

## МЕХАНИКА

УДК 539.3

DOI: 10.31429/vestnik-18-3-33-40

## НОВЫЕ МЕТОДЫ В ПРОБЛЕМЕ ПРОГНОЗА ЦУНАМИ

Евдокимова О. В., Бабешко О. М., Мухин А. С., Телятников И. С., Лозовой В. В.,  
Зарецкий А. Г., Уафа С. Б.

В качестве литосферных плит, с учетом масштаба Земли и размеров ее коры в зонах океана, были приняты полубесконечные пластины Кирхгофа, расположенные на деформируемом основании. Океанический слой воды, с учетом масштаба, описывается уравнениями мелкой воды. Принимая во внимание приливные колебания на Земле, вызываемые Лунным притяжением, исследуется случай контакта литосферных плит с основанием при пренебрежимо малых касательных контактных напряжениях и низкочастотных гармонических вертикальных воздействиях. Описанная проблема рассматривается в четырехблочной структуре, в каждом блоке которой поставлены соответствующие граничные задачи. Методом блочного элемента исследование сводится к изучению системы функциональных уравнений, позволяющих выявить условия возникновения стартового землетрясения. Исследуются последствия стартового землетрясения в такой постановке для поведения слоя жидкости. Благодаря этому методу теоретически показано, что в зоне эпицентра землетрясения могут возникнуть волны цунами. В настоящее время появились расширенные возможности более углубленного исследования возможности прогноза цунами в связи с созданием нового универсального метода моделирования, опирающегося на фрактальные свойства упакованных блочных элементов. Этот подход дополняет новыми возможностями моделирование литосферных плит материалами сложной реологии.

*Ключевые слова:* цунами, метод блочного элемента, внешние формы, функциональные уравнения, новый универсальный метод моделирования.

## NEW METHODS IN THE PROBLEM OF TSUNAMI FORECASTING

O. V. Evdokimova<sup>1</sup>, O. M. Babeshko<sup>2</sup>, A. S. Mukhin<sup>2</sup>, I. S. Telyatnikov<sup>1</sup>, V. V. Lozovoy<sup>1</sup>,  
A. G. Zaretsky<sup>2</sup>, S. B. Uafa<sup>1</sup><sup>1</sup> Southern Scientific Center of the Russian Academy of Sciences, Rostov-on-Don<sup>2</sup> Kuban State University, Krasnodar

*Abstract.* Taking into account the scale of the Earth and the size of its crust in the ocean zones, the semi-infinite Kirchhoff plates located on a deformable base were taken as lithospheric plates. The oceanic water layer, taking into account the scale, is described by the shallow water equations. Taking into account the tidal fluctuations on the Earth caused by Lunar attraction, the case of contact of lithospheric plates with the base at negligibly small tangential contact stresses and low-frequency harmonic vertical influences is investigated. The described problem is considered in a four-block structure, in each block of which the corresponding boundary value problems are set. Using the block element method, the study is reduced to the study of a system of functional equations that allow identifying the conditions for the occurrence of a starting earthquake. The consequences of the initial earthquake in this setting on the behavior of the liquid layer are investigated. Thanks to this method, it is theoretically shown that tsunami waves can occur in

Евдокимова Ольга Владимировна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: evdokimova.olga@mail.ru.

Бабешко Ольга Мефодиевна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: babeshko49@mail.ru.

Мухин Алексей Сергеевич, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник Кубанского государственного университета; e-mail: muhin@mail.kubsu.ru.

Телятников Илья Сергеевич, канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник лаборатории математики и механики Южного научного центра РАН; e-mail: ilux\_t@list.ru.

Лозовой Виктор Викторович, канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: niva\_kgu@mail.ru.

Зарецкий Александр Георгиевич, студент Кубанского государственного университета; e-mail: sam\_one@mail.ru.

Уафа Самир Баширович, младший научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: uaafa70@mail.ru.

Отдельные фрагменты работы выполнены в рамках реализации Госзадания на 2021 г. Минобрнауки (проект FZEN-2020-0020), ЮНЦ РАН (проект 00-20-13) № госрег. 01201354241, и при поддержке грантов РФФИ (19-41-230003, 19-41-230004, 19-48-230014).

the zone of the epicenter of an earthquake. Currently, there are expanded opportunities for a more in-depth study of the possibility of predicting a tsunami in connection with the creation of a new universal modeling method based on the fractal properties of packed block elements. This approach complements the modeling of lithospheric plates with materials of complex rheology with new capabilities.

*Keywords:* tsunami, block element method, external forms, functional equations, new universal modeling method.

## Введение

Исследованию проблем моделирования происхождения, развития распространения и воздействия на прибрежные объекты цунами посвящено большое количество работ. Небольшая часть из них приведена в [1–23].

В работе [24] для исследования цунами впервые применен метод блочного элемента, который позволил строго математически моделировать это событие. В работах [25–28] разработаны новые универсальные методы моделирования, позволяющие обнаруживать свойства процессов и явлений, которые не всегда доступны для выявления иными, в том числе численными методами.

## 1. Постановка задачи

Считаем, что жидкость идеальная несжимаемая, а процесс — безвихревой. Уравнения мелкой воды не предполагают зависимости процесса от вертикальной координаты. Считаем, что на слой жидкости и плиты действуют внешние гармонические во времени силы, направленные вертикально. В локальной системе координат  $x_1x_2x_3$  с началом в плоскости  $x_1x_2$ , совпадающей со срединной плоскостью пластины, осью  $ox_3$ , направленной вверх по нормали к пластине, осью  $ox_1$ , направленной по касательной к границе разлома, осью  $ox_2$  — по нормали к его границе. Область, занятая левой плитой, обозначается индексом  $\lambda$  и описывается соотношениями  $|x_1| \leq \infty$ ,  $x_2 \leq -\theta$ , а занятая правой — индексом  $r$  и координатами  $|x_1| \leq \infty$ ,  $\theta \leq x_2$ . Для твердых литосферных плит уравнение Кирхгофа для фрагментов  $b$ ,  $b = \lambda, r$ , занимающих области  $\Omega_b$  с границами  $\partial\Omega_b$ , при вертикальных гармонических воздействиях напряжением  $t_{3b}e^{-i\omega t}$  сверху и  $g_{3b}e^{-i\omega t}$  снизу после исключения временного параметра имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_b(\partial x_1, \partial x_2)u_{3b} + \varepsilon_{53b}(t_{3b} - g_{3b}) &\equiv \\ &\equiv \left( \frac{\partial^4}{\partial x_1^4} + 2\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^4}{\partial x_2^4} - \varepsilon_{43b} \right) u_{3b} + \\ &+ \varepsilon_{53b}(g_{3b} - t_{3b}) = 0, \end{aligned}$$

$$R_b(-i\alpha_1, -i\alpha_2)U_{3b} = [(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^2 - \varepsilon_{43b}] U_{3b},$$

$$U_{3b} = \mathbf{F}_2 u_{3b}, \quad G_{3b} = \mathbf{F}_2 g_{3b}, \quad T_{3b} = \mathbf{F}_2 t_{3b},$$

$$b = \lambda, r,$$

$$m_b = -D_{b1} \left( \frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_2^2} + \nu_b \frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_1^2} \right) = f_{3b}(\partial\Omega_b),$$

$$D_{b1} = \frac{D_b}{H^2}, \quad D_{b2} = \frac{D_b}{H^3}, \quad x_{k0} = Hx_k,$$

$$k = 1, 2,$$

$$q_b = -D_{b2} \left( \frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_2^3} + (2 - \nu_b) \frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_1^2 \partial x_2} \right) = f_{4b}(\partial\Omega_b),$$

$$u_{3b} = f_{1b}(\partial\Omega_b), \quad \frac{\partial u_{3b}}{H \partial x_2} = f_{2b}(\partial\Omega_b),$$

$$D_b = \frac{E_b h_b^3}{12(1 - \nu_b^2)},$$

$$\varepsilon_{43b} = \omega^2 \rho_b \frac{(1 - \nu_b^2) 12 H^4}{E h_b^2},$$

$$\varepsilon_{53b} = \frac{(1 - \nu_b^2) 12 H^4}{E_b h_b^3}, \quad \varepsilon_6^{-1} = \frac{(1 - \nu) H}{\mu}.$$

Здесь для пластин приняты обозначения:  $\nu_b$  — коэффициент Пуассона,  $E_b$  — модуль Юнга,  $h_b$  — толщины пластин,  $\rho_b$  — плотность,  $\omega$  — частота колебаний.  $g_{3b}$ ,  $t_{3b}$  — значения контактных напряжений со стороны основания и давлений на пластины слоя жидкости сверху, действующих вдоль оси  $x_3$  в области  $\Omega_b$ ;  $\mathbf{F}_2 \equiv \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)$  и  $\mathbf{F}_1 \equiv \mathbf{F}_1(\alpha_1)$  — двумерный и одномерный операторы преобразования Фурье соответственно,  $m_b$  и  $q_b$  — изгибающий момент и перерезывающая сила;  $f_1(\partial\Omega_b)$  — вертикальное перемещение на границе;  $f_2(\partial\Omega_b)$  — угол поворота срединной плоскости вокруг оси  $x_1$ , в системе координат  $x_1ox_2$ ;  $h_b$  — толщины пластин,  $H$  — размерный параметр подложки, например, толщина слоя.

Поведение блочного элемента, которым является слой толщины  $H_1$  несжимаемой жидкости  $\Omega_0$  на океанической литосферной

плите, описывается уравнениями мелкой воды следующего вида

$$p = \left( i\omega\rho\phi + \rho g \frac{ih_b}{\omega H_1^2} \Delta\phi \right) e^{-i\omega t} - w e^{-i\omega t}.$$

Здесь  $p$  — давление в слое жидкости,  $\rho$  — плотность жидкости,  $H_1$  — толщина слоя жидкости,  $g$  — ускорение свободного падения,  $\phi$  — потенциал скоростей в жидкости,  $w$  — внешнее воздействие на слой. Учитывая, что на верхней границе литосферной плиты на нее оказывается давление слоя жидкости, с учетом взятой модели необходимо принять

$$t_{3b} = p \text{ и } u_{3b} = \frac{h_b}{i\omega H_1^2} \Delta\phi_b.$$

В результате дифференциальное уравнение относительно потенциала скоростей принимает вид

$$\Delta^3\phi_b + (\varepsilon_{53b}\rho g - \varepsilon_{43b})\Delta\phi_b + \varepsilon_{53b}\rho \frac{\omega^2 H_1^2}{h_b} \phi_b - i\varepsilon_{53b} \frac{\omega H_1^2}{h_b} (g_{3b} - w_b) = 0.$$

Для использования метода блочного элемента необходимо применить его алгоритм, включающий этапы внешней алгебры, внешнего анализа и фактор-топологии. Погрузив граничную задачу в топологическую структуру, индуцированную евклидовой метрикой введенной декартовой системы координат, получаем функциональные уравнения вида

$$N_b(\alpha_1, \alpha_2)\Phi_b(\alpha_1, \alpha_2) = \int_{\partial\Omega_b} \omega_b(\alpha_1, \alpha_2) + S_b(\alpha_1, \alpha_2),$$

$$N_b(\alpha_1, \alpha_2) = (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^3 + (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)(\varepsilon_{53b}\rho g - \varepsilon_{43b}) - \varepsilon_{53b} R_b,$$

$$S_b(\alpha_1, \alpha_2) = i\varepsilon_{53b} \frac{\omega H_1^2}{h_b} \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)(g_{3b} - w_b),$$

$$\Phi_b(\alpha_1, \alpha_2) = \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)\phi_b, \quad R_b = \rho \frac{\omega^2 H_1^2}{h_b}.$$

Заметим, что в условиях мелкой воды потенциал скоростей зависит от зон каждой литосферной плиты. Внешняя форма для левой

плиты имеет вид

$$\begin{aligned} \omega_\lambda(\alpha_1, \alpha_2) = & e^{i(\alpha_1 x_1 - \alpha_2 \theta_2)} \left[ \frac{\partial^5 \phi}{\partial x_2^5} - i\alpha_2 \frac{\partial^4 \phi}{\partial x_2^4} - \right. \\ & - (\alpha_2^2 + 3\alpha_1^2) \frac{\partial^3 \phi}{\partial x_2^3} + (i\alpha_2^3 + 3\alpha_2 \alpha_1^2) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_2^2} + \\ & + (\alpha_2^4 + 3\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \varepsilon_{53b}\rho g - \varepsilon_{43b}) \frac{\partial \phi}{\partial x_2} - \\ & - \langle i\alpha_2^5 + 3i\alpha_2^3 \alpha_1^2 + i\alpha_2 3\alpha_1^4 + \\ & \left. + i\alpha_2(\varepsilon_{53b}\rho g - \varepsilon_{43b}) \rangle \phi \right] dx_1. \end{aligned}$$

Аналогично для правой

$$\begin{aligned} \omega_r(\alpha_1, \alpha_2) = & -e^{i(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 \theta_2)} \left[ \frac{\partial^5 \phi}{\partial x_2^5} - i\alpha_2 \frac{\partial^4 \phi}{\partial x_2^4} - \right. \\ & - (\alpha_2^2 + 3\alpha_1^2) \frac{\partial^3 \phi}{\partial x_2^3} + (i\alpha_2^3 + 3\alpha_2 \alpha_1^2) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_2^2} + \\ & + (\alpha_2^4 + 3\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \varepsilon_{53b}\rho g - \varepsilon_{43b}) \frac{\partial \phi}{\partial x_2} - \\ & - \langle i\alpha_2^5 + 3i\alpha_2^3 \alpha_1^2 + i\alpha_2 3\alpha_1^4 + \\ & \left. + i\alpha_2(\varepsilon_{53b}\rho g - \varepsilon_{43b}) \rangle \phi \right] dx_1. \end{aligned}$$

Коэффициенты функционального уравнения — функции  $N_b(\alpha_1, \alpha_2)$  имеют по три корня  $\alpha_{2n+}$ ,  $n = 1, 2, 3$  в верхней  $\Omega_+$  и  $\alpha_{2n-}$ ,  $n = 1, 2, 3$  нижней  $\Omega_-$  полуплоскостях по параметру  $\alpha_2$  вида

## 2. Метод решения

Внося во внешние формы значения входных параметров граничных задач, получаем следующие их представления для левой плиты

$$\begin{aligned} \omega_\lambda(\alpha_1, \alpha_2) = & -e^{-i\alpha_2 \theta} \{ B_{1\lambda}(\alpha_1, \alpha_2) Q_\lambda(\alpha_1, -\theta) + \\ & + B_{2\lambda}(\alpha_1, \alpha_2) M_\lambda(\alpha_1, -\theta) + \\ & + B_{3\lambda}(\alpha_1, \alpha_2) U_{3\lambda\partial x_2}(\alpha_1, -\theta) + \\ & + B_{4\lambda}(\alpha_1, \alpha_2) U_{3\lambda}(\alpha_1, -\theta) + \\ & + B_{5\lambda}(\alpha_1, \alpha_2) P(\alpha_1, -\theta) + \\ & + B_{6\lambda}(\alpha_1, \alpha_2) V_\lambda((\alpha_1, -\theta)) \}, \end{aligned}$$

$$Q_\lambda(\alpha_1, -\theta) = \mathbf{F}_1(\alpha_1) q_\lambda(x_1, -\theta),$$

$$M_\lambda(\alpha_1, -\theta) = \mathbf{F}_1(\alpha_1) m_\lambda(x_1, -\theta).$$

$$U_{3\lambda\partial x_2}(\alpha_1, -\theta) = \mathbf{F}_1(\alpha_1) u_{3\lambda\partial x_2}(x_1, -\theta),$$

$$U_{3\lambda}(\alpha_1, -\theta) = \mathbf{F}_1(\alpha_1) u_{3\lambda}(x_1, -\theta),$$

$$P(\alpha_1, -\theta) = \mathbf{F}_1(\alpha_1) p_\lambda(x_1, -\theta),$$

$$V_\lambda(\alpha_1, -\theta) = \mathbf{F}_1(\alpha_1) v_\lambda(x_1, -\theta).$$

и для правой

$$K(\alpha_1, \alpha_2, 0) = O(A^{-1}),$$

$$\begin{aligned} \omega_r(\alpha_1, \alpha_2) = & e^{i\alpha_2\theta} \{ B_{1r}(\alpha_1, \alpha_2)Q_r(\alpha_1, \theta) + \\ & + B_{2r}(\alpha_1, \alpha_2)M_r(\alpha_1, \theta) + \\ & + B_{3r}(\alpha_1, \alpha_2)U_{3r\partial x_2}(\alpha_1, \theta) + \\ & + B_{4r}(\alpha_1, \alpha_2)U_{3r}(\alpha_1, \theta) + \\ & + B_{5r}(\alpha_1, \alpha_2)P(\alpha_1, \theta) + \\ & + B_{6r}(\alpha_1, \alpha_2)V_r(\alpha_1, \theta) \}, \end{aligned}$$

$$Q_r(\alpha_1, \theta) = \mathbf{F}_1(\alpha_1)q_r(x_1, \theta),$$

$$M_r(\alpha_1, \theta) = \mathbf{F}_1(\alpha_1)m_r(x_1, \theta),$$

$$U_{3r\partial x_2}(\alpha_1, \theta) = \mathbf{F}_1(\alpha_1)u_{3r\partial x_2}(x_1, \theta),$$

$$U_{3r}(\alpha_1, \theta) = \mathbf{F}_1(\alpha_1)u_{3r}(x_1, \theta),$$

$$P(\alpha_1, \theta) = \mathbf{F}_1(\alpha_1)p_r(x_1, \theta),$$

$$V_r(\alpha_1, \theta) = \mathbf{F}_1(\alpha_1)v_r(x_1, \theta).$$

Здесь  $B_{kb}(\alpha_1, \alpha_2)$ ,  $k = 1, 2, \dots, 6$ ,  $b = \lambda, r$ , являются полиномами параметров  $\alpha_1, \alpha_2$  порядка, не выше пятого, ради краткости, они опущены.

Связь между граничными напряжениями и перемещениями на поверхности упругой среды, на которой находятся плиты, имеет вид

$$\begin{aligned} u_{3m}(x_1, x_2) = & \varepsilon_6^{-1} \sum_{n=1}^2 \iint_{\Omega_n} k(x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2) g_{3n}(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2, \end{aligned}$$

$$x_1, x_2 \in \Omega_m, m = 1, 2, 3,$$

$$u_{31} = u_{3\lambda}, \quad u_{32} = g_{3r}, \quad u_{33} = u_{3\theta},$$

$$g_{31} = g_{3\lambda}, \quad g_{32} = g_{3r},$$

$$\Omega_1 \equiv \Omega_\lambda(|x_1| \leq \infty; x_2 \leq -\theta),$$

$$\Omega_2 \equiv \Omega_r(|x_1| \leq \infty; \theta \leq x_2),$$

$$\Omega_3 \equiv \Omega_\theta(|x_1| \leq \infty; -\theta \leq x_2 \leq \theta).$$

или

$$\begin{aligned} u_{3m}(x_1, x_2) = & \frac{1}{4\pi^2\varepsilon_6} \sum_{n=1}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K(\alpha_1, \alpha_2) G_{3n}(\alpha_1, \alpha_2) \times \\ & \times e^{-i(\alpha, \mathbf{x})} d\alpha_1 d\alpha_2, \end{aligned}$$

$$K(\alpha_1, \alpha_2) = \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)k(x_1, x_2),$$

$$\langle \alpha, \mathbf{x} \rangle = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2,$$

$$A = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2} \rightarrow \infty.$$

$K(\alpha_1, \alpha_2, x_3)$  — аналитическая функция двух комплексных переменных  $\alpha_k$ , в частности, мероморфная. Построенные соотношения без труда позволяют построить псевдодифференциальные уравнения для обоих случаев  $\theta$ , которые выполнены в [24]. Методы решения псевдодифференциальных уравнений детально изложены в [24] и здесь не повторяются.

### 3. Результат решения

При исследовании решения первого уравнения ( $\theta > 0$ ) доказано, что имеют место следующие свойства контактных напряжений между плитами и основанием.

$$g_{3\lambda}(x_1, x_2) = \sigma_{1\lambda}(x_1, x_2)(-x_2 - \theta)^{-1/2},$$

$$x_2 < -\theta,$$

$$g_{3r}(x_1, x_2) = \sigma_{1r}(x_1, x_2)(x_2 - \theta)^{-1/2},$$

$$x_2 > \theta.$$

Здесь  $\sigma_{1b}(x_1, x_2)$ ,  $b = \lambda, r$  непрерывные по обоим координатам функции. Обращение второго уравнения при  $\theta = 0$  строится традиционным методом Винера–Хопфа и приводит при  $x_2 \rightarrow 0$  к следующим свойствам решений

$$\begin{aligned} g_{3\lambda}(x_1, x_2) \rightarrow & \sigma_{2\lambda}(x_1, x_2)x_2^{-1} + \\ & + \sigma_{3\lambda}(x_1, x_2) \ln |x_2| + \sigma_{4\lambda}(x_1, x_2) \operatorname{sgn} x_2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_{3r}(x_1, x_2) \rightarrow & \sigma_{2r}(x_1, x_2)x_2^{-1} + \\ & + \sigma_{3r}(x_1, x_2) \ln |x_2| + \sigma_{4r}(x_1, x_2) \operatorname{sgn} x_2. \end{aligned}$$

Функции  $\sigma_{nb}(x_1, x_2)$ ,  $b = \lambda, r$ ;  $n = 2, 3, 4$  непрерывны по обоим параметрам.

Таким образом, первые члены в правой части содержат сингулярные члены, что свидетельствует о разрушении среды и стартовом землетрясении.

#### 4. О новом подходе в моделировании

В последнее время разработаны новые методы моделирования подобных задач, включающие возможность моделирования литосферных плит материалами более сложной реологии. Этот подход опирается на применение в граничных задачах к системам дифференциальных уравнений в частных производных преобразования Галеркина, сводящего систему таких уравнений к отдельным уравнениям [25–28].

Продемонстрируем применение преобразования Галеркина на примере двумерной системы уравнений Ламе. Для удобства применения преобразования Галеркина, запишем трехмерные уравнения Ламе в следующей форме [25–28]:

$$\mu \Delta \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{u} = 0.$$

Следуя [3], введем обозначения

$$\begin{aligned} L_{mn}(u_n) = 0, \quad L_{mn} = \delta_{mn} \Delta + \sigma \partial_m^2 \partial_n^2, \\ m, n = 1, 2, 3, \\ \sigma = \mu^{-1}(\lambda + \mu), \quad \partial_m^h = \partial^h / \partial x_m^h, \end{aligned}$$

$\delta_{ij}$  — символ Кронекера.

Осуществим преобразование Галеркина, положив

$$\begin{aligned} u_1 &= \begin{pmatrix} \chi_1 & L_{12} & L_{13} \\ \chi_2 & L_{22} & L_{23} \\ \chi_3 & L_{32} & L_{33} \end{pmatrix}, \\ u_2 &= \begin{pmatrix} L_{11} & \chi_1 & L_{13} \\ L_{21} & \chi_2 & L_{23} \\ L_{21} & \chi_3 & L_{33} \end{pmatrix}, \\ u_3 &= \begin{pmatrix} L_{11} & \chi_1 & L_{13} \\ L_{21} & \chi_2 & L_{23} \\ L_{21} & \chi_3 & L_{33} \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

и затем внесем эти определители в систему уравнений. Обозначим  $T_i = \Delta \chi_i$ , и осуществим упрощения. В результате приводим систему к бигармоническим уравнениям, имеющим вид  $\Delta \Delta T_i = 0$ , относительно функций Галеркина  $T_i$ . Здесь  $\Delta$  — двумерный оператор Лапласа.

Дополнительным исследованием определяются граничные условия для функций  $T_i$ , исходя из первоначальных, заданных для системы уравнений.

Аналогичным преобразованием Галеркина строятся скалярные, то есть не связанные, отдельные дифференциальные уравнения для практически всех систем уравнений

механики деформируемого твердого тела и гидромеханики, электромагнитных эффектов, теории поля и других наук. В излагаемом подходе, при применении преобразования Галеркина требуется построить граничные условия для функций полученных скалярных уравнений. Они должны вытекать из первоначально заданных граничных условий. Кроме этого, возможно наличие некоторых зависимостей между функциями Галеркина. С этими проблемами встречаются исследователи, применяющие как аналитические, так и численные методы. Метод блочного элемента позволяет решать эти проблемы. При исследовании граничной задачи для уравнения  $\Delta \Delta T_i = 0$  в более сложных областях имеются разные подходы. Прямой метод дает решение граничной задачи наиболее компактными формулами. Однако они оказываются достаточно сложными для анализа решения.

Метод расщепления операторов представляет решение граничной задачи для системы уравнений разложенным по решениям некоторых граничных задач, которые требуют дополнительных преобразований граничных условий.

Наиболее простым в представлении решения исходной граничной задачи является метод подстановок, восходящий к теореме Боджо [25–28], которая утверждает, что самым общим решением уравнения

$$D_1 D_2 \dots D_{n-1} D_n \phi = 0,$$

где  $D_k, k = 1, 2, \dots, n$  — некоторые операторы, является функция

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_{n-1} + \phi_n,$$

если функции  $\phi_m$  удовлетворяют уравнениям

$$D_m \phi_m = 0, \quad m = 1, 2, \dots, n.$$

Таким образом, можно решить граничные задачи для уравнений Лапласа с произвольными граничными условиями, а затем одним из методов удовлетворения граничным условиям [25–28] решить исходную задачу.

#### Выводы

Таким образом, и в четырехблочной структуре, содержащей слой жидкости, имеет место стартовое землетрясение, как и при отсутствии этого слоя.

Для более точного исследования параметров прогноза цунами необходимо рассмотреть случаи подготовки этого события с учетом литосферных плит сложной реологии.

## Литература

1. *Gonzalez F.I., Kulikov Ye.A.* Tsunami dispersion observed in the deep ocean. In: *Tsunamis in the World*. Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 1993. P. 7–16.
2. *Бернштейн В.А.* Цунами и рельеф океанического дна. Новосибирск: Наука, 1972. 142 с.
3. *Гарагаш И.А., Лобковский Л.И., Козырев О.Р., Мазова Р.Х.* Генерация и накат волн цунами при сходе подводного оползня // *Океанология*. 2003. Т. 43. № 2. С. 185–193.
4. *Гардер О.И., Долина И.С., Пелиновский Е.Н., Поплавский А.А., Фридман В.Е.* Генерация волн цунами гравитационными литодинамическими процессами. В сб.: *Исследования цунами*, № 5. М.: РАН, 1993. С. 50–60.
5. *Го Ч.Н.* О статистическом изучении распределения высот волн цунами вдоль побережья. В сб.: *Геодинамика тектоносферы зоны сочленения Тихого океана с Евразией*. Южно-Сахалинск: ИМГиГ ДВО РАН, 1997. С. 73–79.
6. *Го Ч.Н., Кайстренко В.М., Симонов К.В.* О возможности локального долгосрочного прогноза цунами. В сб.: *Оперативный и долгосрочный прогноз цунами*. Владивосток: ДВНЦ АН СССР, 1983. С. 150–162.
7. *Го Ч.Н., Кайстренко В.М., Симонов К.В., Соколова С.Е.* О прогнозе сильного цунами на Южных Курильских островах. В сб.: *Сообщение «Состояние исследований и разработок по созданию ЕАСЦ»*: Тез. докл. Обнинск, 1985. С. 119–122.
8. *Григораш З.К., Корнева Л.А.* Исследование спектральных характеристик мареограмм и определение по ним полной энергии цунами. В сб.: *Теоретические и экспериментальные исследования по проблеме цунами*. М.: Наука, 1977. С. 165–171.
9. *Джумагалиев В.А., Куликов Е.А., Соловьев С.Л.* Анализ колебаний уровня в Малокурильской бухте, вызванных цунами 16 февраля 1991 г. // *Известия АН. Физика атмосферы и океана*. 1993. Т. 29. № 6. С. 848–854.
10. *Дыхан Б.Д., Жак В.М., Куликов Е.А. и др.* Первая регистрация цунами в открытом океане // *Докл. АН СССР*. 1981. Т. 257. № 5. С. 1088–1092.
11. *Жак В.М., Соловьев С.Л.* Дистанционная регистрация слабых волн типа цунами на шельфе Курильских островов // *Докл. АН СССР*. 1971. Т. 198. № 4. С. 816–817.
12. *Иващенко А.И.* О повторяемости сильных цунами в северо-западной части Тихого океана за последние 50 лет. В сб.: *Волны цунами*. Труды СахКНИИ. Вып. 29, Южно-Сахалинск, 1972. С. 208–216.
13. *Куликов Е.А.* Измерение уровня океана и прогноз цунами // *Метеорология и гидрология*. 1990. № 6. С. 61–68.
14. *Куликов Е.А., Медведев П.П., Лаппо С.С.* Регистрация из космоса цунами 26 декабря 2004 г. в Индийском океане // *ДАН*. 2005. Т. 401. № 4. С. 537–542.
15. *Altinok Y., Alpar B., Ersoy S., Yalciner A.C.* Tsunami generation of the Kocaeli Earthquake (August 17th, 1999) in the Izmit Bay: Coastal observations, bathymetry and seismic data // *Turkish J. Marine Sciences*. 1999. Vol. 5. Iss. 3. P. 131–148.
16. *Assier-Rzadkiewicz S., Heinrich P., Sabatier P.C., Savoye B., Bourillet J.F.* Numerical modelling of landslide-generated tsunami: The 1979 Nice event // *Pure Appl. Geophys.* 2000. Vol. 157. P. 1707–1727.
17. *Bernard E.N.* Program aims to reduce impact of tsunamis on Pacific states // *Earth in Space*. 1998. Vol. 11. Iss. 2. P. 1–16.
18. *Clague J.J.* Tsunamis. In: Brooks G.R. (ed.) *A Synthesis of Geological Hazards in Canada*. Geological Survey of Canada. Bull. 2001. Vol. 548. P. 27–42.
19. *Dunbar D.S., LeBlond P.H., Murty T.S.* Evaluation of tsunami amplitudes for the Pacific coast of Canada // *Prog Oceanogr.* 1991. Vol. 26A. P. 115–177.
20. *Dunbar D.S., Harper J.R.* Numerical simulation of tsunamigenic submarine slope failure in the Fraser River Delta, British Columbia // *Marine Geodesy*. 1993. Vol. 16. P. 101–108.
21. *Filloux J.H.* Tsunami recorded on the open ocean floor // *Geophys. Res. Lett.* 1982. Vol. 9. Iss. 1. P. 25–28.
22. *Fine I.V., Rabinovich A.B., Thomson R.E., Kulikov E.A.* Numerical modeling of tsunami generated by submarine and subaerial landslides. In: *Submarine Landslides and Tsunamis*. Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 2003. P. 72–93.
23. *Gonzalez F.I., Bernard S.N., Milbern H.B., Castel D., Thomas J., Hemsley J.M.* The Pacific Tsunami Observation Program (PacTop) // *Proc. IUGG/IOC, Intern. Tsunami Symp.*, 1987. P. 3–19.
24. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* Метод блочного элемента в проблеме прогноза подготовки цунами // *ДАН*. 2019. Vol. 488. No. 3. С. 27–33. DOI: 10.1134/S1028335819090064
25. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* Об одном методе решения граничных задач динамической теории упругости в четвертьплоскости // *ПММ*. 2021. Т. 85. № 3. С. 275–282. DOI: 10.31857/S0032823521030024
26. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* Блочные элементы в граничных задачах для систем дифференциальных уравнений механики и физики в неклассических областях // *ДАН*. 2021. Т. 498. С. 33–39. DOI: 10.31857/S2686740021030032
27. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* Фрактальные свойства блочных элементов и новый универсальный метод моделирования // *ДАН*. 2021. Т. 499. С. 30–35. DOI:

10.31857/S2686740021040039

28. Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М. Метод блочного элемента в разложении решений сложных граничных задач механики // ДАН. 2020. Т. 495. С. 34–38. DOI: 10.31857/S2686740020060048

### References

- Gonzalez, F.I., Kulikov, Ye.A. Tsunami dispersion observed in the deep ocean. In: *Tsunamis in the World*. Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 1993, pp. 7–16.
- Bernshateyn, V.A. *Tsunami i rel'ef okeanicheskogo dna*. Nauka, Novosibirsk. 1972. (In Russian)
- Garagash, I.A., Lobkovskiy, L.I., Kozyrev, O.R., Mazova, R.Kh. Generatsiya i nakat voln tsunami pri skhode podvodnogo opolznya [Generation and rolling of tsunami waves during the descent of an underwater landslide]. *Okeanologiya* [Oceanology], 2003, vol. 43, no. 2, pp. 185–193. (In Russian)
- Garder, O.I., Dolina, I.S., Pelinovskiy, E.N., Poplavskiy, A.A., Fridman, V.E. Generatsiya voln tsunami gravitatsionnymi litodinamicheskimi protsessami [Generation of tsunami waves by gravitational lithodynamic processes]. In: *Issledovaniya tsunami, no. 5* [Tsunami Research, no. 5]. Rossiyskaya Akademiya nauk, Moscow, 1993, pp. 50–60. (In Russian)
- Go, Ch.N. O statisticheskom izuchenii raspredeleniya vysot voln tsunami vdol' poberezh'ya [On the statistical study of the distribution of tsunami wave heights along the coast]. In: *Geodinamika tektonosfery zony sochleneniya Tikhogo okeana s Evraziei* [Geodynamics of the tectosphere of the junction zone of the Pacific Ocean with Eurasia]. Institut morskoy geologii i geofiziki Dal'nevostochnogo otdeleniya Rossiyskoy akademii nauk, Yuzhno-Sakhalinsk, 1997, pp. 73–79. (In Russian)
- Go, Ch.N., Kaystrenko, V.M., Simonov, K.V. O vozmozhnosti lokal'nogo dolgosrochnogo prognoza tsunami [About the possibility of a local long-term tsunami forecast]. In: *Operativnyy i dolgosrochnyy prognoz tsunami* [Operational and long-term tsunami forecast]. Dal'nevostochnoe otdelenie Akademii nauk SSSR, Vladivostok, 1983, pp. 150–162. (In Russian)
- Go, Ch.N., Kaystrenko, V.M., Simonov, K.V., Sokolova, S.E. O prognoze sil'nogo tsunami na Yuzhnykh Kuril'skikh ostrovakh [About the forecast of a strong tsunami in the Southern Kuril Islands]. In: *Soveshchanie "Sostoyaniye issledovaniy i razrabotok po sozdaniyu EASTs": Tezisy dokladov* [Meeting "The state of research and development on the creation of automated control systems": Abstracts of reports]. Obninsk, 1985, pp. 119–122. (In Russian)
- Grigorash, Z.K., Korneva, L.A. Issledovanie spektral'nykh kharakteristik mareogramm i opredelenie po nim polnoy energii tsunami [Investigation of the spectral characteristics of the mareograms and determination of the total energy of the tsunami from them]. In: *Teoreticheskie i eksperimental'nye issledovaniya po probleme tsunami* [Theoretical and experimental studies on the tsunami problem]. Nauka, Moscow, 1977, pp. 165–171. (In Russian)
- Dzhumagaliev, V.A., Kulikov, E.A., Solov'ev, S.L. Analiz kolebaniy urovnya v Malokuril'skoy bukhte, vyzvannykh tsunami 16 fevralya 1991 g. [Analysis of level fluctuations in the Malokuril Bay caused by the tsunami on February 16, 1991]. *Izvestiya AN. Fizika atmosfery i okeana* [Izvestiya AN. Atmospheric and Ocean physics], 1993, vol. 29, no. 6, pp. 848–854. (In Russian)
- Dykhon, B.D., Zhak, V.M., Kulikov, E.A. et al. Pervaya registratsiya tsunami v otkrytom okeane [The first registration of a tsunami in the open ocean]. *Doklady AN SSSR* [Rep. of the USSR Academy of Sciences], 1981, vol. 257, no. 5, pp. 1088–1092. (In Russian)
- Zhak, V.M., Solov'ev, S.L. Distantcionnaya registratsiya slabykh voln tipa tsunami na shel'fe Kuril'skikh ostrovov [Remote registration of weak tsunami waves on the shelf of the Kuril Islands]. *Doklady AN SSSR* [Rep. of the USSR Academy of Sciences], 1971, vol. 198, no. 4, pp. 816–817. (In Russian)
- Ivashchenko, A.I. O povtoryaemosti sil'nykh tsunami v severo-zapadnoy chasti Tikhogo okeana za poslednie 50 let [On the recurrence of strong tsunamis in the Northwestern Pacific Ocean over the past 50 years]. In: *Volny tsunami. Trudy SakhKNII. Vyp. 29* [Tsunami waves. Proc. of the Sakhknii. Iss. 29]. Yuzhno-Sakhalinsk, 1972, pp. 208–216. (In Russian)
- Kulikov, E.A. Izmerenie urovnya okeana i prognoz tsunami [Ocean level measurement and tsunami forecast]. *Meteorologiya i gidrologiya* [Meteorology and hydrology], 1990, no. 6, pp. 61–68. (In Russian)
- Kulikov, E.A., Medvedev, P.P., Lappo, S.S. Registratsiya iz kosmosa tsunami 26 dekabrya 2004 g. v Indiyskom okeane [Registration from space of the tsunami on December 26, 2004 in the Indian Ocean]. *Doklady Akademii nauk* [Rep. of the Academy of Sciences], 2005, vol. 401, no. 4, pp. 537–542. (In Russian)
- Altinok, Y., Alpar, B., Ersoy, S., Yalciner, A.C. Tsunami generation of the Kocaeli Earthquake (August 17th, 1999) in the Izmit Bay: Coastal observations, bathymetry and seismic data. *Turkish J. Marine Sciences*, 1999, vol. 5, iss. 3, pp. 131–148.
- Assier-Rzadkiewicz, S., Heinrich, P., Sabatier, P.C., Savoye, B., Bourillet, J.F. Numerical modelling of landslide-generated tsunami: The 1979 Nice event. *Pure Appl. Geophys.*, 2000, vol. 157, pp. 1707–1727.
- Bernard, E.N. Program aims to reduce impact

- of tsunamis on Pacific states. *Earth in Space*, 1998, vol. 11, iss. 2, pp. 1–16.
18. Clague, J.J. Tsunamis. In: Brooks G.R. (ed.) *A Synthesis of Geological Hazards in Canada. Geological Survey of Canada. Bull.*, 2001, vol. 548, pp. 27–42.
  19. Dunbar, D.S., LeBlond, P.H., Murty, T.S. Evaluation of tsunami amplitudes for the Pacific coast of Canada. *Prog Oceanogr.*, 1991, vol. 26A, pp. 115–177.
  20. Dunbar, D.S., Harper, J.R. Numerical simulation of tsunamigenic submarine slope failure in the Fraser River Delta, British Columbia. *Marine Geodesy.*, 1993, vol. 16, pp. 101–108.
  21. Filloux, J.H. Tsunami recorded on the open ocean floor. *Geophys. Res. Lett.*, 1982, vol. 9, iss. 1, pp. 25–28.
  22. Fine, I.V., Rabinovich, A.B., Thomson, R.E., Kulikov, E.A. Numerical modeling of tsunami generated by submarine and subaerial landslides. In: *Submarine Landslides and Tsunamis*. Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 2003, pp. 72–93.
  23. Gonzalez, F.I., Bernard, S.N., Milbern, H.B., Castel, D., Thomas, J., Hemsley, J.M. The Pacific Tsunami Observation Program (PacTop). *Proc. IUGG/IOC, Intern. Tsunami Symp.*, 1987, pp. 3–19.
  24. Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M. Metod blochnogo elementa v probleme prognoza podgotovki tsunami [The block element method in the problem of forecasting the preparation of a tsunami]. *Doklady Akademii nauk* [Rep. of the Academy of Sciences], 2019, vol. 488, no. 3, pp. 27–33. DOI: 10.1134/S1028335819090064 (In Russian)
  25. Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M. Ob odnom metode resheniya granichnykh zadach dinamicheskoy teorii uprugosti v chetvert'ploskosti [On a method for solving boundary value problems of the dynamic theory of elasticity in a quarter plane]. *Prikladnaya matematika i mekhanika* [Applied Mathematics and Mechanics], 2021, vol. 85, no. 3, pp. 275–282. DOI: 10.31857/S0032823521030024 (In Russian)
  26. Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M. Blochnye elementy v granichnykh zadachakh dlya sistem differentsial'nykh uravneniy mekhaniki i fiziki v neklassicheskikh oblastiakh [Block elements in boundary value problems for systems of differential equations of mechanics and physics in non-classical fields] *Doklady Akademii nauk* [Rep. of the Academy of Sciences], 2021, vol. 498, pp. 33–39. DOI: 10.31857/S2686740021030032 (In Russian)
  27. Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M. Fraktal'nye svoystva blochnykh elementov i novyy universal'nyy metod modelirovaniya [Fractal properties of block elements and a new universal modeling method]. *Doklady Akademii nauk* [Rep. of the Academy of Sciences], 2021, vol. 499, pp. 30–35. DOI: 10.31857/S2686740021040039 (In Russian)
  28. Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M. Metod blochnogo elementa v razlozhenii resheniy slozhnykh granichnykh zadach mekhaniki [The block element method in the decomposition of solutions to complex boundary value problems of mechanics]. *Doklady Akademii nauk* [Rep. of the Academy of Sciences], 2020, vol. 495, pp. 34–38. DOI: 10.31857/S2686740020060048 (In Russian)

© Евдокимова О. В., Бабешко О. М., Мухин А. С., Телятников И. С., Лозовой В. В., Зарецкий А. Г., Уафа С. Б., 2021

Статья открытого доступа, распространяется по лицензии Creative Commons Attribution (CC BY) (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

Статья поступила 18 сентября 2021 г.

*Цитирование:* Евдокимова О.В., Бабешко О.М., Мухин А.С., Телятников И.С., Лозовой В.В., Зарецкий А.Г., Уафа С.Б. Новые методы в проблеме прогноза цунами // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2021. Т. 18. № 3. С. 33–40. DOI 10.31429/vestnik-18-3-33-40

*Citation:* Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M., Mukhin, A.S., Telyatnikov, I.S., Lozovoy, V.V., Zaretsky, A.G., Uafa, S.B. New methods in the problem of tsunami forecasting. *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2021, vol. 18, no. 3, pp. 33–40. (In Russian) DOI 10.31429/vestnik-18-3-33-40