(\alpha) = -\frac{iw_+(0)}{(\alpha-\alpha_-)} + \frac{Q^+(\alpha) - Q^+(\alpha_+)}{(\alpha-\alpha_+)(\alpha-\alpha_-)} - \\ - \frac{E^-(\alpha_-) - E^-(\alpha_+)}{(\alpha_+ - \alpha_-)(\alpha-\alpha_-)},$$
$$\alpha_\pm = \pm im.$$

Возвращаясь к принятым обозначениям, получаем интегральное уравнение Винера–Хопфа в следующем виде:

$$\int\limits_0^\infty r(x-\xi)u(\xi)\,\mathrm{d}\xi = \begin{cases} w^+(x), & 0 \leqslant x \leqslant \infty; \\ w^-(x), & -\infty \leqslant x < 0. \end{cases}$$

В результате решения одномерного уравнения Винера–Хопфа приходим к функционалу следующего вида

$$v(\xi) = \int\limits_{-\infty}^\xi \frac{Q_2^+(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda}{R_-(\lambda)} = O(\xi^{-\varepsilon}), \quad \varepsilon > 0.$$

Перемещения берегов трещины могут быть как ограниченными для больших ε, подобно трещинам Гриффитса–Ирвина, так и становиться неограниченными для достаточно малых ε, то есть разрушают среду или переводят зону вершины трещины в иную реологию, о чем говорилось выше.

Заключение

Таким образом, наряду с подходом, развитым при исследовании стартовых землетрясений [1–3], найдено еще одно описание трещин нового типа, дополняющих трещины Гриффитса–Ирвина. Вариант теории этих трещин, изложенный в настоящей статье для полубесконечной трещины, лишь одной компонентой напряжений нагруженной по берегам, легко переносится на трещины конечной длины, на векторную постановку и на случаи двумерных областей. Одновременно можно сделать вывод, что ранее обнаруженные стартовые землетрясения действительно возникают в зонах разломов, представляющих трещины нового типа, разрушение которых провоцируется определенными внешними воздействиями, описываемыми построенным в настоящей работе функционалом.

Литература

1. *Babeshko V.A., Babeshko O.M., Evdokimova O.V.* A New Type of Cracks Adding to Griffith-Irwin Cracks // Doklady Physics. 2019. Vol. 64. No. 3. P. 102–105. DOI: 10.1134/S1028335819030042
2. *Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M.* On the possibility of predicting some types of earthquake by a mechanical approach // Acta Mechanica. 2018. Vol. 229. Iss. 5. P. 2163–2175. DOI: 10.1007/s00707-017-2092-0
3. *Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M.* On a mechanical approach to the prediction of earthquakes during horizontal motion of litospheric plates // Acta Mechanica. 2018. Vol. 229. Iss. 10. P. 4727–4739. DOI: 10.1007/s00707-018-2255-7
4. *Griffith, A.* The Phenomena of Rupture in Solids // Trans. Roy. Soc. A. 1920. Vol. 221. P. 163–197. DOI: 10.1098/rsta.1921.0006
5. *Irwin G.* Fracture dynamics // Fracture of metals, ASM, Cleveland. 1948. P. 147-166.
6. *Черепанов Г.П.* Механика хрупкого разрушения. М.: Наука. 1974. 640 с.
7. *Морозов Н.Ф.* Математические вопросы теории трещин. М.: Наука. 1984. 256 с.
8. *Rice 8.j.R.* Elastic fracture mechanics concepts for interface cracks // Trans. ASME. J. Appl. Mech. 1988. Vol. 55. P. 98–103.
9. *Qu J.* Interface crack loaded by a time-harmonic plane wave // Int. J. of Solids and Struct. 1994. Vol. 31. Iss. 3. P. 329–345.
10. *Партон В.З., Борисковский В.Г.* Динамика хрупкого разрушения. М.: Машиностроение, 1988. 240 с.
11. *Александров В.М., Сметанин Б.И., Соболь Б.В.* Тонкие концентраторы напряжений в упругих телах. М.: Наука, 1993. 224 с.
12. *Kirugulige M.S., Tippur H.V.* Mixed-mode dynamic crack growth in functionally graded glass-filled epoxy // Exp Mech. 2006. Vol. 46. Iss. 2. P. 269–281.
13. *Rangarajan R., Chiaramonte M.M., Hunsweck M.J., Shen Y., Lew A.J.* Simulating curvilinear crack propagation in two dimensions with universal meshes // Int. J. Numer. Meth. Engng. 2014. Vol. 102. Iss. 3–4. P. 632–670.
14. *Huang Y., Gao H.* Intersonic crack propagation - Part II: Suddenly stopping crack // J. Appl. Mech. 2002. Vol. 69. P. 76–80.
15. *Krueger R.* Virtual Crack Closure Technique: History, Approach, and Applications // Appl. Mech. Rev. 2004. Vol. 57. P. 109–143.

References

1. Babeshko, V.A., Babeshko, O.M., Evdokimova, O.V. A New Type of Cracks Adding to Griffith-Irwin Cracks. *Doklady Physics*, 2019, vol. 64, no. 3, pp. 102–105. DOI: 10.1134/S1028335819030042
2. Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M. On the possibility of predicting some types of earthquake by a mechanical approach. *Acta Mechanica*, 2018, vol. 229, iss. 5, pp. 2163–2175. DOI: 10.1007/s00707-017-2092-0
3. Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M. On a mechanical approach to the prediction of earthquakes during horizontal motion of litospheric plates. *Acta Mechanica*, 2018, vol. 229, iss. 10, pp. 4727–4739. DOI: 10.1007/s00707-018-2255-7
4. Griffith, A.A. The phenomena of rupture and flow in solids. *Trans. Roy. Soc. A*, 1920, vol. 221, pp. 163–197. DOI: 10.1098/rsta.1921.0006
5. Irwin, G. Fracture dynamics. *Fracture of metals*, ASM, Cleveland. 1948, pp. 147–166.
6. Cherepanov, G.P. *Mekhanika khrupkogo razrusheniya* [A mechanics of brittle fracture]. Nauka, Moscow, 1974. (In Russian)
7. Morozov, N.F. *Matematicheskie voprosy teorii treshchin* [Mathematical issues in crack theory]. Nauka, Moscow, 1984. (In Russian)
8. Rice, 8.j.R. Elastic fracture mechanics concepts for interface cracks. *Trans. ASME. J. Appl. Mech.*, 1988, vol. 55, p. 98–103.
9. Qu, J. Interface crack loaded by a time-harmonic plane wave. *Int. J. of Solids and Struct.*, 1994, vol. 31, iss. 3, pp. 329–345.
10. Parton, V.Z., Boriskovskiy, V.G. *Dinamika khrupkogo razrusheniya* [The dynamics of brittle fracture]. Mashinostroenie, Moscow, 1988. (In Russian)
11. Aleksandrov, V.M., Smetanin, B.I., Sobol', B.V. *Tonkie kontsentratory napryazheniy v uprugikh*

telakh [Thin stress concentrators in elastic bodies]. Nauka, Moscow, 1993. (In Russian)
12. Kirugulige, M.S., Tippur, H.V. Mixed-mode dynamic crack growth in functionally graded glass-filled epoxy. *Exp Mech.*, 2006, vol. 46, iss. 2, pp. 269–281.
13. Rangarajan, R., Chiaramonte, M.M., Hunsweck, M.J., Shen, Y., Lew, A.J. Simulating curvilinear crack propagation in two dimensions with universal meshes. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 2014, vol. 102, iss. 3–4, pp. 632–670.
14. Huang, Y., Gao, H. Intersonic crack propagation - Part II: Suddenly stopping crack. *J. Appl. Mech.*, 2002, vol. 69, pp. 76–80.
15. Krueger, R. Virtual Crack Closure Technique: History, Approach, and Applications. *Appl. Mech. Rev.*, 2004, vol. 57, pp. 109–143.

Статья поступила 15 августа 2019 г.