

МЕХАНИКА

УДК 539.3

DOI: 10.31429/vestnik-16-4-22-24

О НОВОМ ПОДХОДЕ В ОЦЕНКЕ ПОВЕДЕНИЯ БОЛЬШОЙ
СОВОКУПНОСТИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ШТОЛЕН

Евдокимова О. В., Телятников И. С.

ON A NEW APPROACH IN ASSESSING THE BEHAVIOR OF A LARGE NUMBER
PARALLEL GALLERIES

O. V. Evdokimova, I. S. Telyatnikov

Southern Scientific Center of Russian Academy of Science, Rostov-on-Don, Russia

Abstract. The problem of assessing the behavior of a large number of underground structures such as parallel tunnels, characteristic of mines for the extraction of minerals, including coal, is considered. Traditionally, studies are performed for a single object, and then the parameters found are accepted for all other objects. At the same time, the multiplicity of such objects can lead to another factor of strength impairment associated with the possibility of localization of the stress-strain state in one of the zones of the structure, leading to excess of the planned strength parameters. In this paper, the theory of calculation of strength properties of such objects is based on the example of underground structures.

The research is based on the block element method based on factorization approaches. The problem is reduced to a system of integral equations of the first kind with a difference kernel, which is reduced to a system of Fredholm integral equations of the second kind. By calculating the integrals describing the nuclei of these equations according to the theory of deductions, it is possible to reduce the integral equations to a system of algebraic equations available for analytical analysis, which allows to identify the localization of stresses or displacements. The long-range approach made it possible to find a connection between these equations with the Riemann problem for a set of pairs of analytic functions, the number of which coincides with the number of galleries. In earlier works, the resulting stress-strain state was characterized by calculating only the vertical contact stresses on the supports and the vertical displacements of roof slack charges. In this paper, it is possible to construct an approach that allows us to calculate all three components of the stresses on the supports and all three components of the roof sagging displacement.

Keywords: stress-strain state, drifts, factorization, deformable layers, interface layer, Kirchhoff plates, block elements differential and integral equations.

Изучается проблема оценки прочностных свойств объектов типа подземных сооружений, помещаемых в материалы с полостями арматур, креплений типа межслойных переборок в многослойных сооружениях, которые расположены параллельно. Традиционно исследования выполняются для отдельно взятого крепления, а затем найденные параметры принимаются для всех остальных объектов [1]. В то же время множественность таких объектов может приводить к возникновению еще одного фактора нарушения прочности, связанного с возможностью локализации

напряженно-деформированного состояния в одной из зон сооружения, приводящей к превышению запланированных параметров прочности. В настоящей работе на примере подземных сооружений строится теория расчета прочностных свойств таких объектов.

В основе исследования лежит метод блочного элемента, опирающийся на факторизационные подходы. Проблема сводится к векторной краевой задаче Римана для N аналитических функций. Путем ряда преобразований, доступных для аналитического анализа, оказывается возможным выявлять локализации

Евдокимова Ольга Владимировна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: evdokimova.olga@mail.ru.

Телятников Илья Сергеевич, канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник лаборатории математики и механики Южного научного центра РАН; e-mail: ilux_t@list.ru.

Отдельные фрагменты работы выполнены в рамках реализации Госзадания Минобрнауки на 2019 г. (проекты 9.8753.2017/8.9), ЮНЦ РАН на 2019 г. (проект 00-18-04) № госрег. 01201354241, программ президиума РАН I-16 (проект 00-18-21) и I-52 (проект 00-18-29), и при поддержке грантов РФФИ (проекты 19-41-230003, 19-41-230004, 19-48-230014, 17-08-00323, 18-08-00465, 18-01-00384, 18-05-80008).

напряжений или перемещений одновременно для всех опор и штолен [2, 3]. Однако при этом анализируются только вертикальные напряжения, действующие на опоры и только вертикальные свисания кровель.

В настоящей работе развит более сложный алгоритм решения рассматриваемой проблемы, состоящий в возможности одновременного расчета всех трех компонент напряжений, действующих на опоры и всех трех компонент перемещений при отвисании кровель шахт. Проблема сводится к более сложной векторной матричной краевой задаче Римана для N пар аналитических вектор-функций, которая, в свою очередь, приводит к необходимости решения системы интегральных уравнений.

Приняв во внимание наличие $N + 1$ опор, функциональное уравнение граничной задачи можно записать в виде интегрального уравнения [1, 2]

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{k}(x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2) \times \\ & \quad \times \sum_{n=1}^N \mathbf{g}_{2n-1}(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2 = \\ & = \sum_{n=1}^N \mathbf{f}_{2n-1}(x_1, x_2) + \sum_{n=2}^{N-1} \varphi_{2n}(x_1, x_2), \\ & \quad n = 1, 2, \dots, N, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{k}(x_1, x_2) &= \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2) e^{-i(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2)} d\alpha_1 d\alpha_2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(\alpha_1, \alpha_2) &= \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{g}(\xi_1, \xi_2) e^{ii(\alpha_1 \xi_1 + \alpha_2 \xi_2)} d\xi_1 d\xi_2. \end{aligned}$$

Здесь \mathbf{K} , \mathbf{k} — матрицы-функции, \mathbf{g}_{2n-1} , \mathbf{f}_{2n-1} , φ_{2n} — вектор-функции.

Применяя метод факторизации в варианте работ [2, 3], интегральное уравнение сводится к решению векторной матричной системы краевой задачи Римана для N аналитических вектор-функций.

Введем следующую систему обозначений:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^+ &= \mathbf{G}\mathbf{X}^- + \Psi, \quad \Psi(\alpha) = \{0, 0, \dots, -\Psi(\alpha)\}, \\ m &= 2, \dots, 2N - 1, \\ G_{mm} &= e^{i\alpha(b_m - b_{m-1})}, \quad G_{2N2N} = -e^{i\alpha(b_{2N} - b_1)}, \\ G_{2N,s}(\alpha) &= \begin{cases} R(\alpha) e^{-i\alpha(b_{2N} - b_{s+1})}, & s = 2m - 1, \\ -e^{-i\alpha(b_{2N} - b_{s+1})}, & s = 2m, \end{cases} \\ & \quad s = 1, 2, \dots, 2N, \end{aligned}$$

где все участвующие в представлении функции являются матрицами-функциями и вектор-функциями. В результате получаем векторную матричную краевую задачу Римана для N пар аналитических вектор-функций. Ее скалярный аналог имеется в работе [2].

В процессе исследования такой краевой задачи Римана для ее оптимальной факторизации введена специальная интегральная функция, которая позволяет осуществить факторизацию, подобно выполненной в [3], однако требующей более сложного обоснования,

$$\begin{aligned} g_k(\alpha) &= e^{i\alpha b(-1)^k} \frac{[\alpha + i(-1)^k]^\varepsilon}{2\pi} \times \\ & \quad \times \int_{-b}^b e^{i\alpha x} \int_{\sigma}^{\infty} \frac{T(u) e^{-iux}}{[u + i(-1)^k]^\varepsilon} du dx, \\ & \quad k = 1, 2, \dots, \end{aligned}$$

$$T(u) = c|u|^r, \quad |\operatorname{Re} r| \leq 1, \quad |u| \rightarrow \infty.$$

Благодаря этому решение этой векторной матричной краевой задачи Римана позволяет получить приближенное значение как всех трех контактных напряжений на каждой опоре, так и тех компонент, характеризующих перемещений отвисания кровли каждой штольни.

Литература

1. Бабешко В.А., Бабешко О.М., Евдокимова О.В., Зарецкая М.В., Павлова А.В., Уафа С.Б., Шестопалов В.Л. О мониторинге состояния параллельных штолен в зоне горизонтального движения литосферных плит // МТТ. 2017. № 4. С. 42–49.
2. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M., Pavlova A.B., Telatnikov I.S., Fedorenko A.G. The theory of block structures in problems on the strength of galleries and constructions with multiple connections // Doklady Physics. 2019. Vol. 64. Iss. 1. С. 4–8.

3. Евдокимова О.В., Бабешко В.А., Бабешко О.М. Исследование проблемы оценки прочностных свойств шахт с учетом увеличения числа штолен. Материалы XXI Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2019), Алупшта, Крым 24-31 мая. С. 263–265.
4. Бабешко В.А. Обобщенный метод факторизации в пространственных динамических смешанных задачах теории упругости. М.: Наука, 1984. 256 с.
2. Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M., Pavlova, A.B., Telatnikov, I.S., Fedorenko A.G. The theory of block structures in problems on the strength of galleries and constructions with multiple connections. *Doklady Physics*, 2019, vol. 64, iss. 1, pp. 4–8.
3. Evdokimova, O.V., Babeshko, V.A., Babeshko, O.M. Issledovanie problemy otsenki prochnostnykh svoystv shakht s uchetom uvelicheniya chisla shtolen [Investigation of the problem of assessing the strength properties of mines, taking into account the increase in the number of adits]. In *Materialy XXI Mezhdunarodnoy konferentsii po vychislitel'noy mekhanike i sovremennym prikladnym programmnyy sistemam (VMSPSPS'2019), Alushta, Krym 24-31 maya* [Proc. XXI International Conference on Computational Mechanics and Modern Applied Software Systems (VMSPSPS'2019), Alushta, Crimea May 24-31], pp. 263–265. (In Russian)
4. Babeshko, V.A. *Obobshchennyy metod faktorizatsii v prostranstvennykh dinamicheskikh smeshannykh zadachakh teorii uprugosti*. Nauka, Moscow, 1984. (In Russian)

References

1. Babeshko, V.A., Babeshko, O.M., Evdokimova, O.V., Zaretskaya, M.V., Pavlova, A.V., Ufa, S.B., Shestopalov, V.L. O monitoringe sostoyaniya parallel'nykh shtolen v zone gorizontal'nogo dvizheniya litosfernykh plit [On monitoring the state of parallel adits in the zone of horizontal movement of lithospheric plates]. *Mekhanika tverdogo tela* [Solid Mechanics], 2017, no. 4, pp. 42–49. (In Russian)

© Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества, 2019

© Евдокимова О. В., Телятников И. С., 2019

Статья поступила 28 ноября 2019 г.