Механика

УДК 539.3
DOI: 10.31429/vestnik-18-3-15-22

О НОВЫХ ПОДХОДАХ В ПРОБЛЕМЕ ПРОГНОЗА ВОЗНИКНОВЕНИЯ ОПОЛЗНЯ

Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М., Зарецкая М. В., Снетков Д. А., Хрипков Д. А., Евдокимов В. С.

Сложность прогнозирования оползневых явлений связана с большим комплексом физических, механических, гидромеханических, реологических, пластических явлений, тесно переплетающихся с геометрическими параметрами рельефов и ландшафтов территорий. Именно это обстоятельство не позволяет, кроме отдельных частных случаев, построить строго обоснованную математическую теорию и модель этих процессов. Создание теории и моделей этих явлений позволит как получить достаточно достоверные данные о процессах, протекающих в зоне, опасной для оползней, так и оценить шаги, позволяющие штатно инициировать оползневые явления или их упредить. Медленное продвижение в моделировании оползневых явлений в значительной степени было связано с отсутствием удобного для этих целей математического аппарата. В настоящее время имеется определенный прогресс в этом направлении в связи с созданием метода блочного элемента, который дает возможность моделировать сложные процессы, описываемые линейными и нелинейными граничными задачами для систем дифференциальных уравнений в частных производных высокого порядка. Благодаря этому методу было выполнено определенное продвижение в задачах исследования предоползневого состояния сред. В настоящее время появились новые возможности в связи с созданием нового универсального метода моделирования, опирающегося на фрактальные свойства упакованных блочных элементов. В настоящей работе излагаются результаты исследования в этой области с перспективой использования новых методов.

Ключевые слова: оползни, метод блочного элемента, предоползневая среда, саркофаг, трещины в покрытии, новый универсальный метод моделирования

ABOUT NEW APPROACHES TO THE PROBLEM OF LANDSLIDE PREDICTION

V. A. Babeshko[1,2], O. V. Evdokimova[1], O. M. Babeshko[2], M. V. Zaretskaya[2], D. A. Snetkov[1], D. A. Khripkov[2], V. S. Evdokimov[1]

[1] Southern Scientific Center of the Russian Academy of Sciences, Rostov-on-Don
[2] Kuban State University, Krasnodar
e-mail: babeshko41@mail.ru

Abstract. The complexity of predicting landslide phenomena is associated with a large complex of physical, mechanical, hydro-mechanical, rheological, plastic phenomena that are closely intertwined with the geometric parameters of the terrain and landscapes of territories. It is this circumstance that does not allow, except for certain special cases, to build a strictly justified mathematical theory and model of these processes. The creation of a theory and models of these phenomena will allow both to obtain sufficiently reliable data on the processes occurring in the zone dangerous for

Бабешко Владимир Андреевич, академик РАН, д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой математического моделирования Кубанского государственного университета, руководитель научных направлений математики и механики Южного научного центра РАН; e-mail: babeshko41@mail.ru.

Евдокимова Ольга Владимировна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: evdokimova.olga@mail.ru.

Бабешко Ольга Мефодиевна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: babeshko49@mail.ru.

Зарецкая Марина Валерьевна, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры математического моделирования Кубанского государственного университета; e-mail: zarmv@mail.ru.

Снетков Дмитрий Андреевич, магистрант Кубанского государственного университета; e-mail: dimons3s@yandex.ru.

Хрипков Дмитрий Александрович, научный сотрудник Кубанского государственного университета; e-mail: vestnik@fpm.kubsu.ru.

Евдокимов Владимир Сергеевич, студент Кубанского государственного университета, лаборант Южного научного центра РАН; e-mail: evdok_vova@mail.ru.

Отдельные фрагменты работы выполнены в рамках реализации Госзадания на 2021 г. Минобрнауки (проект FZEN-2020-0020), ЮНЦ РАН (проект 00-20-13) № госрег. 01201354241 и при поддержке грантов РФФИ (проекты 19-41-230003, 19-41-230004, 19-48-230014, 18-05-80008).

landslides, and to evaluate the steps that allow to regularly initiate landslide phenomena or to prevent them.

Keywords: landslides, block element method, pre-landslide environment, sarcophagus, cracks in the coating, new universal modeling method

Введение

Исследование процесса поведения предоползневой структуры, которая может иметь сложную реологию, изучается применением в роле среды наиболее текучий материал — жидкость. Его поведение описывается уравнением Гельмгольца. Последнее детально изучалось в работах [1–11].

Учет реологических свойств ряда материалов осуществляется применением нового универсального метода моделирования, недавно разработанного и опубликованного в [12–15].

1. Постановка задачи

Примем прямоугольную систему координат, направив оси ox_1, ox_3 горизонтально, а ось ox_2 — вертикально вверх. Рассматривается граничная задача для трехмерного уравнения Гельмгольца в прямоугольной области $\Omega(|x_3| \leqslant \infty,\ x_1 \leqslant 0,\ x_2 \leqslant 0)$ в условиях гармонических воздействий. На границах области Ω задаются условия Неймана. Задачи такого рода возникают при исследовании акустических свойств неограниченных областей тип клина, а также при подготовке исходных данных для исследования в таких областях более сложных граничных задач для уравнений Ламе, Навье–Стокса, Максвелла и других. Построение решений в форме упакованных блочных элементов — необходимая часть исследования при изучении блочных структур.

В настоящей работе применяется вариант метода блочного элемента, основанный на привязке локальных систем координат к единой координатной системе, что позволяет выполнить исследование более наглядно. Ниже рассматривается трехмерное анизотропное уравнение Гельмгольца с сокращенным временным множителем $e^{-i\omega t}$

$$[\ \partial^2 x_1 + \partial^2 x_2 + A_{33}\partial^2 x_3 + Ap^2\ ]\, u(x_1, x_2, x_3) = 0$$

в области $\Omega(|x_3| \leqslant \infty,\ x_1 \leqslant 0,\ x_2 \leqslant 0)$. Здесь p может быть комплексным числом.

Для применения метода блочного элемента к граничной задаче в блочной структуре необходимо выполнить три алгоритма: внешней алгебры, внешнего анализа и построение фактор-топологии. Ввиду рассмотрения лишь одного блочного элемента необходимость в последнем алгоритме отпадает.

Рассмотрим для этого уравнения граничную задачу Неймана.

Считаем, что граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(0, x_2, x_3)}{\partial x_1} &= f_2(x_2, x_3), \\ \frac{\partial u(x_1, 0, x_3)}{\partial x_2} &= f_1(x_1, x_3). \end{aligned} \tag{1.1}$$

Здесь произвольные функции f_n обладают свойствами, достаточными для разрешимости соответствующих граничных задач в пространствах медленно растущих обобщенных функций, которые будут оговорены ниже. Поскольку область Ω содержит бесконечно удаленные точки, если в граничной задаче появляются волновые функции, ищется решение с применением принципа излучения.

Применением преобразования Фурье к дифференциальному уравнению по параметру x_3 получаем дифференциальное уравнение с параметром α_3 вида

$$\left(\partial^2 x_1 + \partial^2 x_2 + k^2\right) u(x_1, x_2, \alpha_3) = 0,$$

$$k^2 = Ap^2 - A_{33}\alpha_3^2.$$

2. Метод решения

Используя в области Ω один из способов касательного расслоения границы, с учетом принятия единой системы координат, после использования двумерного преобразования Фурье и введения внешних форм приходим к функциональному уравнению вида

$$(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + k^2)U(\alpha_1\alpha_2, \alpha_3) = \int\limits_{\partial\Omega} \omega,$$

$$\omega = \frac{\partial u(0,x_2,\alpha_3)}{\partial x_1} e^{i\alpha_2 x_2} dx_2 - \\ - i\alpha_1 u(0,x_2,\alpha_3) e^{i\alpha_2 x_2} dx_2 + \\ + \frac{\partial u(x_1,0,\alpha_3)}{\partial x_2} e^{i\alpha_1 x_1} dx_1 - \\ - i\alpha_2 u(x_1,0,\alpha_3) e^{i\alpha_1 x_1} dx_1.$$

Здесь приняты обозначения

$$U(\alpha_1\alpha_2,\alpha_3) = \\ = \iiint\limits_{\Omega} u(x_1,x_2,x_3) e^{i\langle \boldsymbol{\alpha}\mathbf{x}\rangle} dx_1 dx_2 dx_3, \quad (2.1)$$

$$\langle \boldsymbol{\alpha}\mathbf{x}\rangle = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3,$$

$$u(x_1,x_2,x_3) = \\ = \frac{1}{8\pi^3} \iiint\limits_{R^3} U(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3) e^{-i\langle \boldsymbol{\alpha}\mathbf{x}\rangle} d\alpha_1 d\alpha_2 d\alpha_3.$$

С учетом вида системы координат правую часть в функциональном уравнении можно представить в форме

$$\int\limits_{\partial\Omega} \omega = \int\limits_{-\infty}^{0} \frac{\partial u(0,x_2,\alpha_3)}{\partial x_1} e^{i\alpha_2 x_2} dx_2 - \\ - i\alpha_1 \int\limits_{-\infty}^{0} u(0,x_2,\alpha_3) e^{i\alpha_2 x_2} dx_2 + \\ + \int\limits_{-\infty}^{0} \frac{\partial u(x_1,0,\alpha_3)}{\partial x_2} e^{i\alpha_1 x_1} dx_1 - \\ - i\alpha_2 \int\limits_{-\infty}^{0} u(x_1,0,\alpha_3) e^{i\alpha_1 x_1} dx_1.$$

Вычислив одномерные интегралы, которые являются преобразованиями Фурье соответствующих функций, функциональное уравнение можем представить в форме

$$(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 - k^2) U(\alpha_1\alpha_2,\alpha_3) = \\ = \frac{\partial U(0,\alpha_2,\alpha_3)}{\partial x_1} - i\alpha_1 U(0,\alpha_2,\alpha_3) + \\ + \frac{\partial U(\alpha_1 0,\alpha_3)}{\partial x_2} - i\alpha_2 U(\alpha_1 0,\alpha_3). \quad (2.2)$$

В дальнейшем прописной буквой будут обозначаться преобразования Фурье от функций, обозначенных соответствующей строчной буквой. Внесем в правую часть функционального уравнения (2.2) значения функций (1.1), предварительно вычислив преобразования Фурье по всем координатам. Имеем

$$(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 - k^2) U(\alpha_1\alpha_2,\alpha_3) = \\ = F_2(\alpha_2,\alpha_3) - i\alpha_1 U(0,\alpha_2,\alpha_3) + \\ + F_1(\alpha_1\alpha_3) - i\alpha_2 U(\alpha_1 0,\alpha_3).$$

Для выполнения алгоритма внешнего анализа факторизуем коэффициент функционального уравнения по каждому параметру, что в данном случае выполняется тривиально

$$(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 - k^2) = (\alpha_1 - \alpha_{1-})(\alpha_1 + \alpha_{1-}) = \\ = (\alpha_2 - \alpha_{2-})(\alpha_2 + \alpha_{2-}),$$

$$\alpha_{1-} = -i\sqrt{\alpha_2^2 - k^2}, \quad \alpha_{2-} = -i\sqrt{\alpha_1^2 - k^2},$$

$$\operatorname{Im}\alpha_{1-} \leqslant 0, \quad \operatorname{Im}\alpha_{2-} \leqslant 0.$$

Условие автоморфизма для носителя и функций на нем приводит к псевдодифференциальным уравнениям вида [14]

$$F_2(0,\alpha_{2-},\alpha_3) - i\alpha_1 U(0,\alpha_{2-},\alpha_3) + \\ + F_1(\alpha_1 0,\alpha_3) - i\alpha_{2-} U(\alpha_1,0,\alpha_3) = 0,$$

$$F_2(0,\alpha_2,\alpha_3) - i\alpha_{1-} U(0,\alpha_2,\alpha_3) + \\ + F_1(\alpha_{1-},0,\alpha_3) - i\alpha_2 U(\alpha_{1-},0,\alpha_3) = 0.$$

Неизвестными в псевдодифференциальном уравнении являются функции и функционалы:

$$U(0,\alpha_2,\alpha_3), \quad U(\alpha_1 0,\alpha_3),$$

$$U(0,\alpha_{2-},\alpha_3), \quad U(\alpha_{1-},0,\alpha_3).$$

Решение псевдодифференциальных уравнений ищется с требованием обращения в ноль вне области Ω решений граничных задач. Это, после преобразований, приводит к следующему виду функционального уравнения:

$$(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 - k^2) U(\alpha_1\alpha_2,\alpha_3) = \\ = \frac{1}{\alpha_{1-}\alpha_{2-}} \Big\langle (\alpha_{2-} - \alpha_2) \times \\ \times [\alpha_{1-} F_1(\alpha_1\alpha_3) - \alpha_1 F_1(\alpha_{1-},\alpha_3)] + \\ + (\alpha_{1-} - \alpha_1) [\alpha_{2-} F_2(\alpha_2,\alpha_3) - \alpha_2 F_2(\alpha_{2-},\alpha_3)] \Big\rangle.$$

Тогда решение в преобразованиях Фурье, представляющее упакованный блочный элемент, принимает вид

$$U(\alpha_1\alpha_2,\alpha_3)=\frac{1}{(\alpha_1^2+\alpha_2^2-k^2)}\frac{1}{\alpha_{1-}\alpha_{2-}}\times$$
$$\times\Big\langle(\alpha_{2-}-\alpha_2)\left[\alpha_{1-}F_1(\alpha_1,\alpha_3)-\alpha_1F_1(\alpha_{1-},\alpha_3)\right]+$$
$$+(\alpha_{1-}-\alpha_1)\left[\alpha_{2-}F_2(\alpha_2,\alpha_3)-\alpha_2F_2(\alpha_{2-},\alpha_3)\right]\Big\rangle. \tag{2.3}$$

Сократив одинаковые сомножители, функцию $U_1(\alpha_1\alpha_2,\alpha_3)$ можно представить в виде

$$U(\alpha_1\alpha_2,\alpha_3)=i\frac{1}{\alpha_{1-}\alpha_{2-}}\times$$
$$\times\left\langle\frac{[\alpha_{1-}F_1(\alpha_1\alpha_3)-\alpha_1F_1(\alpha_{1-},\alpha_3)]}{(\alpha_2+\alpha_{2-})}+\right.$$
$$\left.+\frac{[\alpha_{2-}F_2(\alpha_2,\alpha_3)-\alpha_2F_2(\alpha_{2-},\alpha_3)]}{(\alpha_1+\alpha_{1-})}\right\rangle.$$

Полученное представление позволяет сформулировать условия на задаваемые граничные функции.

Для построения математической модели предоползневой структуры необходимо взятую анизотропную среду накрыть мембранным саркофагом, сдерживающим растекание. Для этого построим математическую модель саркофага, включающего вертикальную стенку и горизонтальное покрытие. Применим метод блочного элемента.

Граничная задача для горизонтального покрытия имеет формулировку

$$(\partial^2x_1+\partial^2x_3+p_1^2)w_1(x_1,x_3)=t_1(x_1,x_3),$$
$$|x_3|\leqslant\infty,\quad -\infty<x_1\leqslant0,$$
$$\partial x_1w_1(0,x_3)=g_1(0,x_3).$$

Граничная задача для вертикальной стенки описывается уравнением и условиями

$$(\partial^2x_2+\partial^2x_3+p_2^2)w_2(x_2,x_3)=t_2(x_2,x_3),$$
$$|x_3|\leqslant\infty,\quad -\infty<x_2\leqslant0,$$
$$\partial x_2w_2(0,x_3)=g_2(0,x_3).$$

Здесь $t_1(x_1,x_3)$ и $t_2(x_2,x_3)$ амплитуды внешних воздействий на саркофаг, $g_1(0,x_3)$ и $g_2(0,x_3)$ — углы поворота угловых концов стенки и покрытия. Стенка и покрытие плотно сопрягаются с удерживаемой массой.

Учитывая, что функция $u(x_1,x_2,x_3)$ представляет потенциал водонасыщенной массы, а w_1 и w_2 — нормальные к границе саркофага амплитуды движений, должны выполняться условия

$$w_1(x_1,x_3)=\partial x_2u(x_1,x_2,x_3),$$
$$x_2=0,\quad -\infty<x_1\leqslant0,$$
$$w_2(x_2,x_3)=\partial x_1u(x_1,x_2,x_3),$$
$$x_1=0,\quad -\infty<x_2\leqslant0.$$

После вычислений для модели растекающегося оползня получаем следующее представление:

$$f_1(x_1,x_3)=\mathbf{F}_2^{-1}(x_1,x_3)\times$$
$$\times\left[\frac{\alpha_1\alpha_{1-}^{-1}T_1(\alpha_{1-},\alpha_3)-T_1(\alpha_1\alpha_3)}{(\alpha_1^2+\alpha_3^2-p_1^2)}-\right.$$
$$\left.-\frac{\alpha_{1-}g_1(0,\alpha_3)}{(\alpha_1-\alpha_{1+})}\right],$$

$$f_2(x_2,x_3)=\mathbf{F}_2^{-1}(x_2,x_3)\times$$
$$\times\left[\frac{\alpha_2\alpha_{2-}^{-1}T_2(\alpha_{2-},\alpha_3)-T_2(\alpha_2,\alpha_3)}{(\alpha_2^2+\alpha_3^2-p_2^2)}-\right.$$
$$\left.-\frac{\alpha_{2-}g_2(0,\alpha_3)}{(\alpha_2-\alpha_{2+})}\right].$$

Внесение этих значений функций в формулы (2.3) и (2.1) позволяет получить аналитическое представление в форме интегралов модели горизонтально распространяющегося оползня.

Для исследования образования трещины в покрытии решаются три задачи [15]. Первая, при отсутствии трещины в покрытии, решена выше. Для исследования влияния уже возникшей трещины разных размеров вначале решается вторая задача. Она состоит в рассмотрении существования трещины бесконечных размеров, левый и правый берега которой сошлись, но зон сплошности между ними нет. Для сплошности необходимо равенство перемещений и углов поворота мембраны или по аналогии с плитами – равенства напряжений. Третья задача состоит в сопряжении до состояния сплошности некоторых участков бесконечной трещины.

Вне этих участков будет существовать трещина, описываемая интегральным уравнением. При дальнейших изучениях установлен основной результат исследования: полубесконечные и конечные трещины всегда имеют интегрируемые концентрации напряжений на краях сближения ее берегов, несущие опасность разрушения саркофага предоползневой структуры мембранного типа [1]. Степень разрушения конструкций уменьшается по мере сокращения размера трещины конечной длины. Степень разрушения определяется сочетаниями ряда параметров. Последнее установлено путем исследования коэффициентов при особенностях. Имеют место следующие приближенные формулы для решения краевой задачи, которые, в связи со сложностью, представлены структурно, без конкретизации всех параметров. Эти формулы позволяют оценить возможность решения интегральных уравнений. В случае неограниченной по протяженности трещины интегральное уравнение для определения поведения неизвестного параметра сопряжения приближенно имеет вид

$$\int_{-\infty}^{\infty} k(y-\xi)s(\xi)d\xi = \sigma_2(y), \quad -\infty \leqslant y \leqslant \infty,$$

$$\frac{1}{\varepsilon_6^{-1} k_\infty(\alpha_1)} K_0(\alpha_1) = K(\alpha_1),$$
$$k(x_1) = \mathbf{F}_1^{-1}(x_1) K(\alpha_1),$$
$$D(\alpha_1) = -A_\lambda Q_\lambda(\alpha_1 0) + A_r Q_r(\alpha_1 0),$$
$$s(x_1) = \mathbf{F}_1^{-1}(x_1) D(\alpha_1),$$
$$\mathbf{F}_1^{-1}(x) K(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(\alpha) e^{-i\alpha x} d\alpha.$$

В работе [12] приведены сведения о поведении трещин на саркофаге.

Если имеет место равенство свойств частей саркофага на обоих берегах, т.е.

$$A_\lambda(\alpha_1) = A_r(\alpha_1),$$

$$\mathbf{F}_1^{-1}(x_1) Q_\lambda(\alpha_1 0) = -\mathbf{F}_1^{-1}(x_1) Q_r(\alpha_1),$$
$$-\infty \leqslant y \leqslant c_1, \quad c_2 \leqslant y \leqslant \infty,$$

тогда

$$D = \frac{1}{\alpha_{2\lambda-}(\alpha_1)} \left[Q_\lambda(\alpha_1 0) + Q_r(\alpha_1) \right],$$

$$s_0(x_1) = \mathbf{F}_1^{-1}(x_1) \left[Q_\lambda(\alpha_1 0) + Q_r(\alpha_1) \right],$$
$$c_1 \leqslant x_1 \leqslant c_2,$$

$$\int_{c_1}^{c_2} k_1(y-\xi) s_0(\xi) d\xi = \sigma_2(y), \quad c_1 \leqslant y \leqslant c_2,$$

$$k_1(x_1) = \mathbf{F}_1^{-1}(x_1) \frac{K(\alpha_1)}{\alpha_{2\lambda-}(\alpha_1)}.$$

Если $c_2 = \infty$, получается интегральное уравнение для полубесконечной трещины

$$\int_{c_1}^{\infty} k_1(y-\xi) s_0(\xi) d\xi = \sigma_2(y), \quad c_1 \leqslant y \leqslant \infty.$$

Значения параметров интегральных уравнений приведены в [12].

С помощью этих интегральных уравнений можно определять степень воздействия на берега разлома, чтобы снизить или увеличить коэффициент концентрации в контактных напряжений в характеристике мембраны.

Вопросы, связанные с исследованием граничных задач для сред сложной реологии, можно решать путем исследования векторных граничных задач сведением к скалярным, в частности, к граничным задачам для уравнений Гельмгольца [13–16].

Применение нового универсального метода моделирования, связанного с преобразованием Галеркина, продемонстрируем на примере уравнений Ламе. Для удобства применения преобразования Галеркина запишем трехмерные уравнения Ламе в следующей форме [14]:

$$\mu \Delta \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \operatorname{graddiv} \mathbf{u} = 0.$$

Следуя [3], введем обозначения

$$L_{mn}(u_n) = 0,$$

$$L_{mn} = \delta_{mn} \Delta + \sigma \partial_m^2 \partial_n^2, \quad m, n, = 1, 2, 3,$$

$$\sigma = \mu^{-1}(\lambda + \mu), \quad \partial_m^h = \partial^h / \partial x_m^h,$$

δ_{ij} — символ Кронекера.

Осуществим преобразование Галеркина, положив

$$u_1 = \begin{Vmatrix} \chi_1 & L_{12} & L_{13} \\ \chi_2 & L_{22} & L_{23} \\ \chi_3 & L_{32} & L_{33} \end{Vmatrix},$$

$$u_2 = \begin{Vmatrix} L_{11} & \chi_1 & L_{13} \\ L_{21} & \chi_2 & L_{23} \\ L_{21} & \chi_3 & L_{33} \end{Vmatrix},$$

$$u_3 = \begin{Vmatrix} L_{11} & \chi_1 & L_{13} \\ L_{21} & \chi_2 & L_{23} \\ L_{21} & \chi_3 & L_{33} \end{Vmatrix},$$

и затем внесем эти определители в систему уравнений. Обозначим $T_i = \Delta\chi_i$ и осуществим упрощения. В результате приводим систему к бигармоническим уравнениям, имеющим вид $\Delta\Delta T_i = 0$, относительно функций Галеркина T_i. Здесь Δ — двумерный оператор Лапласа.

Дополнительным исследованием определяются граничные условия для функций T_i, исходя из первоначально заданных для системы уравнений.

Аналогичным преобразованием Галеркина строятся скалярные, отдельные дифференциальные уравнения практически для всех систем уравнений механики деформируемого твердого тела и гидромеханики, электромагнитных эффектов, теории поля и других наук. В излагаемом подходе при применении преобразований Галеркина требуется построить граничных условия для функций полученных скалярных уравнений. Они должны вытекать из первоначально заданных граничных условий. Кроме этого, возможно наличие некоторых зависимостей между функциями Галеркина. С этими проблемами встречаются исследователи, применяющие как аналитические, так и численные методы. Метод блочного элемента позволяет решать эти проблемы, так как решение граничной задачи со сложной реологией раскладывается по решениям простых граничных задач для уравнения Гельмгольца [13–16]. Для случаев этих задач исследование было выполнено выше.

Выводы

По построению функция $u(x_1, x_2, x_3)$ представляет потенциал, который пропорционален давлению. Построенное решение задачи позволяет оценивать его в любой точке рассматриваемой области, в том числе, вблизи границы. В модели можно выбирать различные постановки задач, меняя воздействия на стенки и покрытия, а также варьировать параметрами анизотропии, реологий, выявляя предельно критические состояния оползневой структуры, после чего произойдет разрыв саркофага и начнется оползневый процесс.

Литература

1. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 502 с.
2. *Бабич В.М.* О коротковолновой асимптотике функции Грина для уравнения Гельмгольца // Математический сборник. 1964. Т. 65. С. 577–630.
3. *Бабич В.М., Булдырев В.С.* Асимптотические методы в проблеме дифракции коротких волн. М.: Наука, 1972. 256 с.
4. *Мухина И.В.* Приближенное сведение к уравнениям Гельмгольца уравнений теории упругости и электродинамики для неоднородных сред // ПММ. 1972. Т. 36. С. 667–671.
5. *Молотков Л.А.* Исследование распространения волн в пористых и трещиноватых средах на основе эффективных моделей Био и слоистых сред. С.-Пб: Наука, 2001. 348 с.
6. *Новацкий В.* Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.
7. *Новацкий В.* Электромагнитные эффекты в твердых телах. М.: Мир, 1986. 160 с.
8. *Ткачева Л.А.* Колебания плавающей упругой пластины, при периодических смещениях участка дна // Прикладная механика и техническая физика. 2005. Т. 46. № 5 (273). С. 166–179.
9. *Ткачева Л.А.* Плоская задача о колебаниях плавающей упругой пластины под действием периодической внешней нагрузки // Прикладная механика и техническая физика. 2004. Т. 45. № 5 (273). С. 136–145.
10. *Ткачева Л.А.* Поведение плавающей пластины при колебаниях участка дна // Прикладная механика и техническая физика. 2005. Т. 46. № 2 (270). С. 98–108.
11. *Ткачева Л.А.* Взаимодействие поверхностных и изгибно-гравитационных волн в ледяном покрове с вертикальной стенкой // Прикладная механика и техническая физика. 2013. Т. 54. № 4 (320). С. 158–170.
12. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М., Хрипков Д.А., Бушуева О.А., Евдокимов В.С., Телятников И.С., Уафа С.Б.* О роли дефектов покрытия в виде трещин на предмет разрушения предоползневой структуры // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2021. Т. 18. № 1. С. 23–31. DOI: 10.31429/vestnik-18-1-23-31
13. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* Об одном методе решения граничных задач динамической теории упругости в четвертьплоскости // ПММ. 2021. Т. 85. № 3. С. 275–282. DOI: 10.31857/S0032823521030024
14. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* Блочные элементы в граничных задачах для систем дифференциальных уравнений механики и физики в неклассических

областях // ДАН. 2021. Т. 498. С. 33–39. DOI: 10.31857/S2686740021030032
15. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* Фрактальные свойства блочных элементов и новый универсальный метод моделирования // ДАН. 2021. Т. 499. С. 30–35. DOI: 10.31857/S2686740021040039
16. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* Метод блочного элемента в разложении решений сложных граничных задач механики // ДАН. 2020. Т. 495. С. 34–38. DOI: 10.31857/S2686740020060048

References

1. Brekhovskikh, L.M. *Volny v sloistykh sredakh* [Waves in layered media]. Nauka, Moscow, 1973. (In Russian)
2. Babich, V.M. O korotkovolnovoy asimptotike funktsii Grina dlya uravneniya Gel'mgol'tsa [On the short-wave asymptotics of the Green function for the Helmholtz equation]. *Matematicheskiy sbornik* [Mathematical Collection], 1964, vol. 65, pp. 577–630. (In Russian)
3. Babich, V.M., Buldyrev, V.S. *Asimptoticheskie metody v probleme difraktsii korotkikh voln* [Asymptotic methods in the problem of short wave diffraction]. Nauka, Moscow, 1972. (In Russian)
4. Mukhina, I.V. Priblizhennoe svedenie k uravneniyam Gel'mgol'tsa uravneniy teorii uprugosti i elektrodinamiki dlya neodnorodnykh sred [Approximate reduction to the Helmholtz equations of the equations of the theory of elasticity and electrodynamics for inhomogeneous media]. *Prikladnaya matematika i mekhanika* [Applied Mathematics and Mechanics], 1972, vol. 36, pp. 667–671. (In Russian)
5. Molotkov, L.A. *Issledovanie rasprostraneniya voln v poristykh i treshchinovatykh sredakh na osnove effektivnykh modeley Bio i sloistykh sred* [Investigation of wave propagation in porous and fractured media based on effective models of Bio and layered media]. Nauka, Sankt-Peterburg, 2001. (In Russian)
6. Novatskiy, V. *Teoriya uprugosti* [Theory of elasticity]. Mir, Moscow, 1975. (In Russian)
7. Novatskiy, V. *Elektromagnitnye effekty v tverdykh telakh* [Electromagnetic effects in solids]. Mir, Moscow, 1986. (In Russian)
8. Tkacheva, L.A. Kolebaniya plavayushchey uprugoy plastiny, pri periodicheskikh smeshcheniyakh uchastka dna [Vibrations of a floating elastic plate, with periodic displacements of the bottom section]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika* [Applied mechanics and technical physics], 2005, vol. 46, no. 5 (273), pp. 166–179. (In Russian)
9. Tkacheva, L.A. Ploskaya zadacha o kolebaniyakh plavayushchey uprugoy plastiny pod deystviem periodicheskoy vneshney nagruzki [A plane problem of vibrations of a floating elastic plate under the action of a periodic external load]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika* [Applied mechanics and technical physics], 2004, vol. 45, no. 5 (273), pp. 136–145. (In Russian)
10. Tkacheva, L.A. Povedenie plavayushchey plastiny pri kolebaniyakh uchastka dna [Behavior of a floating plate during fluctuations of the bottom section]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika* [Applied mechanics and technical physics], 2005, vol. 46, no. 2 (270), pp. 98–108. (In Russian)
11. Tkacheva, L.A. Vzaimodeystvie poverkhnostnykh i izgibno-gravitatsionnykh voln v ledyanom pokrove s vertikal'noy stenkoy [Interaction of surface and bending-gravitational waves in an ice cover with a vertical wall]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika* [Applied mechanics and technical physics], 2013, vol. 54, no. 4 (320), pp. 158–170. (In Russian)
12. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M., Khripkov D.A., Bushueva O.A., Evdokimov V.S., Telyatnikov I.S., Uafa S.B. O roli defektov pokrytiya v vide treshchin na predmet razrusheniya predopolznevoy struktury [On the role of coating defects in the form of cracks for the destruction of the pre-landslide structure]. *Ekologicheskiy vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva* [Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation], 2021, vol. 18, no. 1, pp. 23–31. DOI: 10.31429/vestnik-18-1-23-31 (In Russian)
13. Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M. Ob odnom metode resheniya granichnykh zadach dinamicheskoy teorii uprugosti v chetvert'ploskosti [On a method for solving boundary value problems of the dynamic theory of elasticity in a quarter plane]. *Prikladnaya matematika i mekhanika* [Applied Mathematics and Mechanics], 2021, vol. 85, no. 3, pp. 275–282. DOI: 10.31857/S0032823521030024 (In Russian)
14. Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M. Blochnye elementy v granichnykh zadachakh dlya sistem differentsial'nykh uravneniy mekhaniki i fiziki v neklassicheskikh oblastyakh [Block elements in boundary value problems for systems of differential equations of mechanics and physics in non-classical fields] *Doklady Akademii nauk* [Rep. of the Academy of Sciences], 2021, vol. 498, pp. 33–39. DOI: 10.31857/S2686740021030032 (In Russian)
15. Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M. Fraktal'nye svoystva blochnykh elementov i novyy universal'nyy metod modelirovaniya [Fractal properties of block elements and a new universal modeling method]. *Doklady Akademii nauk* [Rep. of the Academy of

Sciences], 2021, vol. 499, pp. 30–35. DOI: 10.31857/S2686740021040039 (In Russian)

16. Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M. Metod blochnogo elementa v razlozhenii resheniy slozhnykh granichnykh zadach mekhaniki [The block element method in the decomposition of solutions to complex boundary value problems of mechanics]. *Doklady Akademii nauk* [Rep. of the Academy of Sciences], 2020, vol. 495, pp. 34–38. DOI: 10.31857/S2686740020060048 (In Russian)

Статья поступила 17 сентября 2021 г.

Цитирование: *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М., Зарецкая М.В., Снетков Д.А., Хрипков Д.А., Евдокимов В.С.* О новых подходах в проблеме прогноза возникновения оползня // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2021. Т. 18. № 3. С. 15–22. DOI 10.31429/vestnik-18-3-15-22

Citation: Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M., Zaretskaya, M.V., Snetkov, D.A., Khripkov, D.A., Evdokimov, V.S. About new approaches to the problem of landslide prediction. *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2021, vol. 18, no. 3, pp. 15–22. (In Russian) DOI 10.31429/vestnik-18-3-15-22