

## Ф И З И К А

УДК 536.2:004.94

DOI: 10.31429/vestnik-18-1-63-70

## ОБ ОДНОЙ КА-МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ПЕРЕДАЧИ ТЕПЛА В ОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ РАЗНОРОДНОЙ ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

Павлова А. В., Рубцов С. Е., Широглазов А. В.

ON ONE CA-MODEL OF THE HEAT TRANSFER PROCESS IN A LIMITED AREA  
OF A HETEROGENEOUS UNDERLYING SURFACE

A. V. Pavlova, S. E. Rubtsov, A. V. Shiroglazov

Kuban State University, Krasnodar, Russia  
e-mail: pavlova@math.kubsu.ru

*Abstract.* Analysis of studies and publications on modeling fires and their consequences demonstrates a growing interest in the use of discrete approaches – cellular automata (CA), as well as hybrid models.

In the paper, we describe a cellular automata model of the heat transfer process in a section of a heterogeneous underlying surface as a result of local instant ignition, which can serve as a component of a comprehensive model for assessing the fire hazard of a situation to predict the consequences of accidental fires.

The flat area of the underlying surface is represented as an array of cells of the same size. As a characteristic of the state, we took the temperature difference between the cells of the area under consideration and the environment, which is called temperature in this work. We also set the initial states of the array cells (temperature distribution). A certain cell is set on fire by an instant impulse.

We consider the deterministic CA. At discrete times, the change in the states of the cells of the array occurs synchronously according to the local transition functions, which depend on the current state of the cell itself and the state of its four nearest neighbors. For boundary cells, the transition functions we determine according the selected boundary conditions. It is possible to take into account the effect of temperature on the thermophysical properties of the substrate.

The presented examples of the cellular automaton operation simulate the combustion process at the initial stage. The results of the operation of the CA model qualitatively correspond to the physical concepts of the course of the processes under consideration and make it possible to create a visual picture of the evolution of the temperature profile of the selected area of the underlying surface.

*Keywords:* heterogeneous substrate, thermal conductivity, cellular automata modeling, deterministic CA, quasilinear problem.

### Введение

На сегодняшний день природные пожары — предмет многих исследований. Внимание ученых привлекают как проблемы прогноза интенсивности и скорости продвижения огня, так и задачи определения пространственных закономерностей распространения дыма, а также дальнейшей миграции и осаждения продуктов горения. Модели, приме-

няемые при изучении пожаров, как правило, рассматривают совокупность разнообразных физико-химических процессов и существенно отличаются друг от друга подходами, алгоритмами и наборами входных данных [1–6 и др.].

Анализ исследований и публикаций по моделированию пожаров и их последствий демонстрирует растущий интерес к приме-

Павлова Алла Владимировна, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры математического моделирования Кубанского государственного университета; e-mail: pavlova@math.kubsu.ru.

Рубцов Сергей Евгеньевич, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры математического моделирования Кубанского государственного университета; e-mail: rub\_serg@mail.ru.

Широглазов Александр Владимирович, студент магистратуры кафедры математического моделирования Кубанского государственного университета; e-mail: shiroglazov.a@bk.ru.

Работа выполнена при поддержке РФФИ и администрации Краснодарского края (19-41-230005).

нению дискретных подходов — клеточно-автоматных (КА), а также гибридных моделей [6–9]. Дискретные математические модели позволяют имитировать ситуацию в реальном времени, не требуют трудоемких вычислений, легко распараллеливаются и позволяют отображать результаты в графическом виде, что также является их несомненным плюсом.

КА-модели пожаров реализуются обычно на квадратной или гексагональной [10] сетке. В работах авторов [11, 12] для учета рельефа сильно пересеченной местности использованы триангуляционные сетки, позволяющие строить системы непересекающихся треугольников с вершинами в опорных точках поверхности.

Сложная макроскопическая динамика распространения пожара обычно имитируется случайным процессом, в котором распространение огня на соседние ячейки моделируется с помощью вероятностного подхода. Помимо стохастических используются также детерминированные клеточные автоматы. Клеточно-автоматные модели позволяют учитывать неоднородность ландшафта, метеорологические характеристики и могут быть легко адаптированы к любому эмпирическому или теоретическому механизму распространения огня.

В настоящей работе на основе подхода, предложенного в [13], представлена КА-модель процесса теплопередачи на участке разнородной подстилающей поверхности в результате локального мгновенного воспламенения, которая может служить составляющей комплексной модели оценки пожароопасности ситуации и прогнозирования последствий случайных возгораний.

### 1. Дискретная модель процесса передачи тепла в плоской разнородной подстилке

Представленная авторами в [10, 11] клеточно-автоматная модель может быть расширена с целью учета пожароопасных характеристик различных типов почв, а также экспериментально установленных показателей горючести. Так, в лесу на долю легко сгорающих фракций, включая подстилку, приходится не более 15–25 % [14]. При степных пожарах горючим материалом является растительная подстилка. Для наиболее полного учета горючести подстилки должны быть реализованы

карты почвенного покрова и построены модели процесса теплопередачи на подстилающей поверхности. Ниже представлена КА-модель процесса теплообмена на участке тонкой разнородной подстилки в результате локального мгновенного воспламенения. При построении модели использован подход работы [13].

Применение уравнения теплопроводности — классический подход к моделированию передачи тепла. При этом учет влияния температур на характеристики теплопроводности материалов приводит к нелинейным уравнениям, решение которых вызывает вычислительные сложности. С существенными трудностями можно столкнуться и при решении линейных задач для объектов, имеющих сложную структуру, занимающих неклассические области, свойства которых определяются большим количеством параметров. Альтернативой континуальных моделей в таких случаях могут служить КА-модели, легко модифицируемые путем введения дополнительных переменных и различных правил эволюции.

Подстилка — плоская область — дискретизирована на квадратные ячейки, т.е. представлена в виде массива размерностью  $M \times N$ , состоящего из клеток размера  $h \times h$ . В качестве характеристики состояния принимается разность температур  $T$  подстилки и окружающей среды, называемая в дальнейшем температурой. Полагается, что начальная температура (состояние) всех клеток рассматриваемой области равна нулю. Некоторая клетка поджигается мгновенным импульсом.

Рассмотрен детерминированный клеточный автомат. В дискретные моменты времени  $t_k$  изменение состояний клеток массива происходит синхронно согласно локальным функциям переходов, которые зависят от текущего состояния клетки  $(i, j)$  и состояния ее ближайших соседей. Шаблон соседства представлен на рис. 1.

Локальная функция переходов, определяющая состояние клетки с координатами  $(i, j)$  в следующий дискретный момент времени, задана в виде

$$T_{i,j}(t_{k+1}) = T_{i,j}(t_k) + \frac{\Delta t}{c_{i,j}\rho_{i,j}} [q_{i-1,j}(t_k) + q_{i+1,j}(t_k) + q_{i,j-1}(t_k) + q_{i,j+1}(t_k)], \quad (1.1)$$

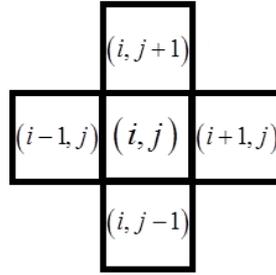


Рис. 1. Шаблон соседства

где  $T_{i,j}(t_k)$  и  $T_{i,j}(t_{k+1})$  — характеризует состояние клетки с номером  $i, j$  в моменты времени соответственно  $k$  и  $k + 1$ ;  $\Delta t$  — шаг дискретного времени;  $\rho_{i,j}$  — плотность подстилки в области клетки  $(i, j)$ ;  $c_{i,j}$  — удельная теплоемкость в этой элементарной области; величины  $q_{m,n}(t_k)$  описывают удельные мощности тепловых потоков между соседствующими клетками.

В свою очередь, удельные мощности тепловых потоков определяются формулами

$$q_{i-1,j}(t_k) = \lambda_{i-1,j} \frac{T_{i-1,j}(t_k) - T_{i,j}(t_k)}{h^2},$$

$$q_{i+1,j}(t_k) = \lambda_{i,j} \frac{T_{i+1,j}(t_k) - T_{i,j}(t_k)}{h^2},$$

$$q_{i,j-1}(t_k) = \lambda_{i,j-1} \frac{T_{i,j-1}(t_k) - T_{i,j}(t_k)}{h^2},$$

$$q_{i,j+1}(t_k) = \lambda_{i,j} \frac{T_{i,j+1}(t_k) - T_{i,j}(t_k)}{h^2}.$$

Здесь  $\lambda_{i,j}$  — коэффициенты теплопроводности материала соответствующих клеток;  $h$  — шаг равномерной сетки по пространственным переменным.

При необходимости в определяющие соотношения для  $q_{m,n}(t_k)$  может быть внесена дополнительная нагрузка, отвечающая за наличие приземных ветровых потоков.

Рассматриваемая пластина считается неоднородной, о чем свидетельствует задание характеристик теплопроводности для каждой элементарной ячейки. Использование КА существенно упрощает исследование процесса в неоднородных средах, позволяя одинаково просто реализовать алгоритм смены состояний для любой структуры материала.

Для граничных клеток функции перехода определяются выбранными краевыми условиями (задана ли температура границы, входящий или исходящий тепловой поток или теплообмен с окружающей средой).

Источники тепла вводятся в функции перехода путем добавления в квадратную скобку правой части (1.1) функции  $g(t_k)$ . Для линейного случая (1.1) принимает вид

$$T_{i,j}(t_{k+1}) = T_{i,j}(t_k) + \frac{\Delta t}{c_{i,j}\rho_{i,j}} [q_{i-1,j}(t_k) + q_{i+1,j}(t_k) + q_{i,j-1}(t_k) + q_{i,j+1}(t_k) + g(t_k)].$$

Для нелинейного случая при наличии экзотермического эффекта

$$g(t_k) \equiv g(T_{i,j}(t_k)) = \kappa T_{i,j}^\eta(t_k). \quad (1.2)$$

Кроме того, может быть учтено влияние температуры на транспортные коэффициенты  $\lambda_{i,j} = \lambda_{i,j}^0 T_{i,j}(t_k)$ ,  $\lambda_{i,j}^0 = \text{const}$ ,

$$T_{i,j}(t_{k+1}) = T_{i,j}(t_k) + \frac{\Delta t}{c_{i,j}\rho_{i,j}} \left[ \frac{1}{h^2} \sum_{\substack{m=i-1 \\ m \neq i}}^{i+1} \lambda_{m,j}^0 T_{m,j}(t_k) \times (T_{m,j}(t_k) - T_{i,j}(t_k)) + \frac{1}{h^2} \sum_{\substack{n=j-1 \\ n \neq j}}^{j+1} \lambda_{i,n}^0 T_{i,n}(t_k) \times (T_{i,n}(t_k) - T_{i,j}(t_k)) + \kappa T_{i,j}^\eta(t_k) \right].$$

## 2. Результаты численных экспериментов

Клеточно-автоматная модель реализована с помощью языка программирования C++ в среде разработки C++ Builder. Проведены численные эксперименты для различных подстилающих поверхностей, граничных и начальных условий.

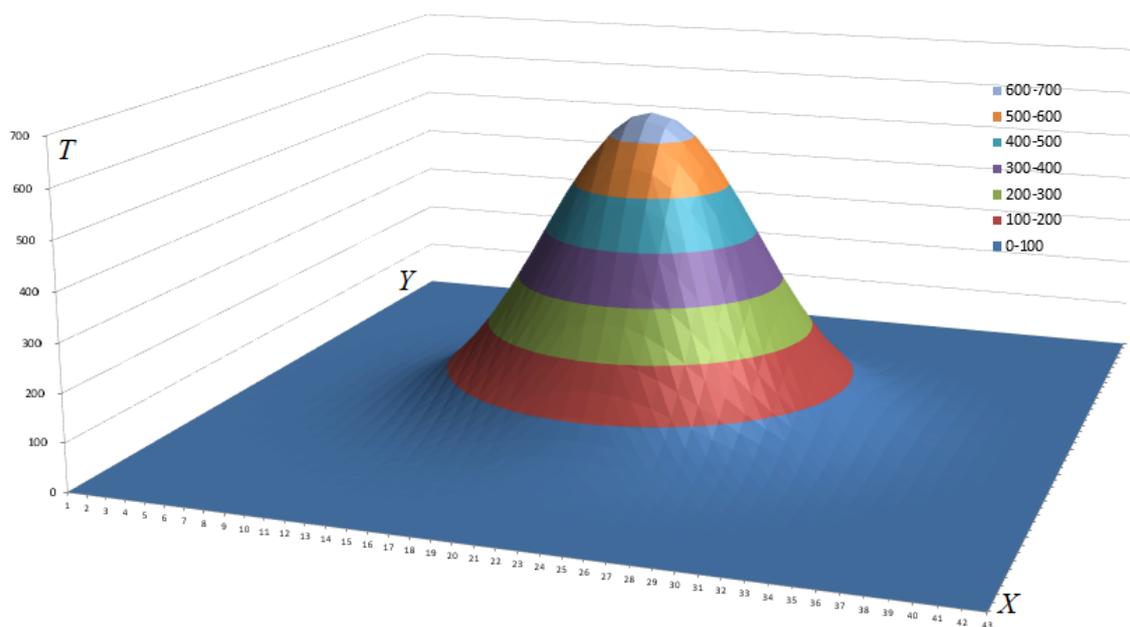


Рис. 2. Распределение температур в области подстилки на двенадцатой секунде при наличии источника постоянной мощности для чернозема в воздушно-сухом состоянии

В качестве одного из примеров рассмотрена квазилинейная задача, описывающая процесс передачи тепла в однородной области подстиляющей поверхности со следующими параметрами, характерными для чернозема в воздушно-сухом состоянии: плотность —  $1,3 \text{ г/см}^3$  и объемная теплоемкость —  $0,96 \text{ Дж/(см}^3 \text{ К)}$ . При определении зависимости удельной мощности источника от температуры в (1.2) приняты  $\eta = 1$ ,  $\kappa = 0,8$ . Состояния клеток рассматриваемого участка поверхности и окружающей среды соответствуют температуре  $0$  градусов в начальный момент времени, клетки границы поддерживаются при нулевой температуре. Клетка с координатами  $(21, 21)$ , с которой начинается процесс, поджигается мгновенным тепловым импульсом, ее температура на  $5$  градусов превышает температуру среды. Размер массива  $50 \times 50$ , размер клетки  $10 \times 10 \text{ м}$ . Рис. 2 иллюстрирует результат моделирования с указанными параметрами на двенадцатой секунде модельного времени эволюции процесса.

Для той же задачи характеристики подстиляющей поверхности были изменены на следующие: плотность —  $1,45 \text{ г/см}^3$  и объемная теплоёмкость —  $2,8 \text{ Дж/(см}^3 \text{ К)}$ , — что соответствует капиллярно насыщенному грунту. Результаты, приведенные на рис. 3, отличаются от предыдущих (рис. 2) более низкими

температурами. Это объясняется разницей теплофизических характеристик подстиляющей поверхности.

Динамика развития рассматриваемого процесса при наличии двух точек поджига, представлена на рис. 4–6. Точка с координатами  $(21, 21)$  имеет получает в начальный момент времени температуру  $5$  градусов, а точка с координатами  $(14, 25)$  —  $3$  градуса. На границе заданы прежние однородные краевые условия первого рода. Как и в предыдущем примере коэффициент теплопроводности считался постоянным.

Результаты работы клеточно-автоматной модели качественно соответствуют физическим представлениям о протекании рассматриваемых процессов и позволяют создавать визуальную картину эволюции температурного профиля выбранного участка подстиляющей поверхности.

### Заключение

Используя подход работы [13], создана КА-модель процесса теплопередачи на участке подстиляющей поверхности в результате локального мгновенного воспламенения. Представленные примеры работы детерминированного клеточного автомата имитируют процесс горения на начальном этапе.

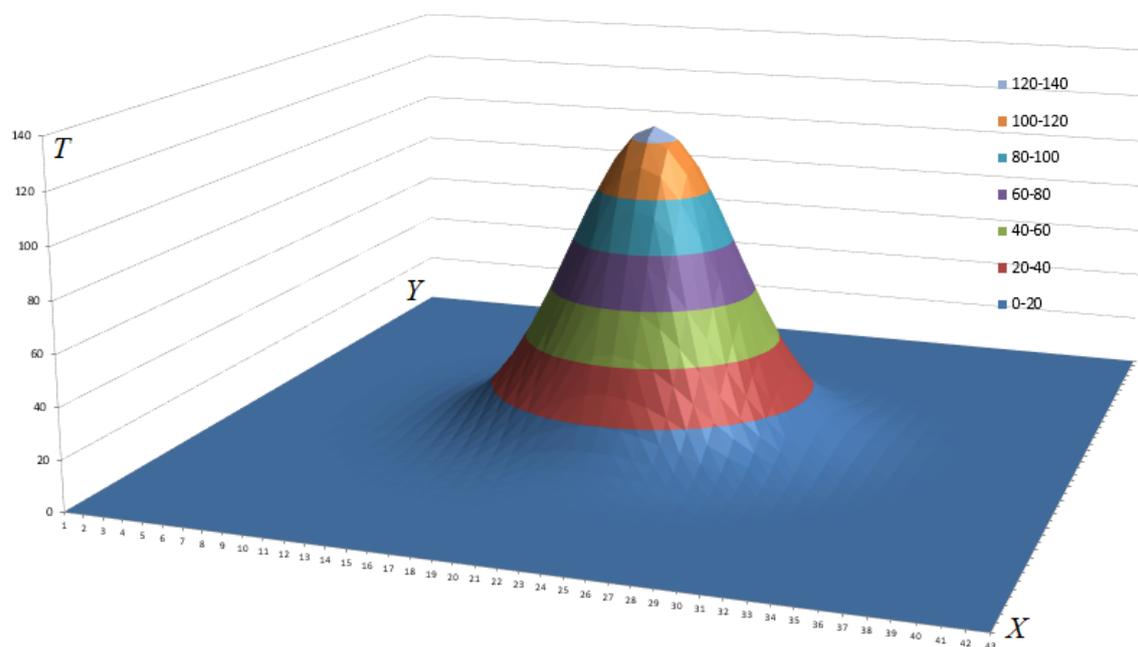


Рис. 3. Распределение температур в области подстилки на двенадцатой секунде при наличии источника постоянной мощности для капиллярно насыщенного чернозема

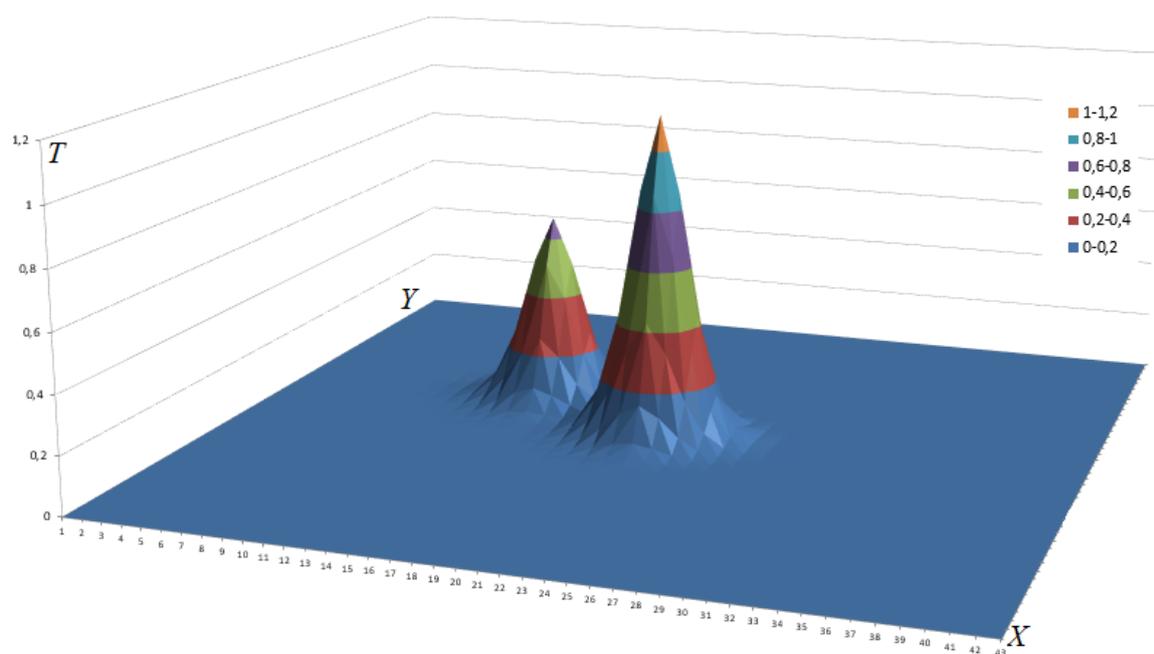


Рис. 4. Результат работы КА для квазилинейной задачи при наличии двух источников тепла постоянной удельной мощности на 4 секунде

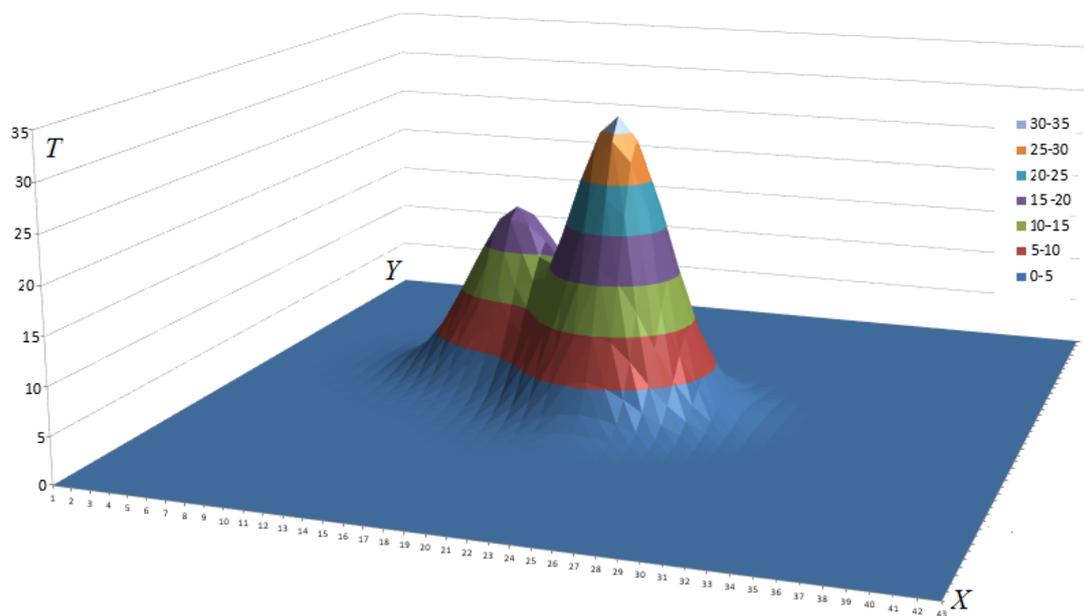


Рис. 5. Результат работы КА для квазилинейной задачи с двумя источниками тепла постоянной удельной мощности на 10 секунде

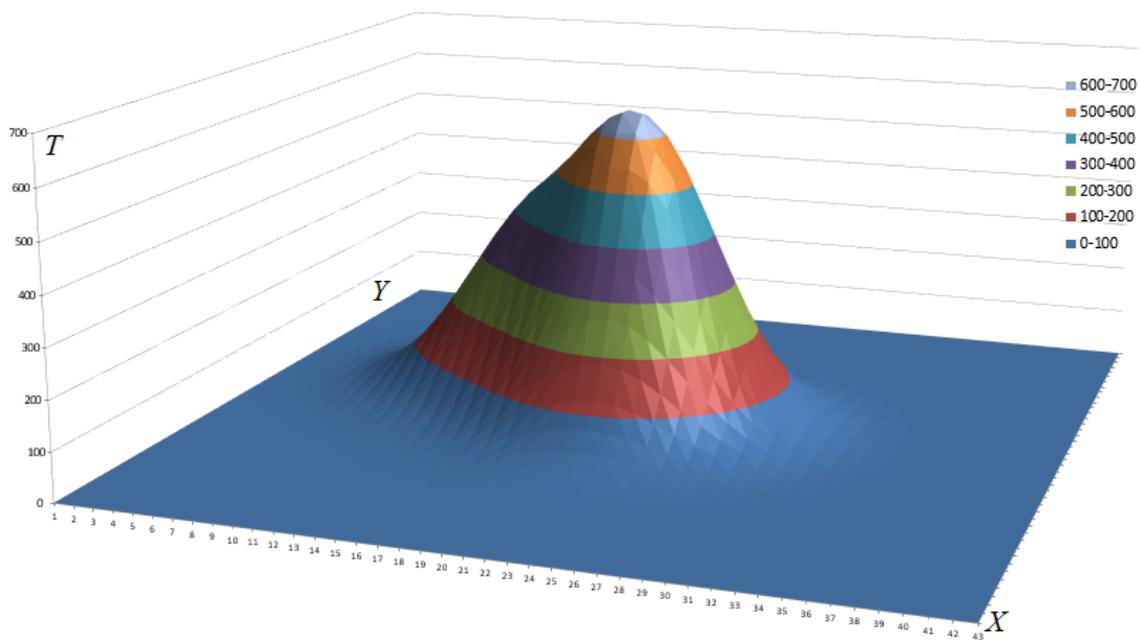


Рис. 6. Результат работы КА для квазилинейной задачи с двумя источниками тепла постоянной удельной мощности на 10 секунде

Реализованная КА модель может служить составляющей комплексной модели распространения пожара, а также основой для построения более сложных клеточно-автоматных моделей распространения возгорания по подстилающей поверхности с участками, обладающими различными теплофизическими свойствами.

Впоследствии планируется уточнение разработанных авторами КА моделей на основе анализа задокументированных данных о произошедших на территории региона пожаров: точки возгорания, время начала и окончания пожара, периметры пожара, выгоревшие участки, скорость и направление приземного ветра, топография и информация о наземном покрове (тип и плотность растительности, водоемы, дороги и т.п.).

### Литература

1. Перминов В.А. Математическое моделирование возникновения и распространения верховых лесных пожаров в осредненной постановке // Журнал технической физики. 2015. Т. 85, Вып. 2. С. 24–30.
2. Асылбаев Н.А. Математическое моделирование распространения степного пожара // Компьютерные исследования и моделирование. 2010. Т. 2. № 4. С. 377–384.
3. Баровик Д.В., Таранчук В.Б. Алгоритмические основы построения компьютерной модели прогноза распространения лесных пожаров // Фундаментальные науки. Информатика. 2011. № 12. С. 51–56.
4. Алоян А.Е., Арутюнян В.О. Моделирование динамики аэрозолей и формирования облачности при лесных пожарах // Экологический вестник Черноморского экономического сотрудничества. 2008. № 3. С. 5–19.
5. Kourtz P.H., O'Regan W.G. A model for a small forest fire to simulate burned and burning areas for use in a detection model // Forest Science. 1971. Vol. 17. Iss. 2. P. 163–169.
6. Alexandridis A. et al. A cellular automata model for forest fire spread prediction: The case of the wildfire that swept through Spetses Island in 1990 // Applied Mathematics and Computation. 2008. Vol. 204. Iss. 1. P. 191–201.
7. Finney M.A. FARSITE: Fire Area Simulator // Model Development and Evaluation. USDA For. Serv. Res. Pap. RMRS-RP-4. 1989.
8. Freire J.G., DaCamara C.C. Using cellular automata to simulate wildfire propagation and to assist in fire management // Natural Hazards and Earth Systems Sciences. 2019. Vol. 19. P. 169–179.
9. Рудницкий В.Н., Мельникова Е.А., Пустовит М.О. Распараллеливание и оптимизация выполнения расчетов процесса развития пожара на основе трехмерных клеточных автоматов // Вектор науки ТГУ. 2014. № 1. С. 22–26.
10. Trunfio G.A. Predicting wildfire spreading through a hexagonal cellular automata model // Lecture Notes in Computer Science. 2004. Vol. 3305. P. 385–394.
11. Павлова А.В., Рубцов С.Е., Родионов П.Р. Использование клеточно-автоматных моделей в исследовании распространения пожара при разливе нефтепродуктов на поверхности почв // Защита окружающей среды в нефтегазовом комплексе. 2020. № 1. С. 54–59.
12. Гладской И.Б., Павлова А.В., Рубцов С.Е. К моделированию распространения природных пожаров с использованием ГИС-технологий // Экологический вестник Черноморского экономического сотрудничества. 2019. Т. 16, № 4. С. 13–21.
13. Бобков С.П., Чернявская А.С. Моделирование нелинейной теплопроводности дискретными методами // Вестник ИГЭУ. 2018. Вып. 3. С. 64–70.
14. Сафонов М.А., Вакуров А.Д. Огонь в лесу. Новосибирск: Наука, 1981. 128 с.

### References

1. Perminov, V.A. Matematicheskoe modelirovanie vozniknoveniya i rasprostraneniya verhovyyh lesnyh pozharov v osrednennoj postanovke [Mathematical modeling of the occurrence and distribution of riding forest fires in the averaged setting]. *Journal of technical physics*, 2015, vol. 85, iss. 2, pp. 24–30. (In Russian).
2. Asylbaev, N.A. Matematicheskoe modelirovanie rasprostraneniya stepnogo pozhara [Mathematical modeling of the spread of steppe fire]. *Computer Research and Modeling*, 2010, vol. 2, no. 4, pp. 377–384. (In Russian).
3. Barovik, D.V., Taranchuk, V.B. Algoritmicheskie osnovy postroeniya komp'yuternoj modeli prognoza rasprostraneniya lesnyh pozharov [Algorithmic foundations for constructing a computer model for predicting the spread of forest fires]. *Fundamental Sciences. Informatics*, 2011, no. 12, pp. 51–56. (In Russian).
4. Aloyan, A.E., Harutyunyan, V.O. Modelirovanie dinamiki aerorozolej i formirovaniya oblachnosti pri lesnyh pozharah [Modeling the dynamics of aerosols and the formation of clouds during forest fires]. *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2008, no. 3, pp. 5–19. (In Russian).
5. Kourtz, P.H., O'Regan, W.G. A model for a small forest fire to simulate burned and burning areas for use in a detection model. *Forest Science*, 1971, vol. 17, iss. 2. P. 163–169.

6. Alexandridis, A. et al. A cellular automata model for forest fire spread prediction: The case of the wildfire that swept through Spetses Island in 1990. *Applied Mathematics and Computation*, 2008, vol. 204, no. 1, pp. 191–201.
7. Finney, M.A. FARSITE: Fire Area Simulator. *Model Development and Evaluation. USDA For. Serv. Res. Pap. RMRS-RP-4*. 1989.
8. Freire, J.G., DaCamara, C.C. Using cellular automata to simulate wildfire propagation and to assist in fire management. *Natural Hazards and Earth Systems Sciences*, 2019, vol. 19, pp. 169–179.
9. Rudnickij, V.N., Mel'nikova, E.A., Pustovit, M.O. Rasparallelvanie i optimizaciya vypolneniya raschetov processa razvitiya pozhara na osnove trekhmernyh kletochnyh avtomatov [Parallelization and optimization of the calculations of the process of fire development based on three-dimensional cellular automata]. *Vektornauki TGU* [Vector science TSU], 2014, no. 1, pp. 22–26. (In Russian).
10. Trunfio, G.A. Predicting wildfire spreading through a hexagonal cellular automata model. *Lecture Notes in Computer Science*, 2004, vol. 3305, pp. 385–394.
11. Pavlova, A.V., Rubtsov, S.E., Rodionov, P.R. Ispol'zovanie kletochno-avtomatnyh modelej v issledovanii rasprostraneniya pozhara pri razlive nefteproduktov na poverhnosti pochv [The use of cellular automata models in the study of the spread of fire during the spill of oil products on the soil surface]. *Zashchita okruzhayushchej sredy v neftegazovomkomplekse* [Environmental Protection in the Oil and Gas Complex], 2020, no. 1, pp. 54–59. (In Russian).
12. Gladskoy, I.B., Pavlova, A.V., Rubtsov, S.E. K modelirovaniyu rasprostraneniya prirodnyh pozharov s ispol'zovaniem GIS-tekhnologij [On modeling the spread of wildfires using GIS technologies]. *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2019, vol. 16, no. 4, pp. 13–21. (In Russian)
13. Bobkov, S.P., Chernyavskaya, A.S. Modelirovanie nelinejnoj teploprovodnosti diskretnymi metodami [Modeling of nonlinear thermal conductivity by discrete methods]. *Vestnik ISEU*. 2018. iss. 3, pp. 64–70.
14. Safonov, M.A., Vakurov, A.D. *Ogon' v lesu* [Fire in the forest]. Nauka, Novosibirsk, 1981. (In Russian)