

МЕХАНИКА

УДК 539.422.3

DOI: 10.31429/vestnik-17-2-42-48

К МОДЕЛЯМ ОЦЕНКИ НАВЕДЕННОЙ НАПРЯЖЕННОСТИ
ГЕОЛОГИЧЕСКОГО МАССИВА НА СЕЙСМООПАСНЫХ
ТЕРРИТОРИЯХ

Зарецкая М. В., Павлова А. В., Лозовой В. В.

TO MODELS FOR ASSESSING THE INDUCED STRESS OF THE GEOLOGICAL MASSIF
IN SEISMICALLY DANGEROUS TERRITORIESM. V. Zaretskaya¹, A. V. Pavlova¹, V. V. Lozovoy²¹ Kuban State University, Krasnodar, Russia² Southern Scientific Centre of Russian Academy of Science, Rostov-on-Don, Russia
e-mail: pavlova@math.kubsu.ru

Abstract. It is known that the most significant man-made earthquakes are induced by the long-term production of hydrocarbons, existing technologies and features of the organization and implementation of the production process.

Their peculiarity consists in increasing the maximum magnitude of recorded seismic events after some time after the start of production activity.

In this work, we propose a model for studying the dynamics of the natural tension of the geological massif under the direct impact of the production infrastructure. It is shown that the intensity of the process depends on the strength and spatial distribution of anthropogenic impact, geotechnical features of the territories.

A distributed load is applied to the surface of the structure under study, simulating the harmonic signal generated by the surface objects of the production infrastructure. Internal production wells forming a cylindrical surface can perform distributed horizontal and vertical vibrations.

We conducted a study of the amplitude-frequency characteristics, solved the problem of determining the contact stresses arising in the system.

The objects of the surface production infrastructure are modeled by a stamp on which a vertical harmonic load is applied. The stresses under the stamp created by buried inclusions are determined. The nature of the stress distribution under the stamp is determined by the totality of the system parameters: the size of the sources, the type of load distribution on the inclusions, and the oscillation frequency.

The results we obtained are in good agreement with the conclusions made on the basis of long-term observations of the seismicity of territories with intensive exploitation of hydrocarbon deposits, according to which production activity has only a slight change in the background seismic tension.

Keywords: earthquake hazardous territory, induced tension, technogenic impact, surface load, internal load, stress-strain state.

Известно, что деятельность человека приводит к изменению естественного напряженно-деформированного состояния земной коры и может рассматриваться в качестве одной из причин землетрясений. В отличие от землетрясений природных, техногенные землетрясения чаще приводят к большим катастрофам, так как их эпицентры зачастую приходятся не на пустынные места или океаны, а на объекты развитой промышленной инфраструктуры [1–3]. Наиболее значимые техногенные сейсмические события индуцируются длительной добычей углеводородного сырья, особенностями организации и осуществления

Зарецкая Марина Валерьевна, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры математического моделирования Кубанского государственного университета; e-mail: zarmv@mail.ru.

Павлова Алла Владимировна, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры математического моделирования Кубанского государственного университета; e-mail: pavlova@math.kubsu.ru.

Лозовой Виктор Викторович, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: niva_kgu@mail.ru.

Отдельные результаты работы получены при поддержке РФФИ (проекты 18-01-00124, 19-08-00145), РФФИ и Администрации Краснодарского края (проект 19-41-230002).

производственного процесса и существующими технологиями. Так называемые наведенные землетрясения неоднократно регистрировались на территории Российской Федерации и за рубежом, приводя к техногенным авариям и разрушениям. Масштабы катастроф и чрезвычайных ситуаций зависят от объемов недр и площадей, на которые оказываются техногенные воздействия при добыче полезных ископаемых.

Как показано в работах [1–6], производственная деятельность на нефтегазовых месторождениях привела к ощутимому изменению динамики сейсмического режима и рассмотренные сейсмические события можно считать проявлением наведенной сейсмичности, спровоцированной промышленной разработкой нефтегазовых месторождений, что подтверждается следующими доводами: близость очагов землетрясений к территории месторождений; увеличение уровня сейсмической активности в непосредственной близости от месторождения по мере их промышленного освоения; увеличение максимальной магнитуды регистрируемых землетрясений после начала производственной деятельности.

Активизация сейсмических процессов в областях интенсивной нефте- и газодобычи требует развития системы превентивных мер для прогноза и снижения риска возникновения техногенного землетрясения. Если работы ведутся в районах с высокой естественной напряженностью коры, то даже слабое воздействие может привести к сильной наведенной сейсмичности. Зная естественную напряженность коры до техногенного воздействия, можно, применяя методы геомеханики или механики деформируемого твердого тела, установить изменение напряженности на различных этапах выработки, оценить закономерности динамики сейсмичности во времени, дать прогнозные оценки. Аналогичные проблемы возникают в задачах геофизики, гидрогеологии, инженерной геологии, изучающей условия строительства различных сооружений.

Условия возникновения техногенных сейсмических событий определяются деформационными процессами, свойствами данной территории, локальными геомеханическими и гидрогеологическими свойствами пород геологического массива, уровнем естественных напряжений в данном месте и рядом дополнительных параметров среды и процессов в ней, которые в настоящий момент до конца не изучены [1]. Индуцированные сейсмические

события происходят, как правило, по истечении некоторого времени после начала производственного процесса, когда первоначальная естественная напряженность геологического массива значительно изменяется.

В настоящей работе предложена модель исследования динамики естественной напряженности геологического массива при непосредственном воздействии производственной инфраструктуры. Показано, что интенсивность процесса зависит от силы и пространственного распределения техногенного воздействия, инженерно-геологических особенностей территорий.

Мониторинг, отслеживание динамики напряженно-деформированного состояния геологических массивов в целях прогнозирования и предотвращения катастрофических событий относится к фундаментальным научным задачам и имеет широкие приложения в сейсмологии, механике разрушений, строительной механике и т.д.

Решение современных проблем механики геологической среды требует учета реальных свойств геологического основания, особенно структуры и многофазности. Для корректного решения поставленной проблемы необходимо рассматривать модель геофизической среды, максимально приближенной к естественной, и модели механики деформируемого твердого тела, адекватно описывающие напряженно-деформированное состояние сред различной реологии. Тем не менее, некоторые положения и результаты исследования волновых процессов и контактных взаимодействий можно рассматривать, не выходя за рамки моделей линейной теории упругости.

Современные методы исследований динамических контактных задач теории упругости, моделирующих состояние исследуемой системы, включают разнообразные подходы. Чаще всего используются численные методы, не всегда позволяющие обнаружить влияние на решение отдельных параметров задачи [7–9]. В настоящей работе с помощью полуаналитических методов получены характеристики волновых полей, генерируемых поверхностным и внутренними источниками, а также напряжения, возникающие в области контакта поверхности геологического массива и излучающей плиты, моделирующей техногенное воздействие.

Представленный в настоящей работе подход позволяет исследовать задачу оценки естественной напряженности геологического

массива при непосредственном воздействии техногенных источников.

На поверхность исследуемой структуры подается распределенная нагрузка, моделирующая гармонический сигнал, генерируемый поверхностными объектами производственной инфраструктуры, описываемая функцией $Re(p(r) \exp(-i\omega t))$, $p(r)$ — заданная функция амплитуды, r — радиус-вектор точки плоскости, ω — частота, t — время. Внутренние эксплуатационные скважины, образующие цилиндрическую поверхность $r = r_0$, $-h_0 \leq z \leq 0$ — могут совершать распределенные горизонтальные и вертикальные колебания, которые моделируются дельта-функцией Дирака. Учитывая установившийся характер движения, все параметры задачи могут быть представлены в виде $g_1(r, z, t) = g(r, z) e^{-i\omega t}$, поэтому далее временной множитель опущен.

Задача решается в цилиндрической системе координат, смещения точек среды описываются вектором амплитуд перемещений $\mathbf{u} = \{u_r, u_z\}$, удовлетворяющим уравнениям Ляме. Выпишем постановку задачи.

Уравнения Ляме в цилиндрической системе координат имеют вид

$$(\lambda + 2\mu) \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) - \frac{u_r}{r^2} \right] + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\partial u_z}{\partial z} \right] + \mu \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} + \omega^2 \rho u_r = f_r(z) \delta(r - r_0),$$

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_r) \right] + \omega^2 \rho u_z = f_z(z) \delta(r - r_0), \quad (1)$$

где λ, μ — константы Ляме упругой среды, ρ — плотность.

Граничные условия на поверхности среды ($z = 0$) запишутся в виде

$$\mu \left[\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right] = 0;$$

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\lambda}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_r) = \begin{cases} p(r), & r \leq a; \\ 0, & r > a. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь a — характерный размер поверхности, на которую подается распределенная нагрузка.

В качестве основания рассматривается упругое полупространство ($0 < r < +\infty$; $-\infty < z \leq 0$) и условие на нижней границе имеет вид

$$u_r(r, z), \quad u_z(r, z) \rightarrow 0 \text{ при } z \rightarrow -\infty. \quad (3)$$

Принцип предельного поглощения служит условием излучения на бесконечности.

Следуя схеме решения, представленной в [10, 11], система (1) с помощью интегральных преобразований Бесселя

$$V_{B_n} p = \int_0^a p(r) J_n(\alpha r) r dr, \quad n = 0, 1,$$

где $J_n(\alpha r)$ — функции Бесселя первого рода, сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Решение последней строится с помощью методов общей теории ОДУ в виде суперпозиции общего и частного решений. Способ построения общего решения однородной системы уравнений основан на независимости алгоритма вычислений от вида граничных условий в соответствующих краевых задачах.

Применив к компонентам вектора-функции найденного решения соответствующие обратные интегральные преобразования (1-го порядка к компоненте $U_r(\alpha, z)$ и 0-го порядка к компоненте $U_z(\alpha, z)$), получаем решение исходной краевой задачи (1)–(3) в интегральной форме [10, 11]

$$u_r(r, z) = \int_0^\infty (D_1(\alpha) P(\alpha, z) + D_2(\alpha) M(\alpha, z) + K_1(\alpha, z)) \alpha J_1(\alpha r) d\alpha,$$

$$u_z(r, z) = \int_0^\infty (D_1(\alpha) R(\alpha, z) + D_2(\alpha) S(\alpha, z) + K_2(\alpha, z)) \alpha J_0(\alpha r) d\alpha. \quad (4)$$

В (4) введены обозначения:

$$P(\alpha, z) = \alpha [s e^{\sigma_1 z} - \sigma_1 \sigma_2 e^{\sigma_2 z}] \Delta^{-1}(\alpha),$$

$$R(\alpha, z) = -\sigma_1 [se^{\sigma_1 z} - \alpha^2 e^{\sigma_2 z}] \Delta^{-1}(\alpha),$$

$$S(\alpha, z) = \alpha [-\sigma_1 \sigma_2 e^{\sigma_1 z} + se^{\sigma_2 z}] \rho^{-1} c_1^{-2} \Delta^{-1}(\alpha),$$

$$M(\alpha, z) = \sigma_2 [\alpha^2 e^{\sigma_1 z} - se^{\sigma_2 z}] \rho^{-1} c_1^{-2} \Delta^{-1}(\alpha);$$

$$D_1(\alpha) = \frac{p(\alpha)}{\rho c_1^2} - (2C_{21}^2 (sg_1^-(-h_0) + \alpha \sigma_2 g_2^-(-h_0))),$$

$$D_2(\alpha) = -2\rho c_2^2 (\alpha \sigma_1 g_1^-(-h_0) + sg_2^-(-h_0)),$$

$$K_1(\alpha, z) = \alpha g_1^+(z) e^{\sigma_1 z} + \alpha [g_1^-(z) - g_1^-(-h_0)] e^{-\sigma_1 z} - \sigma_2 g_2^+(z) e^{\sigma_2 z} + \sigma_2 [g_2^-(z) - g_2^-(-h_0)] e^{-\sigma_2 z},$$

$$K_2(\alpha, z) = -\sigma_1 g_1^+(z) e^{\sigma_1 z} + \sigma_1 [g_1^-(z) - g_1^-(-h_0)] e^{-\sigma_1 z} + \alpha g_2^+(z) e^{\sigma_2 z} + \alpha [g_2^-(z) - g_2^-(-h_0)] e^{-\sigma_2 z},$$

$$\Delta = 16C_{21}^2 \rho c_2^2 [\sigma_1 \sigma_2 (s^2 + \alpha^4) \operatorname{ch}(\sigma_1 h) \operatorname{ch}(\sigma_2 h) - \alpha^2 (s^2 + \sigma_1^2 \sigma_2^2) \operatorname{sh}(\sigma_1 h) \operatorname{sh}(\sigma_2 h) - 2s\alpha^2 \sigma_1 \sigma_2],$$

$$g_1^\pm(z) = \frac{r_0}{2\rho\omega^2\sigma_1} (\pm\alpha J_1(\alpha r_0) \phi_{r_1}^\mp(z) + \sigma_1 J_0(\alpha r_0) \phi_{z_1}^\mp(z)),$$

$$g_2^\pm(z) = \frac{r_0}{2\rho\omega^2\sigma_2} (\sigma_2 J_1(\alpha r_0) \phi_{r_2}^\mp(z) \pm \alpha J_0(\alpha r_0) \phi_{z_2}^\mp(z));$$

$$\phi_{rk}^\mp(z) = \int_0^z f_r(\zeta) e^{\mp\sigma_k \zeta} d\zeta,$$

$$\phi_{zk}^\mp(z) = \int_0^z f_z(\zeta) e^{\mp\sigma_k \zeta} d\zeta \quad (k = 1, 2);$$

$$p(\alpha) = \int_0^\infty p(r) r J_0(\alpha r) dr,$$

$$s = \alpha^2 - 0,5\kappa_2^2, \quad C_{21}^2 = (c_2/c_1)^2,$$

$$c_1 = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}, \quad c_2 = \sqrt{\mu/\rho},$$

$$\sigma_j = \sqrt{\alpha^2 - \kappa_j^2}, \quad \kappa_j^2 = (\omega/c_j)^2,$$

κ_j — соответственно волновые числа продольной и поперечной волн ($j = 1, 2$).

Используя интегральные представления решения граничной задачи (1)–(3), с помощью метода стационарной фазы построены асимптотики амплитуд продольной и поперечной волн в упругом полупространстве при $R \rightarrow \infty$, $\pi/2 < \psi \leq \pi$, ψ — зенитный угол, отсчитываемый по часовой стрелке, [10, 11]. На основе полученных соотношений (4) асимптотики амплитуд P , S -волн в упругом полупространстве имеют вид

$$u_{r1}(\psi, R) = -\alpha^2 Q_1(\alpha) \Big|_{\alpha=\kappa_1 \sin(\psi)} \frac{\operatorname{ctg}(\psi) e^{-iR\kappa_1}}{R} + O(R^{-2}),$$

$$u_{z1}(\psi, R) = \alpha \sigma_1 Q_1(\alpha) \Big|_{\alpha=\kappa_1 \sin(\psi)} \frac{i \operatorname{ctg}(\psi) e^{-iR\kappa_1}}{R} + O(R^{-2}),$$

$$Q_1(\alpha) = sD_p(\alpha) - D_{f1}(\alpha, -h),$$

$$u_{r2}(\psi, R) = \alpha \sigma_2 Q_2(\alpha) \Big|_{\alpha=\kappa_2 \sin(\psi)} \frac{\operatorname{ctg}(\psi) e^{-iR\kappa_2}}{R} + O(R^{-2}),$$

$$u_{z2}(\psi, R) = -\alpha^2 Q_2(\alpha) \Big|_{\alpha=\kappa_2 \sin(\psi)} \frac{i \operatorname{ctg}(\psi) e^{-iR\kappa_2}}{R} + O(R^{-2}), \quad (5)$$

$$Q_2(\alpha) = \alpha \sigma_1 D_p(\alpha) - D_{f2}(\alpha, -h),$$

$$R \rightarrow \infty, \quad \frac{\pi}{2} < \psi \leq \pi,$$

где $u_{r1}(\psi, R)$, $u_{z1}(\psi, R)$ описывают горизонтальную и вертикальную компоненты продольной волны соответственно, $u_{r2}(\psi, R)$, $u_{z2}(\psi, R)$ — соответственно горизонтальная и

вертикальные составляющие поперечной волны. Здесь R — полярный радиус, α — невырожденные стационарные точки, $\operatorname{Re} \sigma_k \geq 0$, $\operatorname{Im} \sigma_k \leq 0$, $k = 1, 2$.

Используя интегральные представления решения задачи (1), (2), (3), процедуру замыкания контура и применяя теорему Коши о вычетах, построены аналитические выражения для амплитуд волн Релея на поверхности упругого полупространства:

$$u_\beta(r, 0) = i \sqrt{\frac{2\pi\zeta}{r}} \frac{Q_{\beta 1}(\zeta) - Q_{\beta 2}(\zeta)}{2\rho c_2^2 \bar{\Delta}(\zeta)} e^{i(\zeta r - \frac{3\pi}{4})} + O(r^{-3/2}), \quad \beta = r, z. \quad (6)$$

Вклад интегралов по берегам вертикальных разрезов, проведенных из точек ветвления κ_1, κ_2 , имеет меньший порядок $O(r^{-3/2})$, чем вклад полюсов $O(r^{-1/2})$. В этом случае в соотношения (6) нужно подставить функции следующего вида:

$$Q_{r1}(\alpha) = p(\alpha) \alpha (s - \sigma_1 \sigma_2),$$

$$Q_{r2}(\alpha) = 2\rho c_2^2 \kappa_2^2 \sigma_2 (\alpha \sigma_1 g_1^-(-h_0) + s g_2^-(-h_0)),$$

$$Q_{z1}(\alpha) = p(\alpha) \kappa_2^2 \sigma_1,$$

$$Q_{z2}(\alpha) = 4\rho c_2^2 \kappa_2^2 \sigma_1 (s g_1^-(-h_0) + \alpha \sigma_2 g_2^-(-h_0)),$$

$$\bar{\Delta}(\alpha) = 2\alpha \sigma_1 \sigma_2 + \alpha^3 (\sigma_1 \sigma_2)^{-1} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2) - 4\alpha s.$$

При проведении модельных вычислительных экспериментов рассматривалась нагрузка $p(r)$, равномерно распределенная в круге радиуса a . Усилия, приложенные к заглубленным включениям и к поверхности среды, полагались противоположными по направлению и равными по величине.

Проведенный численный анализ позволяет сделать следующие выводы.

Амплитуда возбуждаемой поверхностной нагрузкой P -волны в дальней зоне увеличивается с ростом ψ , максимум амплитуды достигается в направлении строго вниз. С ростом величины радиуса поверхностного источника

максимум амплитуды при $\psi = \pi$ не меняется, при этом для $\pi/2 < \psi < \pi$ наблюдается убывание амплитуды.

Для амплитуды S -волны отмечается выраженной боковой направленность. Причем, при $\psi = \pi - \arcsin(c_2/c_1)$ наблюдается «особенность», состоящая в наличии отраженных от поверхности полупространства волн.

Заглубленные вертикальные включения излучают волны в противофазе с поверхностным источником. С увеличением частоты вибрации величина амплитуд P , S -волн, генерируемых заглубленными источниками, резко уменьшается, причем тем быстрее, чем жестче среда и длиннее включения. Наблюдается интерференция отраженных от поверхности полупространства волн.

Кроме исследования амплитудно-частотных характеристик, особый интерес представляет также задача определения контактных напряжений, возникающих в системе. Моделируя объекты поверхностной производственной инфраструктуры штампом, на который подается вертикальная гармоническая нагрузка, на упругом слое, можно определить напряжения под штампом, создаваемые заглубленными включениями [12–14].

Следуя алгоритмам, изложенным в работах [12–14], перечислим только основные этапы решения задачи. Исходная краевая задача сводится к интегральному уравнению Фредгольма первого рода относительно неизвестного напряжения в области контакта. Для этого применяется аппарат интегральных преобразований и методы решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Далее определяются напряжения, возникающие в области контакта излучающей плиты и поверхности слоя, с применением построенного методом фиктивного поглощения решения интегрального уравнения динамической контактной задачи о действии штампа на упругий слой и теории вычетов.

Характер распределения напряжений под штампом определяется совокупностью параметров системы: размерами источников, видом распределения нагрузки на включениях и частотой колебаний.

Полученные результаты позволяют утверждать, что вертикально ориентированные включения, в зависимости от параметров, либо усиливают, либо ослабляют контактные напряжения под штампом и на низких частотах мало влияют на характер напряжений и их величину. Размеры источников определя-

ют факт смены знака создаваемых штампом и включениями контактных напряжений.

Характер функции распределения нагрузки на включениях на низких частотах не оказывает существенного влияния ни на величину, ни на характер напряжений, возникающих под штампом.

Полученные результаты хорошо согласуются с выводами, представленными в работах [1–3], сделанными на основе многолетних наблюдений за уровнем сейсмичности территорий с интенсивной эксплуатацией месторождений углеводородов, согласно которым резкий рост техногенной сейсмичности связан с извлечением сырья из коллекторов и закачкой воды в полости. Сама же производственная деятельность оказывает лишь незначительное изменение фоновой сейсмической напряженности.

Полученные результаты в области исследования динамического изменения естественной сейсмичности позволяют выработать объективные критерии распознавания наведённой сейсмичности по мере осуществления производственной деятельности в районе нефтегазовых месторождений в результате их многолетней эксплуатации.

Литература

1. Адушкин В.В., Турунтаев С.Б. Техногенная сейсмичность – индуцированная и триггерная. М.: ИДГ РАН, 2015. 364 с.
2. Адушкин В.В., Турунтаев С.Б. Техногенные процессы в земной коре (опасные и катастрофические) М.: ИНЭК, 2005. 252 с.
3. Сибгатуллин В.Г., Симонов К.В., Перетокин С.А. Оценка сейсмической опасности юга Центральной Сибири. Красноярск: КНИИГиМС, 2014. 194 с.
4. McGarr A., Simpson D., Seeber L. Case Histories of Induced and Triggered Seismicity // International Handbook of Earthquake and Engineering Seismology, Part A. London: Academic Press, 2002. P. 647–661.
5. Suckale J. Induced seismicity in hydrocarbon fields // Advances in Geophysics. 2009. Vol. 51. P. 55–106.
6. Hallo M., Oprsal I., Eisner L., Ali M.Y. Prediction of magnitude of the largest potentially induced seismic event // J. of Seismology. 2014. Vol. 18. Iss. 3. P. 421–431.
7. Маловичко А.А., Маловичко Д.А. Применение методов численного моделирования сейсмических волновых полей для изучения разномасштабных проявлений техногенной сейсмичности // Современные математические и геологические модели природной среды:

Сборник научных трудов. М.: ОИФЗ РАН, 2002. С. 120–138.

8. Muir Wood D., Hu W., Nash D.F.T. Group effects in stone column foundations: model tests // Geotechnique. 2000. Vol. 50. Iss. 6. P. 689–698.
9. Ambily A.P., Gandhi S.R. Behaviour of stone columns based on experimental and FEM analysis // Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. 2007. Vol. 133. Iss. 4. P. 405–415.
10. Павлова А.В., Капустин М.С., Зарецкая М.В., Телятников И.С. Моделирование напряженно-деформированного состояния неоднородных геоматериалов при вибрационных воздействиях // Защита окружающей среды в нефтегазовом комплексе. 2018. № 4. С. 48–54.
11. Павлова А.В., Зарецкая М.В., Капустин М.С., Лозовой В.В. К исследованию волновых процессов в блочной структуре вулканической постройки // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2019. Т. 16. № 2. С. 30–37.
12. Пряхина О.Д., Смирнова А.В., Евдокимов А.А., Капустин М.С. Колебания полупространства при наличии системы жестких включений // ДАН. 2003. Т. 389. Вып. 1. С. 193–196.
13. Капустин М.С., Павлова А.В., Рубцов С.Е., Телятников И.С. К моделированию взаимодействия фундамента с деформируемой грунтовой средой // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2015. № 3. С. 44–51.
14. Kapustin M., Pavlova A., Rubtsov S., Telyatnikov I. Model of foundation-base system under vibration load // Communications in Computer and Information Science (CCIS). 2014. Vol. 487. P. 168–173.

References

1. Adushkin, V.V., Turuntayev, S.B. *Tekhnogen'naya seysmichnost' – indutsirovannaya i trigger'naya* [Technogenic seismicity – induced and trigger]. IDG RAN, Moscow. (In Russian)
2. Adushkin, V.V., Turuntayev, S.B. *Tekhnogennyye protsessy v zemnoy kore (opasnyye i katastroficheskiye)* [Technogenic processes in the earth's crust (dangerous and catastrophic)]. INEK, Moscow, 2005. (In Russian)
3. Sibgatulin, V.G., Simonov, K.V., Peretokin, S.A. *Otsenka seysmicheskoy opasnosti yuga Tsentral'noy Sibiri* [Seismic hazard assessment of the south of Central Siberia.]. KNIIGiMS, Krasnoyarsk, 2014. (In Russian)
4. McGarr, A., Simpson, D., Seeber, L. Case Histories of Induced and Triggered Seismicity. *International Handbook of Earthquake and Engi-*

- neering Seismology, Part A*. Academic Press, London, 2002, pp. 647–661.
5. Suckale, J. Induced seismicity in hydrocarbon fields. *Advances in Geophysics*, 2009, vol. 51, pp. 55–106.
 6. Hallo, M., Oprsal, I., Eisner, L., Ali, M.Y. Prediction of magnitude of the largest potentially induced seismic event. *J. of Seismology*, 2014, vol. 18, iss. 3, pp. 421–431.
 7. Malovichko, A.A., Malovichko, D.A. Prime-neniye metodov chislennogo modelirovaniya seysmicheskikh volnovykh poley dlya izucheniya raznomasshtabnykh proyavleniy tekhnogennoy seysmichnosti [The use of methods for the numerical simulation of seismic wave fields to study different-scale manifestations of technogenic seismicity]. *Sovremennyye matematicheskiye i geologicheskiye modeli prirodnoy sredy: Sbornik nauchnykh trudov* [Modern mathematical and geological models of the environment: Collection of scientific papers]. Moscow, Izdatelstvo: OIFZ RAN, 2002, pp. 120–138. (In Russian)
 8. Muir Wood, D., Hu, W., Nash, D.F.T. Group effects in stone column foundations: model tests. *Geotechnique*, 2000, vol. 50, iss. 6, pp. 689–698.
 9. Ambily, A.P., Gandhi, S.R. Behaviour of stone columns based on experimental and FEM analysis. *J. of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2007, vol. 133, iss. 4, pp. 405–415.
 10. Pavlova, A.V., Kapustin, M.S., Zaretskaya, M.V., Telyatnikov, I.S. Modelirovaniye napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya neodnorodnykh geomaterialov pri vibratsionnykh vozdeystviyakh [Modeling of the stress-strain state of heterogeneous geomaterials under vibrational influences]. *Zashchita okruzhayushchey sredy v neftegazovom komplekse* [Environmental protection in the oil and gas complex], 2018, no. 4, pp. 48–54. (In Russian)
 11. Pavlova, A.V., Zaretskaya, M.V., Kapustin, M.S., Lozovoy, V.V. K issledovaniyu volnovykh protsessov v blochnoy strukture vulkanicheskoy postroyki [To the study of wave processes in the block structure of a volcanic structure]. *Ekologicheskyy vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva* [Ecological Bulletin of Scientific Centers of the Black Sea Economic Cooperation], 2019, vol. 16, no. 2, pp. 30–37. (In Russian)
 12. Pryakhina, O.D., Smirnova, A.V., Yevdokimov, A.A., Kapustin, M.S. Kolebaniya poluprostanstva pri nalichii sistemy zhestkikh vkhlyucheniy [Half-space oscillations in the presence of a system of rigid inclusions]. *Doklady akademii nauk* [Rep. of the Academy of Sciences], 2003, vol. 389, iss. 1, pp. 193–196. (In Russian)
 13. Kapustin, M.S., Pavlova, A.V., Rubtsov, S.Ye., Telyatnikov, I.S. K modelirovaniyu vzaimodeystviya fundamenta s deformiruyemoy gruntovoy sredoy [To modeling the interaction of the foundation with a deformable soil environment]. *Ekologicheskyy vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva* [Ecological Bulletin of Scientific Centers of the Black Sea Economic Cooperation], 2015, no. 3, pp. 44–51. (In Russian)
 14. Kapustin, M., Pavlova, A., Rubtsov, S., Telyatnikov, I. Model of foundation-base system under vibration load. *Communications in Computer and Information Science (CCIS)*, 2014, vol. 487, pp. 168–173. (In Russian)