Механика

УДК 539.3

DOI: 10.31429/vestnik-18-3-23-32

НЕКОТОРЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ СУБДУКЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ

Бабешко О. М., Евдокимова О. В., Плужник А. В., Горшкова Е. М., Коваленко М. М., Бушуева О. А., Уафа Г. Н.

Рассматривается проблема о возникновении стартовых землетрясений в зонах субдукции. Субдукция — явление движения океанической литосферной плиты под континентальную. В условиях субдукции литосферные плиты испытывают определенные физические изменения. Например, океаническая литосферная плита на определенной глубине оплавляется снизу и может скользит. В работе рассмотрено возникновение стартовых землетрясений в предположении, что литосферные плиты имеют разные контактные условия, находясь на жестком основании в зоне субдукции. Оплавленная литосферная плита не имеет касательных контактных напряжений, а океаническая — жестко соединена с основанием. Известно, что не все землетрясения, случающиеся в океане, вызывают волны цунами. Например, имели место случаи, когда очень сильное землетрясение в океане не порождало волны цунами. В то же время, достаточно слабое может вызвать цунами. В процессе субдукции проиходят изменения реологических свойств самих литосферных плит или отколовшихся фрагментов плит в зоне Беньофа. Методом блочного элемента исследуется возникновение стартового землетрясения и особенности его последствий. В настоящее время разработаны новые методы моделирования поведения решений граничных задач для сред сложных реологий, которые применимы и в настоящих задачах. Примеры применения этих возможностей обсуждаются в работе.

Ключевые слова: субдукция, цунами, литосферные плиты, метод блочного элемента, стартовое землетрясение, новые методы моделирования.

SOME MATHEMATICAL QUESTIONS OF THE SUBDUCTION PROCESSES

O. M. Babeshko[1], O. V. Evdokimova[2], A. V. Pluzhnik[2], E. M. Gorshkova[1], M. M. Kovalenko[2], O. A. Bushueva[1], G. N. Uafa[2]

[1] Kuban State University, Krasnodar
[2] Southern Scientific Center of the Russian Academy of Sciences, Rostov-on-Don

Abstract. The problem of the occurrence of initial earthquakes in subduction zones is considered. Subduction is the phenomenon of the movement of the oceanic lithospheric plate under the continental one. Under the conditions of subduction, the lithospheric plates experience certain physical changes. For example, an oceanic lithospheric plate at a certain depth melts from below and can slide. The paper considers the occurrence of initial earthquakes under the assumption that the lithospheric plates have different contact conditions, being on a rigid base in the subduction zone. The melted lithospheric plate has no tangential contact stresses, and the other, oceanic, is rigidly connected to the base. It is known that not all earthquakes that occur in the ocean cause tsunami waves. For example, there were cases when a very strong earthquake in the ocean

Бабешко Ольга Мефодиевна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: babeshko49@mail.ru.

Евдокимова Ольга Владимировна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: evdokimova.olga@mail.ru.

Плужник Андрей Валерьевич, младший научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: infocenter@kubsu.ru.

Горшкова Елена Михайловна, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: gem@kubsu.ru.

Коваленко Мария Михайловна, младший научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: akinina_mm@mail.ru.

Бушуева Ольга Алексеевна, студентка магистратуры факультета компьютерных технологий и математики Кубанского государственного университета; e-mail: olyabushuyeva@gmail.com.

Уафа Галина Николаевна, инженер-исследователь Южного научного центра РАН; e-mail: uafa70@mail.ru.

Отдельные фрагменты работы выполнены в рамках реализации Госзадания на 2021 г. Минобрнауки (проект FZEN-2020-0020), ЮНЦ РАН (проект 00-20-13) № госрег. 01201354241, и при поддержке грантов РФФИ (19-41-230003, 19-41-230004, 19-48-230014).

did not generate tsunami waves. At the same time, a sufficiently weak one can cause a tsunami. In the process of subduction, there are changes in the rheological properties of the lithospheric plates themselves, or the broken fragments of plates in the Benioff zone. The block element method is used to investigate the occurrence of the initial earthquake and the peculiarity of its consequences. Currently, new modeling methods have been developed. Behaviors of solutions of boundary value problems for environments of complex rheologies, which are also applicable in real problems. Examples of the use of these features are discussed in the work.

Keywords: subduction, tsunami, lithospheric plates, block element method, initial earthquake, new modeling methods.

Введение

Проблемы субдукционных процессов изучаются в тесной связи с цунами, происходящими в прибрежной зоне Беньофа, но имеющими свою специфику. Если цунами — длинные волны, сформировавшиеся вдали от береговой линии суши, то прибрежные цунами — это продут субдукции.

В большинстве случаев они формируются как результат подводных оползней, также являющихся подвижками литосферных плит, вызывающих стартовые землетрясения. Именно эти типы цунами можно относить к результатам субдукции [1–21]. В работе развиваются методы стартовых землетрясений для разнотипных литосферных плит и при разных условиях контакта с основаниями, а также обсуждаются вопросы моделирования изменения их реологических свойств, обобщающих ранее полученные методом блочного элемента результаты. Однако в процессе решения этих задач возник вопрос о возможности уточнения свойств литосферных плит на предмет учета их реологических свойств. Для решения этой и других проблем авторами разработаны новые методы решения сложных граничных задач в неклассических областях, описываемых системами бифференциальных уравнений в частных производных. Это достигается привлечением известных результатов о разложении решений систем дифференциальных уравнений преобразованием Галеркина или методом потенциалов по решениям более простых отдельных уравнений.

Авторам удалось использовать эти разложения для решения граничных задач в неклассических областях [22–26]. Разработаны два резных подхода, более или менее эффективных в зависимости от рассматриваемых граничных задач. Один из них обсуждается в работе.

1. Постановка задачи

Считаем, что литосферные плиты в статических условиях лежат на деформируемом основании и представляют собой полубесконечные пластины Кирхгофа в форме полуплоскостей, границы которых параллельны и находятся на дистанции 2θ, $\theta \geqslant 0$, друг от друга, причем каждая обладает индивидуальными механическими свойствами. Аналогично рассматривается и случай гармонических воздействий от приливных явлений. Примем оси координат $x_1 o x_2$ лежащими в плоскости пластин, а ось x_3 — направленной по внешней нормали к основанию. Рассмотрим случай статических воздействий на поверхность пластин, из которых левая, имеющая индекс $b = \lambda$, контактирует с основанием без трения, а правая, имеющая индекс $b = r$, жестко соединена с основанием.

Введем обозначения

$$\mathbf{R}_b\left(\partial x_1, \partial x_2\right) \mathbf{u}_b = \begin{Vmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} & 0 \\ \psi_{21} & \psi_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \psi_{33} \end{Vmatrix},$$

$$\psi_{11} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \varepsilon_{1b}\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right) u_{1b},$$

$$\psi_{22} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \varepsilon_{1b}\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\right) u_{2b},$$

$$\psi_{33} = \left(\frac{\partial^4}{\partial x_1^4} + 2\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^4}{\partial x_2^4}\right) u_{3b},$$

$$\psi_{12} = \left(\varepsilon_{2b}\frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2}\right) u_{2b},$$

$$\psi_{21} = \left(\varepsilon_{2b}\frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2}\right) u_{1b}.$$

Тогда уравнения граничных задач для пластин представимы в виде

$$\mathbf{R}_b\left(\partial x_1, \partial x_2\right) \mathbf{u}_b - \mathbf{s}_b(x_1, x_2) = 0, \quad b = \lambda, r.$$

Здесь каждая пластина рассматривается как многообразие с краем, где $\mathbf{u}_b = \{u_{1b}, u_{2b}, u_{3b}\}$ — вектор перемещения точек пластин по горизонтальным u_{1b}, u_{2b} и вертикальным u_{3b} направлениям срединной плоскости.

Преобразование Фурье дифференциальной части системы уравнений имеет вид

$$\mathbf{R}_b(-i\alpha_1, -i\alpha_2)\mathbf{U}_b = -\begin{Vmatrix} \xi_{11} & \xi_{12} & 0 \\ \xi_{21} & \xi_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \xi_{33} \end{Vmatrix},$$

$$\xi_{11} = (\alpha_1^2 + \varepsilon_{1b}\alpha_2^2)U_{1b},$$

$$\xi_{22} = (\alpha_2^2 + \varepsilon_{1b}\alpha_1^2)U_{2b},$$

$$\xi_{33} = -(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^2 U_{3b},$$

$$\xi_{12} = \varepsilon_{2b}\alpha_1\alpha_2 U_{2b}, \quad \xi_{21} = \varepsilon_{2b}\alpha_1\alpha_2 U_{1b},$$

$$\mathbf{U}_b = \mathbf{F}\mathbf{u}_b, \quad \mathbf{G}_b = \mathbf{F}\mathbf{g}_b \quad \mathbf{T}_b = \mathbf{F}\mathbf{t}_b,$$

$$\mathbf{u}_b = \{u_{1b}, u_{2b}, u_{3b}\}, \quad \mathbf{g}_b = \{g_{1b}, g_{2b}, g_{3b}\},$$

$$\mathbf{t}_b = \{t_{1b}, t_{2b}, t_{3b}\},$$

$$\mathbf{U}_b = \mathbf{F_2}\mathbf{u}_b, \quad \mathbf{G}_b = \mathbf{F_2}\mathbf{g}_b, \quad \mathbf{T}_b = \mathbf{F_2}\mathbf{t}_b$$

$$b = \lambda, r,$$

$$M_b = -D_{b1}\left(\frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_2^2} + \nu_b \frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_1^2}\right),$$

$$D_{b1} = \frac{D_b}{H^2}, \quad D_{b2} = \frac{D_b}{H^3},$$

$$Q_b = -D_{b2}\left(\frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_2^3} + (2 - \nu_b)\frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_1^2 \partial x_2}\right),$$

$$u_{3b}, \quad \frac{\partial u_{3b}}{H\partial x_2},$$

$$D_b = \frac{E_b h_b^3}{12(1-\nu_b^2)}, \quad \varepsilon_{53b} = \frac{(1-\nu_b^2)12H^4}{E_b h_b^3},$$

$$\varepsilon_6^{-1} = \frac{(1-\nu)H}{\mu},$$

$$\varepsilon_{1b} = 0{,}5(1-\nu_b), \quad \varepsilon_{2b} = 0{,}5(1+\nu_b),$$

$$\varepsilon_{5b} = \frac{1-\nu_b^2}{E_b h_b},$$

$$g_{1b} = \mu_{0b}\left(\frac{\partial u_{1b}}{\partial x_3} + \frac{\partial u_{3b}}{\partial x_1}\right),$$

$$g_{2b} = \mu_{0b}\left(\frac{\partial u_{2b}}{\partial x_3} + \frac{\partial u_{3b}}{\partial x_2}\right),$$

$$\mu_{0b} = \frac{\mu_b}{H}, \quad x_3 = 0, \quad \mathbf{g} = \{g_{1b}, g_{2b}\}.$$

Имеют место следующие обозначения: μ_b — модуль сдвига, ν_b — коэффициент Пуассона, E_b — модуль Юнга, h_b — толщины литосферных плит, H — толщина слоя основания, $\mathbf{g}_b$, $\mathbf{t}_b$ — векторы контактных напряжений и внешних горизонтальных (g_{1b}, g_{2b}, t_{1b}, t_{2b}) и вертикальных (g_{3b}, t_{3b}) воздействий соответственно, действующих по касательной к границе основания и по нормали к ней в областях Ω_b; $\mathbf{F}_2 \equiv \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)$, $\mathbf{F}_1 \equiv \mathbf{F}_1(\alpha_1)$ — двумерный и одномерный операторы преобразования Фурье соответственно. Выражения для нормальной N_{x_2} и касательной $T_{x_1x_2}$ составляющих напряжений к срединной плоскости на торцах пластин даются соответственно соотношениями

$$T_{x_1x_2} = \varepsilon_{7b}\left(\frac{\partial u_{2r}}{\partial x_1} + \frac{\partial u_{1r}}{\partial x_2}\right),$$

$$N_{x_2} = \varepsilon_{8b}\left(\frac{\partial u_{2r}}{\partial x_2} + \nu_b \frac{\partial u_{1r}}{\partial x_1}\right),$$

$$\varepsilon_{7r} = \frac{E_r}{2(1+\nu_r)H}, \quad \varepsilon_{8r} = \frac{E_r}{(1-\nu_r^2)H}.$$

Для деформируемого основания, описываемого граничной задачей, применимы различные модели, даваемые соотношениями

$$\mathbf{u}(x_1, x_2) = \\ = \varepsilon_6^{-1}\frac{1}{4\pi^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int \mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2)\mathbf{G}(\alpha_1, \alpha_2)\times \\ \times e^{-i\langle\boldsymbol{\alpha}, x\rangle}d\alpha_1 d\alpha_2,$$

$$x \in \Omega_\lambda, \quad x \in \Omega_r, \quad x \in \Omega_\theta,$$

$$\langle\boldsymbol{\alpha}, x\rangle = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2,$$

$$\Omega_\lambda(|x_1| \leqslant \infty;\ x_2 \leqslant -\theta),$$

$$\Omega_r(|x_1| \leqslant \infty;\ \theta \leqslant x_2),$$

$$\Omega_\theta(|x_1| \leqslant \infty;\ -\theta \leqslant x_2 \leqslant \theta),$$

$$\mathbf{K} = \|K_{mn}\|, \quad m, n = 1, 2, 3,$$

$$\mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2) = O(A^{-1}), \quad A = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2} \to \infty,$$

$$\varepsilon_6^{-1} = \frac{(1-\nu)H}{\mu}, \quad \mathbf{G}(\alpha_1, \alpha_2) = \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)\mathbf{g}.$$

Здесь $\mathbf{g}$ — вектор касательных и нормальных напряжений под плитами на границе основания. Некоторые типы матриц-функций $\mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2)$ оснований, называемые символом системы интегральных уравнений, приведены в [3]. Например, для упругого слоя с закрепленной нижней гранью в статическом случае матрица-символ имеет вид

$$\mathbf{K}(\alpha_1,\alpha_2) = \left\| \begin{matrix} \kappa_{11} & \kappa_{12} & i\alpha_1 P \\ \kappa_{21} & \kappa_{22} & i\alpha_2 P \\ -i\alpha_1 P & -i\alpha_2 P & K \end{matrix} \right\|,$$

$$\kappa_{11} = \alpha_1^2 M + \alpha_2^2 N, \quad \kappa_{22} = \alpha_1^2 N + \alpha_2^2 M,$$

$$\kappa_{12} = \kappa_{21} = \alpha_1\alpha_2(M - N),$$

$$M(u) = \frac{(1-\nu)(3-4\nu)(\operatorname{sh} 4u + 4u)}{u^2\Delta},$$

$$N(u) = \frac{2\operatorname{sh} 2u}{u^3 \operatorname{ch} 2u},$$

$$P(u) = -\frac{(1-2\nu)(3-4\nu)\operatorname{sh}^2 2u - 4u^2}{u\Delta(u)},$$

$$K(u) = \frac{(1-\nu)(3-4\nu)(\operatorname{sh} 4u - 4u)}{\Delta(u)},$$

$$\Delta(u) = u\left[(3-4\nu)\operatorname{sh}^2 2u + 4u^2 + 4(1-\nu)^2\right],$$

$$u = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}.$$

Матрица граничной задачи является блочно-диагональной, состоящей из расположенной на диагонали матрицы второго порядка, представляющей матричный оператор или векторный оператор, и отдельного на диагонали скалярного оператора. Поскольку операторы независимы, это существенно облегчает исследование граничной задачи на этапе внешнего анализа, позволяя воспользоваться результатами, представленными в работе [21].

2. Метод решения

Внешний анализ граничной задачи состоит в том, что для каждого блока структуры погружаются в топологическое пространство, индуцированное трехмерным евклидовым пространством. После этого применением формулы Стокса в топологическом пространстве граничные задачи сводятся к функциональным уравнениям.

Дальнейшие операции внешнего анализа включают факторизацию коэффициента функционального уравнения. В скалярном случае — это функция, в векторном — матрица-функция. Затем вычисляется форма-вычет Лере, что приводит к построению псевдодифференциальных уравнений. После этого строятся решения псевдодифференциальных уравнений. Найденные таким образом решения вносятся во внешние формы функциональных уравнений каждой плиты блочной структуры. Затем блоки структуры сопрягаются. Эта операция называется построением фактор-топологии, она приводит к окончательному решению граничных задач. Выполняя приведенные операции, получаем функциональные уравнения, которые отвечают перечисленным операторам граничной задачи. Функциональные уравнения скалярного оператора для функций U_{3b}, $b = \lambda, r$ имеют вид [21]

$$R_{3b}(-i\alpha_1, -i\alpha_2)U_{3b} \equiv (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^2 U_{3b} = \\ = -\int\limits_{\partial\Omega_b} \omega_{3b} + S_{3b}(\alpha_1,\alpha_2),$$

$$S_{3b}(\alpha_1,\alpha_2) = \varepsilon_{53b}\mathbf{F}_2(\alpha_1,\alpha_2)(t_{3b} + g_{3b}),$$

$$b = \lambda, r.$$

Здесь ω_{3b} — участвующие в представлении внешние формы, имеющие для левой, λ, и правой, r литосферной плиты выражение

3. Внешний анализ граничной задачи

Граничные задачи для каждого блока блочной структуры погружаются в топологическое пространство, индуцированное трехмерным евклидовым пространством. После этого применением формулы Стокса в топологическом пространстве граничные задачи сводятся к функциональным уравнениям. Дальнейшие операции внешнего анализа включают факторизацию коэффициента функционального уравнения. В скалярном случае — это функция, в векторном — матрица-функци. Затем вычисляется форма-вычет Лере, что приводит к построению псевдодифференциальных уравнений. После этого строятся решения псевдодифференциальных уравнений. Найденные таким образом решения вносятся во внешние формы функциональных уравнений каждой плиты блочной структуры. Затем блоки блочной структуры сопрягаются. Эта операция называется построением фактор-топологии, она приводит к окончательному решению граничных задач. Выполняя приведенные операции, получаем функциональные уравнения, которые отвечают перечисленным операторам граничной задачи. Функциональные уравнения скалярного оператора для функций U_{3b}, $b=\lambda, r$ имеют вид [21]

$$R_{3b}(-i\alpha_1,-i\alpha_2)U_{3b}\equiv(\alpha_1^2+\alpha_2^2)^2U_{3b}= \\ =-\int\limits_{\partial\Omega_b}\omega_{3b}+S_{3b}(\alpha_1,\alpha_2),$$

$$S_{3b}(\alpha_1,\alpha_2)=\varepsilon_{53b}\mathbf{F}_2(\alpha_1,\alpha_2)(t_{3b}+g_{3b}), \\ b=\lambda, r.$$

Здесь ω_{3b} — участвующие в представлении внешние формы, имеющие для левой (λ) и правой (r) литосферной плиты выражение

$$\omega_{3\lambda}= \\ =e^{i\langle\alpha,x\rangle}\Bigg\{-\left[\frac{\partial^3u_{3\lambda}}{\partial x_2^3}-i\alpha_2\frac{\partial^2u_{3\lambda}}{\partial x_2^2}-\alpha_2^2\frac{\partial u_{3\lambda}}{\partial x_2}+\right. \\ \left.+i\alpha_2^3u_{3\lambda}+2\frac{\partial^3u_{3\lambda}}{\partial x_1^2\partial x_2}-2i\alpha_2\frac{\partial^2u_{3\lambda}}{\partial x_1^2}\right]dx_1+ \\ +\left[\frac{\partial^3u_{3\lambda}}{\partial x_1^3}-i\alpha_1\frac{\partial^2u_{3\lambda}}{\partial x_1^2}-\alpha_1^2\frac{\partial u_{3\lambda}}{\partial x_1}+i\alpha_1^3u_{3\lambda}\right]dx_2\Bigg\},$$

$$\omega_{3r}= \\ =-e^{i\langle\alpha,x\rangle}\Bigg\{-\left[\frac{\partial^3u_{3r}}{\partial x_2^3}-i\alpha_2\frac{\partial^2u_{3r}}{\partial x_2^2}-\alpha_2^2\frac{\partial u_{3r}}{\partial x_2}+\right. \\ \left.+i\alpha_2^3u_{3r}+2\frac{\partial^3u_{3r}}{\partial x_1^2\partial x_2}-2i\alpha_2\frac{\partial^2u_{3r}}{\partial x_1^2}\right]dx_1+ \\ +\left[\frac{\partial^3u_{3r}}{\partial x_1^3}-i\alpha_1\frac{\partial^2u_{3r}}{\partial x_1^2}-\alpha_1^2\frac{\partial u_{3r}}{\partial x_1}+i\alpha_1^3u_{3r}\right]dx_2\Bigg\}.$$

Для построения псевдодифференциальных уравнений в скалярном случае вычисляются формы-вычеты Лере, в том числе двукратные. Псевдодифференциальные уравнения граничной задачи с учетом принятых обозначений можем представить, для пластин $b=\lambda, r$ в виде

$$\mathbf{F}_1^{-1}(\xi_1^\lambda)\Bigg\langle-\int\limits_{\partial\Omega_\lambda}\Bigg\{i\alpha_{2-}D_{\lambda1}^{-1}M_\lambda-D_{\lambda2}^{-1}Q_\lambda- \\ -(\alpha_{2-}^2+\nu_\lambda\alpha_1^2)\frac{\partial u_{3\lambda}}{\partial x_2}+ \\ +i\alpha_{2-}\left[\alpha_{2-}^2+(2-\nu_\lambda)\alpha_1^2\right]u_{3\lambda}\Bigg\}e^{i\alpha_1x_1}dx_1+ \\ +\varepsilon_{53\lambda}S_{3\lambda}(\alpha_1,\alpha_{2-})\Bigg\rangle=0,$$

$$\alpha_{2-}=-i\sqrt{\alpha_1^2},\quad \xi_1^\lambda\in\partial\Omega_\lambda,$$

$$\mathbf{F}_1^{-1}(\xi_1^\lambda)\Bigg\langle-\int\limits_{\partial\Omega_\lambda}\Bigg\{iD_{\lambda1}^{-1}M_\lambda-2\alpha_{2-}\frac{\partial u_{3\lambda}}{\partial x_2}+ \\ +i\left[3\alpha_{2-}^2+(2-\nu_\lambda)\alpha_1^2\right]u_{3\lambda}\Bigg\}e^{i\alpha_1x_1}dx_1+ \\ +\varepsilon_{53\lambda}S'_{3\lambda}(\alpha_1,\alpha_{2-})\Bigg\rangle=0,$$

$$\xi_1^\lambda\in\partial\Omega_\lambda, \\ \partial\Omega_\lambda=\{-\infty\leqslant x_1\leqslant\infty,\ x_2=-\theta\}.$$

Соответственно для правой пластины

$$\mathbf{F}_1^{-1}(\xi_1^r)\Bigg\langle-\int\limits_{\partial\Omega_r}\Bigg\{i\alpha_{2+}D_{r1}^{-1}M_r-D_{r2}^{-1}Q_r- \\ -(\alpha_{2+}^2+\nu_r\alpha_1^2)\frac{\partial u_{3r}}{\partial x_2}+ \\ +i\alpha_{2+}\left[\alpha_{2+}^2+(2-\nu_r)\alpha_1^2\right]u_{3r}\Bigg\}e^{i\alpha_1x_1}dx_1+ \\ +\varepsilon_{53r}S_{3r}(\alpha_1,\alpha_{2+})\Bigg\rangle=0,$$

$$\alpha_{2+}=i\sqrt{\alpha_1^2},\quad \xi_1^r\in\partial\Omega_r,$$

$$\mathbf{F}_1^{-1}(\xi_1^r)\Bigg\langle-\int\limits_{\partial\Omega_r}\Bigg\{iD_{r1}^{-1}M_r-2\alpha_{2+}\frac{\partial u_{3r}}{\partial x_2}+ \\ +i\left[3\alpha_{2+}^2+(2-\nu_r)\alpha_1^2\right]u_{3r}\Bigg\}e^{i\alpha_1x_1}dx_1+ \\ +\varepsilon_{53r}S'_{3r}(\alpha_1,\alpha_{2+})\Bigg\rangle=0,$$

$$\xi_1^r\in\partial\Omega_r, \\ \partial\Omega_r=\{-\infty\leqslant x_1\leqslant\infty,\ x_2=\theta\}.$$

Функциональные уравнения граничной задачи для векторного случая правой плиты ($b=r$) являются матричными и имеют вид

$$\mathbf{R}_r(-i\alpha_1,-i\alpha_2)\mathbf{U}_r=-\int\limits_{\partial\Omega_b}\boldsymbol{\omega}_r+\mathbf{S}_r(\alpha_1,\alpha_2),$$

$$\mathbf{U}_r=\{U_{1r},U_{2r}\}, \\ \boldsymbol{\omega}_r=\{\omega_{1r},\omega_{2r}\},$$

$$\mathbf{S}_r(\alpha_1,\alpha_2) = -\varepsilon_{5r}\mathbf{F}_2(\alpha_1,\alpha_2)(\mathbf{g}_r+\mathbf{t}_r),$$
$$\mathbf{S}_r(\alpha_1,\alpha_2) = \{S_{1r},S_{2r}\},$$

$$\mathbf{R}_r(-i\alpha_1,-i\alpha_2) = -\begin{Vmatrix}(\alpha_1^2+\varepsilon_{1r}\alpha_2^2) & \varepsilon_{2r}\alpha_1\alpha_2 \\ \varepsilon_{2r}\alpha_1\alpha_2 & (\alpha_2^2+\varepsilon_{1r}\alpha_1^2)\end{Vmatrix}.$$

Здесь $\boldsymbol{\omega}_r$ — вектор внешних форм, имеющих компоненты

$$\omega_{1r} = e^{i\langle\boldsymbol{\alpha},x\rangle}\times \left\{-\left(\varepsilon_{1r}\frac{\partial u_{1r}}{\partial x_2}+\varepsilon_{2r}\frac{\partial u_{2r}}{\partial x_1}-i\varepsilon_{1r}\alpha_2 u_{1r}\right)dx_1+ +\left(\frac{\partial u_{1r}}{\partial x_1}-i\alpha_1 u_{1r}-i\varepsilon_{2r}\alpha_2 u_{2r}\right)dx_2\right\},$$

$$\omega_{2r} = e^{i\langle\boldsymbol{\alpha},x\rangle}\times \left\{-\left(\varepsilon_{2r}\frac{\partial u_{1r}}{\partial x_1}+\frac{\partial u_{2r}}{\partial x_2}-i\alpha_2 u_{2r}\right)dx_1+ +\left(\varepsilon_{1r}\frac{\partial u_{2r}}{\partial x_1}-i\varepsilon_{1r}\alpha_1 u_{2r}-i\varepsilon_{2r}\alpha_2 u_{1r}\right)dx_2\right\}.$$

Для построения псевдодифференциальных уравнений осуществляется дифференциальная факторизация матрицы-функции $-\mathbf{R}_r(-i\alpha_1,-i\alpha_2)$ функционального уравнения. Применением алгоритма внешнего анализа, строится факторизующая матрица-функция $\mathbf{D}_r(-i\alpha_1,-i\alpha_2)$. Принимая во внимание, что определитель матрицы-функции $-\mathbf{R}_r(-i\alpha_1,-i\alpha_2)$ имеет двукратные корни $\alpha_{2\pm} = \pm i\sqrt{\alpha_1^2} \equiv \pm i\,|\alpha_1|$, получаем факторизующие матрицы-функции для левой и правой пластин в виде

$$\mathbf{D}_r(-i\alpha_1,-i\alpha_2) = \begin{Vmatrix}\delta_{11} & \delta_{12}\\ 0 & 1\end{Vmatrix},$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{(\alpha_2-\alpha_{2+})^2},$$

$$\delta_{12} = \frac{\alpha_{2+}}{(\alpha_2-\alpha_{2+})^2\alpha_1} - \frac{(1+\varepsilon_{1r})}{(\alpha_2-\alpha_{2+})\,\varepsilon_{2r}\alpha_1}.$$

4. Результаты

После построения псевдодиффренциальных уравнений и их решения определяются концентрации контактных напряжений под каждой плитой. Те из них, которые имеют сингулярную составляющую, вызывают стартовые землетрясения.

При $\theta > 0$, когда торцы плит удалены на расстояние 2θ, контактные напряжения на краях пластин имеют представление [21] вида

$$g_{3\lambda}(x_1,x_2) = \sigma_{1\lambda}(x_1,x_2)(-x_2-\theta)^{-0{,}5}+ +\sigma_{2\lambda}(x_1,x_2)(-x_2-\theta)^{-0{,}5},$$
$$x_2 < -\theta,$$

$$\mathbf{g}_r(x_1,x_2) = \boldsymbol{\sigma}_{1r}(x_1,x_2)(x_2-\theta)^{-0{,}5+i\gamma}+ +\boldsymbol{\sigma}_{2r}(x_1,x_2)(x_2-\theta)^{-0{,}5-i\gamma},$$
$$x_2 > \theta \quad \gamma > 0.$$

Функции $\sigma_{n\lambda}$, $n=1,2$ и векторы $\boldsymbol{\sigma}_{nr}$, $n=1,2$, непрерывны по обоим параметрам. Параметр γ определяется механическими характеристиками основания. Он хорошо известен в контактных задачах,

$$\gamma = \operatorname{arcth}\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)},$$

где ν — коэффициент Пуассона материала основания. Контактные напряжения по мере приближения к торцу литосферной плиты начинают сильно осциллировать по закону, описываемому функцией

$$g(R) = R^{-0{,}5}\cos(\gamma\ln R), \quad R = |x_2-\theta| \to 0.$$

Последнее означает, что только края литосферных плит склонны к разрушению при требовании в условиях линейной упругости обеспечить полное сцепление с основанием. При $\theta = 0$, т.е., когда торцы плит полностью сблизились как в присутствии γ, так и без него, контактные напряжения имеют вид

$$g_{nr}(x_1,x_2) = \sigma_{nr}(x_1,x_2)x_2^{-0{,}5+i\gamma},$$
$$n = 1,2,$$
$$g_{3\lambda}(x_1,x_2) \to \sigma_{3\lambda}(x_1,x_2)x_2^{-1},$$
$$g_{3r}(x_1,x_2) \to \sigma_{3r}(x_1,x_2)x_2^{-1},$$

Все функции $\sigma_{3\lambda}(x_1,x_2)$, $\sigma_{3r}(x_1,x_2)$ и $\sigma_{nr}(x_1,x_2)$, $n=1,2$ непрерывны по обеим переменным.

5. О новых подходах

Для решения граничных задач в неклассических областях для фрагментов плит со сложной реологией, описываемых системами дифференциальных уравнений в частных производных, авторами разработаны методы, позволяющие раскладывать их сложные решения по решениям простых задач, например, уравнений Гельмгольца с точным удовлетворениям граничным условиям.

Ниже построено решение векторной граничной задачи в четвертьплоскости, разложенное по упакованным блочным элементам, которые являются решениями скалярных граничных задач в этой области. Для ряда систем дифференциальных уравнений в частных производных механики сплошных сред, электромагнитных явлений, теории поля имеет место представление решения в виде разложений по решениям скалярных уравнений. В его основе лежит преобразование Б.Г. Галеркина [22–26]. Этот подход удобен при решении задач во всем пространстве и в ряде классических областей (полупространство, шар, цилиндр), а также в некоторых областях, получаемых в результате представлений групп преобразований пространства. В то же время для ряда важных областей, отличных от классических, например, клиновидных, прямоугольных, в форме полуполос и полуплит построение точных решений этим подходом пока не удавалось осуществить. Основная сложность при решении граничных задач этим подходом в неклассических областях состоит в трудности удовлетворения граничных условий.

В работах [22–26] представлены методы решения этой проблемы, которые демонстрируются на примере граничной задачи в четверть плоскости для системы уравнений Ламе. Рассмотрим плоскую граничную задачу второго рода для системы уравнений Ламе, поставленную в первом квадранте при гармонических воздействиях на границе. Ранее получить не удавалось ее точное решение, однако метод блочного элемента в настоящей работе дает возможность это сделать в форме упакованных векторных блочных элементов.

В первом квадранте динамические уравнения Ламе после исключения члена $\exp(-i\omega t)$ имеют вид

$$(\lambda+\mu)\,\frac{\partial\theta}{\partial x_1}+\mu\Delta u_1+k^2u_1=0,$$

$$\theta=\frac{\partial u_1}{\partial x_1}+\frac{\partial u_2}{\partial x_2},\quad k^2=\rho\omega^2,$$

$$(\lambda+\mu)\,\frac{\partial\theta}{\partial x_2}+\mu\Delta u_2+k^2u_2=0,$$

$$x_1,x_2\in\Omega,\quad \Delta u=\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2}.$$

Здесь $u_n\,(x_1,x_2)$ — компоненты векторов перемещений в точке x_1,x_2, Ω — область первого квадранта $x_1\geqslant 0$, $x_2\geqslant 0$. Известно представление его решения в пространстве по решениям уравнений Гельмгольца в виде

$$u_1(x_1,x_2)=\partial_1\phi(x_1,x_2)+\partial_2\psi(x_1,x_2),$$

$$u_2(x_1,x_2)=\partial_2\phi(x_1,x_2)-\partial_1\psi(x_1,x_2),$$

$$\partial_1=\frac{\partial}{\partial x_1},\quad \partial_2=\frac{\partial}{\partial x_2}.$$

В работе [23] найдены значения решений уравнений Гельгольца на границах первого квадранта, обеспечивающие удовлетворение граничным условиям Дирихле для системы дифференциальных уравнений Ламе. Детали имеются в работе [23] и могут использоваться по аналогии в других неклассических областях.

Заключение

Из полученных результатов следует, что если вертикальные воздействия на литосферные плиты достаточны для возникновения стартового землетрясения, то в эпицентре на поверхности плит произойдет мгновенное вертикальное смещений берегов разлома. Оно может вызвать цунами за счет резкого изменения уровня океана над берегами разлома. Горизонтальные смещения правой литосферной плиты цунами вызвать не могут.

Анализ этих результатов для случаев литосферных плит с иными реологиями возможно выполнить применением описанных методов разложения решений векторных граничных задач по скалярным.

Литература

1. *Beck S.L., Ruff L.J.* Great earthquakes and subduction along the Peru Trench // Phys. Earth Planet. Interiors. 1989. Vol. 57. P. 199–224.
2. *Лобковский Л.И., Гарагаш И.А.* Математический анализ устойчивости Кавказкого склона Черного моря и развитие оползневых процессов при землетрясениях. В кн.: Комплексные исследования северо-восточной части Черного моря. М.: Научный мир, 2002. С. 843–847.

3. *Марчук А.Г., Чубаров Л.Б., Шокин Ю.И.* Численное моделирование волн цунами. Новосибирск: Наука, 1983. 174 с.
4. *Соловьев С.Л.* Повторяемость землетрясений и цунами в Тихом океане. В сб.: Волны цунами. Труды СахКНИИ. Вып. 29. Южно-Сахалинск, 1972. С. 7–47.
5. *Соловьев С.Л., Куликов Е.А.* О восстановлении параметров очага цунами из спектральных характеристик волн у берега // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1987. Т. 23. № 1. С. 91–98.
6. *Иващенко А.И.* О повторяемости сильных цунами в северо-западной части Тихого океана за последние 50 лет. В сб.: Волны цунами. Труды СахКНИИ. Вып. 29. Южно-Сахалинск, 1972. С. 208–216.
7. *Berninghausen W.H.* Tsunamis reported from the west coast of South America 1562-1960 // Bull. Seismol. Soc. Amer. 1962. Vol. 52. Iss. 4. P. 915–921.
8. *Hatori T.* Colombia-Peru tsunamis observed along the coast of Japan: Tsunami magnitude and source areas. In: Iida K., Iwasaki T. (eds) Tsunamis Their Science and Engineering. Terra Sci Publ., Tokyo, 1983. P. 173–183.
9. *Imamura F., Hashi K., Imteaz Md.M.A.* Modeling for tsunamis genarated by landsliding and debris flow. In: Hebenstreit, G.T. (ed.) Tsunami Research at the End of Critical Decade. Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 2001. P. 209–228.
10. *Jansen E., Befring S., Bugge T., Eidvin T., Holtedahl H., Sejrup H.-P.* Large submarine slides on the Norwegian continental margin: Sediments, transport, and timing // Marine Geology. 1987. Vol. 78. P. 77–107.
11. *Karlsrud K., Edgers L.* Some aspects of submarine slope stability. In: Marine Slides and Other Mass Movements. Plenum, New York, 1980. P. 61–81.
12. *Mei C.C., Liu K.F.* A Bingham-plastic model for a muddy seabed under long waves // J. Geophys. Res. 1987. Vol. 92. P. 14581–14594.
13. *Munk W.H.* Long ocean waves. In: The Sea. Ideas and observations on progress in the study of the sea. J. Wiley, New York, 1962. P. 647–663.
14. *Okada Y.* Surface deformation due to shear and tensile faults in a half-space // Bull. Seism. Soc. America. 1985. Vol. 75. P. 1135–1154.
15. *Ren P., Bomhold B.D., Prior D.B.* Seafloor morphology and sedimentary processes, Knight Inlet, British Columbia // Sedimentary Geology. 1996. Vol. 103. P. 201–228.
16. *Rogers G.C.* A documentation of soil failure during the British Columbia earthquake of 23 June, 1946 // Can. Geotech. J. 1980. Vol. 17. P. 122–127.
17. *Silgado E.* Recurrence of tsunamis in the western coast of South America // Marine Geodesy. 1978. Vol. 1. Iss. 4. P. 347–354.
18. *Smith R.* Asymptotic solutions for high-frequency trapped wave propagation // Philos. Trans. Roy. Soc. London. 1970. Vol. A268. Iss. 189. P. 289–324.
19. *Snodgrass F.E., Munk W.H., Miller G.R.* Long period waves over California's continental borderland. Pt. I. Background spectra // J. Mar. Res. 1962. Vol. 20. Iss. 1. P. 3–30.
20. *Weichert D., Horner R.B., Evans S.G.* Seismic signatures of landslides: The 1990 Brenda Mine collapse and the 1965 Hope rockslides // Bull. Seism. Soc. America. 1994. Vol. 84. P. 1523–1532.
21. *Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M.* About earthquakes in subduction zones with the potential to cause a tsunami// Journai of Appllied and Computational Mechanics. 2021. Vol. 7(SI). P. 1232–1241. DOI: 10.22055/JACM.2020.32385.2007
22. *Бабешко В.А., Бабешко О.М, Евдокимова О.В., Евдокимов В.С., Уафа С.Б.* О ресурсах подшипников и о механике субдукционных процессов // Известия РАН. Механика твердого тела. 2020. №3. С. 12–19. DOI: 10.3103/S0025654420030036
23. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* Об одном методе решения граничных задач динамической теории упругости в четвертьплоскости // ПММ. 2021. Т. 85. № 3. С. 275–282. DOI: 10.31857/S0032823521030024
24. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* Блочные элементы в граничных задачах для систем дифференциальных уравнений механики и физики в неклассических областях // ДАН. 2021. Т. 498. С. 33–39. DOI: 10.31857/S2686740021030032
25. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* Фрактальные свойства блочных элементов и новый универсальный метод моделирования // ДАН. 2021. Т. 499. С. 30–35. DOI: 10.31857/S2686740021040039
26. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* Метод блочного элемента в разложении решений сложных граничных задач механики // ДАН. 2020. Т. 495. С. 34–38. DOI: 10.31857/S2686740020060048

References

1. Beck, S.L., Ruff, L.J. Great earthquakes and subduction along the Peru Trench. *Phys. Earth Planet. Interiors*, 1989, vol. 57, pp. 199–224.
2. Lobkovskij L.I., Garagash I.A. Matematicheskiy analiz ustoychivosti Kavkazkogo sklona Chernogo morya i razvitie opolznevykh protsessov pri zemletryaseniyakh [Mathematical analysis of the stability of the Caucasian slope of the Black Sea and the development of landslide processes during earthquakes]. In: *Kompleksnye issledovaniya severo-vostochnoy chasti*

Chernogo morya [Comprehensive studies of the north-eastern part of the Black Sea]. Nauchnyj mir, Moscow, 2002, pp. 843–847. (In Russian)

3. Marchuk, A.G., Chubarov, L.B., Shokin, Ju.I. *Chislennoe modelirovanie voln tsunami* [Numerical simulation of tsunami waves]. Nauka, Novosibirsk, 1983. (In Russian)
4. Solov'ev, S.L. Povtoryaemost' zemletryaseniy i tsunami v Tikhom okeane [The frequency of earthquakes and tsunamis in the Pacific Ocean]. In: *Volny tsunami. Trudy SakhKNII. Vyp. 29* [Tsunami waves. Proc. of the Sakhknii. Iss. 29]. Yuzhno-Sakhalinsk, 1972, pp. 7–47. (In Russian)
5. Solov'ev, S.L., Kulikov, E.A. O vosstanovlenii parametrov ochaga tsunami iz spektral'nykh kharakteristik voln u berega [On the restoration of the parameters of the tsunami source from the spectral characteristics of waves near the shore]. *Izvestiya AN SSSR. Fizika atmosfery i okeana* [Izvestia of the USSR Academy of Sciences. Atmospheric and Ocean physics], 1987, vol. 23, no. 1, pp. 91–98. (In Russian)
6. Ivashchenko, A.I. O povtoryaemosti sil'nykh tsunami v severo-zapadnoy chasti Tikhogo okeana za poslednie 50 let [On the recurrence of strong tsunamis in the Northwestern Pacific Ocean over the past 50 years]. In: *Volny tsunami. Trudy SakhKNII. Vyp. 29* [Tsunami waves. Proc. of the Sakhknii. Iss. 29]. Yuzhno-Sakhalinsk, 1972, pp. 208–216. (In Russian)
7. Berninghausen, W.H. Tsunamis reported from the west coast of South America 1562-1960. *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, 1962, vol. 52, iss. 4, pp. 915–921.
8. Hatori, T. Colombia-Peru tsunamis observed along the coast of Japan: Tsunami magnitude and source areas. In: Iida, K., Iwasaki, T. (eds) *Tsunamis Their Science and Engineering.* Terra Sci Publ., Tokyo, 1983, pp. 173–183.
9. Imamura, F., Hashi, K., Imteaz, Md.M.A. Modeling for tsunamis genarated by landsliding and debris flow. In: Hebenstreit, G.T. (ed.) *Tsunami Research at the End of Critical Decade.* Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 2001, pp. 209–228.
10. Jansen, E., Befring, S., Bugge, T., Eidvin, T., Holtedahl, H., Sejrup, H.-P. Large submarine slides on the Norwegian continental margin: Sediments, transport, and timing. *Marine Geology*, 1987, vol. 78, pp. 77–107.
11. Karlsrud, K., Edgers, L. Some aspects of submarine slope stability. In: *Marine Slides and Other Mass Movements.* Plenum, New York, 1980, pp. 61–81.
12. Mei, C.C., Liu, K.F. A Bingham-plastic model for a muddy seabed under long waves. *J. Geophys. Res.*, 1987, vol. 92, pp. 14581–14594.
13. Munk, W.H. Long ocean waves. In: *The Sea. Ideas and observations on progress in the study of the sea.* J. Wiley, New York, 1962, pp. 647–663.
14. Okada, Y. Surface deformation due to shear and tensile faults in a half-space. *Bull. Seism. Soc. America*, 1985, vol. 75, pp. 1135–1154.
15. Ren, P., Bomhold, B.D., Prior, D.B. Seafloor morphology and sedimentary processes, Knight Inlet, British Columbia. *Sedimentary Geology*, 1996, vol. 103, pp. 201–228.
16. Rogers, G.C. A documentation of soil failure during the British Columbia earthquake of 23 June, 1946. *Can. Geotech. J.*, 1980, vol. 17, pp. 122–127.
17. Silgado, E. Recurrence of tsunamis in the western coast of South America. *Marine Geodesy*, 1978, vol. 1, iss. 4, pp. 347–354.
18. Smith, R. Asymptotic solutions for high-frequency trapped wave propagation. *Philos. Trans. Roy. Soc. London*, 1970, vol. A268, iss. 189, pp. 289–324.
19. Snodgrass, F.E., Munk, W.H., Miller, G.R. Long period waves over California's continental borderland. Pt. I. Background spectra. *J. Mar. Res.*, 1962, vol. 20, iss. 1, pp. 3–30.
20. Weichert, D., Horner, R.B., Evans, S.G. Seismic signatures of landslides: The 1990 Brenda Mine collapse and the 1965 Hope rockslides. *Bull. Seism. Soc. America*, 1994, vol. 84, pp. 1523–1532.
21. Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M. About earthquakes in subduction zones with the potential to cause a tsunami. *Journal of Applied and Computational Mechanics*, 2021, vol. 7(SI), pp. 1232–1241. DOI: 10.22055/JACM.2020.32385.2007
22. Babeshko, V.A., Babeshko, O.M, Evdokimova, O.V., Evdokimov, V.S., Uafa, S.B. O resursakh podshipnikov i o mekhanike subduktsionnykh protsessov [On bearing resources and on the mechanics of subduction processes]. *Izvestiya RAN. Mekhanika tverdogo tela* [Izvestiya RAS. Solid State Mechanics], 2020, no. 3, pp. 12–19. DOI: 10.3103/S0025654420030036 (In Russian)
23. Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M. Ob odnom metode resheniya granichnykh zadach dinamicheskoy teorii uprugosti v chetvert'ploskosti [On a method for solving boundary value problems of the dynamic theory of elasticity in a quarter plane]. *Prikladnaya matematika i mekhanika* [Applied Mathematics and Mechanics], 2021, vol. 85, no. 3, pp. 275–282. DOI: 10.31857/S0032823521030024 (In Russian)
24. Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M. Blochnye elementy v granichnykh zadachakh dlya sistem differentsial'nykh uravneniy mekhaniki i fiziki v neklassicheskikh oblastyakh [Block elements in boundary value problems for systems of differential equations of mechanics and physics in non-classical fields] *Doklady Akademii nauk* [Rep. of the Academy of Sciences], 2021, vol. 498, pp. 33–39. DOI: 10.31857/S2686740021030032 (In Russian)

25. Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M. Fraktal'nye svoystva blochnykh elementov i novyy universal'nyy metod modelirovaniya [Fractal properties of block elements and a new universal modeling method]. *Doklady Akademii nauk* [Rep. of the Academy of Sciences], 2021, vol. 499, pp. 30–35. DOI: 10.31857/S2686740021040039 (In Russian)
26. Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M. Metod blochnogo elementa v razlozhenii resheniy slozhnykh granichnykh zadach mekhaniki [The block element method in the decomposition of solutions to complex boundary value problems of mechanics]. *Doklady Akademii nauk* [Rep. of the Academy of Sciences], 2020, vol. 495, pp. 34–38. DOI: 10.31857/S2686740020060048 (In Russian)

Статья поступила 19 сентября 2021 г.

Цитирование: *Бабешко О.М., Евдокимова О.В., Плужник А.В., Горшкова Е.М., Коваленко М.М., Бушуева О.А., Уафа Г.Н.* Некоторые математические вопросы субдукционных процессов // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2021. Т. 18. № 3. С. 23–32. DOI 10.31429/vestnik-18-3-23-32

Citation: Babeshko, O.M., Evdokimova, O.V., Pluzhnik, A.V., Gorshkova, E.M., Kovalenko, M.M., Bushueva, O.A., Uafa, G.N. Some mathematical questions of the subduction processes. *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2021, vol. 18, no. 3, pp. 23–32. (In Russian) DOI 10.31429/vestnik-18-3-23-32