

УДК 534.2

DOI 10.31429/vestnik-19-4-83-90

Изучение особенностей нормальных волн в волноводах мелкого моря с поглощающим дном

В. А. Лисютин [✉], О. Р. Ластовенко [✉]

Севастопольский государственный университет, Университетская 33, Севастополь, 299053, Россия

✉ Лисютин Виктор Александрович; ORCID 0000-0003-3363-888X; e-mail: vlisiutin@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается модель изоскоростного гидроакустического волновода с поглощающим дном. Численно решается дисперсионное уравнение, рассчитываются волновые числа. Для определения критических частот мод используется условие излучения. Уточняется классификация мод в волноводе с поглощением, согласно которой собственные моды подразделяются на диссипативные и захваченные. Вычисляется количество собственных мод в волноводе и их критические частоты в зависимости от величины затухания в полупространстве. Показывается, что количество собственных мод в волноводе с поглощающим дном увеличивается, а критическая частота моды снижается. Обсуждается наблюдаемость диссипативных мод и целесообразность включения их в полное волновое поле. Делается вывод, что снижение критической частоты мод важно при симуляции импульсных звуковых полей, поскольку позволяет выявить важный компонент поля моды — головную волну.

Ключевые слова: гидроакустический волновод, нормальные волны, дисперсионное уравнение, морское дно, волновые числа, критическая частота.

Финансирование. Исследование не имело спонсорской поддержки.


Цитирование: Лисютин В. А., Ластовенко О. Р. Изучение особенностей нормальных волн в волноводах мелкого моря с поглощающим дном // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2022. Т. 19, № 4. С. 83–90. DOI 10.31429/vestnik-19-4-83-90

Поступила 3 октября 2022 г. После доработки 8 ноября 2022 г. Принято 10 ноября 2022 г. Публикация 30 ноября 2022 г.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов. Вклад соавторов распределен следующим образом: Лисютин В. А. – концепция работы, анализ данных, написание статьи. Ластовенко О. Р. – проведение вычислений, внесение правок.

© Автор(ы), 2022. Статья открытого доступа, распространяется по лицензии [Creative Commons Attribution 4.0 \(CC BY\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Study of the Particularities of Normal Modes in Shallow Water Waveguides with an Absorbing Bottom

V. A. Lisyutin [✉], O. R. Lastovenko

Sevastopol State University, Universitetskaya 33, Sevastopol, 299053, Russia

✉ Victor A. Lisyutin; ORCID 0000-0003-3363-888X; e-mail: vlisiutin@mail.ru

Abstract. The article considers a model of an isovelocity hydroacoustic waveguide with an absorbing bottom. The dispersion relation is solved numerically, the wave numbers are calculated. In the case of a bottom with absorption, Snell's law is not applicable, therefore, to determine the mode critical frequencies, the radiation condition is used. The classification of modes in a waveguide with absorption is refined, according to which eigenmodes are divided into dissipative and trapped modes. For eigenmodes, the radiation condition is satisfied, but for dissipative modes, the grazing angle is greater than the critical grazing angle. The number of eigenmodes in the waveguide and their critical frequencies are calculated depending on the attenuation value in the half-space. It is shown that the number of eigenmodes in a waveguide with an absorbing bottom increases, while the critical mode frequency decreases. The observability of dissipative modes and the expediency of including them in the total wave field are discussed. It is concluded that the effect of reducing the critical mode frequency is important in calculations in a wide frequency band, since it makes it possible to adequately reproduce the head wave field.

Keywords: hydroacoustic waveguide, normal modes, dispersion relation, seabed, wave numbers, critical frequency.

Funding. The study did not have sponsorship.

Cite as: Lisyutin, V. A., Lastovenko, O. R., Study of the particularities of normal modes in shallow water waveguides with an absorbing bottom. *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2022, vol. 19, no. 4, pp. 83–90. DOI 10.31429/vestnik-19-4-83-90

Received 3 October 2022. Revised 8 November 2022. Accepted 10 November 2022. Published 30 November 2022.

The author(s) declare no competing interests. The contribution of the co-authors was distributed as follows: Victor A. Lisyutin – concept of work, data analysis, writing an article. Olga R. Lastovenko – calculations, editing.

© The Author(s), 2022. The article is open access, distributed under [Creative Commons Attribution 4.0 \(CC BY\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) license.

Введение

В море звуковые волны распространяются в условиях гидроакустического волновода — водного слоя, ограниченного сверху свободной поверхностью, снизу — морским дном. Основная модель волновода мелкого моря — «волновод Пекериса» предполагает водный слой с постоянной по вертикали скоростью звука и дно в виде жидкого однородного безграничного полупространства [1].

Достоинство волновода Пекериса как модели первого приближения — возможность аналитического представления звукового поля и отсутствие сопоставимого масштаба для абсолютной глубины водного слоя, что дает возможность изменять его глубину от единиц до сотен длин волн и перемещать частотный диапазон исследований в зависимости от целесообразности в область единиц или тысяч герц. Однородное полупространство является осреднением слоистого дна вместе с внутренними градиентами акустических характеристик. По этим причинам модель Пекериса и сейчас используется наиболее часто [2, 3].

1. Постановка задачи

Модель волновода Пекериса показана на рис. 1. Скорость звука в воде (среда «1») — c_1 , дне «b» — c_b , плотности — ρ_1 , ρ_b соответственно, причем $c_1 < c_b$, $\rho_1 < \rho_b$. Затухание в полупространстве задается тангенсом потерь β_b .

Граничная задача для волновода с дном в виде полупространства, решенная К. Пекерисом [4] более полувека назад, оказалась актуальной для теоретической гидроакустики и обсуждается по сей день [5–8].

Пекерис пренебрегает затуханием в полупространстве, допускает существование предельного угла скольжения $\chi_c = \arccos(c_1/c_b)$, соответствующей этому углу критической частоты $f_{cSnell} = \frac{c_1(l-1/2)}{2h\sqrt{1-c_1^2/c_b^2}}$ для каждой моды с номером l , и рассматривает только вещественные корни дисперсионного уравнения. Решение Пекериса задачи для акустического поля состоит

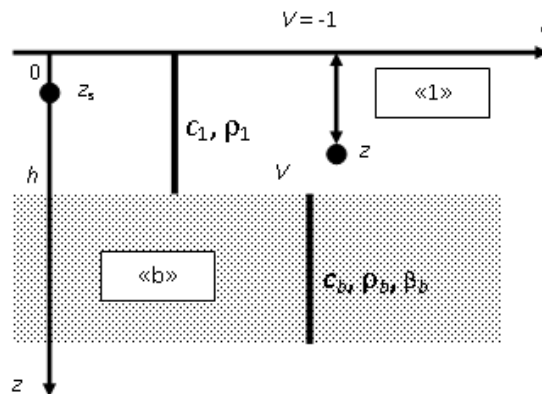


Рис. 1. Модель волновода Пекериса

из суммы нормальных волн (дискретный спектр горизонтально-волновых чисел) плюс криволинейный интеграл по берегам разреза (сплошной спектр). Разрез Пекериса в комплексной плоскости проходит параллельно мнимой оси [4]. Отметим, что примененный Пекерисом способ проведения разреза не единственный. Подробный анализ преимуществ и недостатков различных способов проведения разрезов приведен в работах [6, 7] и здесь не воспроизводится.

Представляемая статья использует подход работы [6] и путем численного анализа дисперсионного уравнения решает задачу изучения и выявления особенностей нормальных волн в волноводах мелкого моря с поглощением. Анализ носит общий характер и не зависит от однородности или слоистости дна.

2. Условие излучения и дисперсионное уравнение

При учете затухания волновое число и скорость звука в полупространстве комплексны, закон Снелля неприменим и критические частоты мод должны определяться иначе, исходя из условия излучения [6]. В этом случае собственные моды для волновода с поглощающим дном можно разделить на диссипативные и захваченные. Комплексные волновые числа, соответствующие собственным модам, являются решениями дисперсионного уравнения, для них выполняется условие излучения, однако для диссипативных мод угол скольжения эквивалентного луча оказывается больше критического [6].

Если обозначить поле моды на нижней границе водного слоя как $p_{1l}(z = h)$, то поле в полупространстве может быть записано в виде

$$p_{bl}(z > h) = p_{1l}(z = h) \exp(-ib_{bl}(z - h)), \quad (2.1)$$

где $b_{bl} = \sqrt{k_b^2 - \xi_l^2}$ – вертикальное волновое число моды в полупространстве, $k_b = \frac{2\pi f}{c_b}(1 - i\beta_b)$ – волновое число в полупространстве, ξ_l – горизонтальное волновое число моды. Из (2.1) видно, что поле в дне будет убывать с глубиной, если $\text{Im}(b_{bl}) < 0$. Это условие и является критерием собственной моды волновода, основанном на условии излучения.

Дисперсионное уравнение $1 + V \exp(2ib_1 h) = 0$ [9] для численного решения было приведено к виду функции относительно вертикального волнового числа моды водного слоя $b_{1l} = \sqrt{k_1^2 - \xi_l^2}$:

$$-2hb_{1l} + (2l - 1)\pi - i \ln(V) = 0 \quad (2.2)$$

Уравнение (2.2) решалось методом секущих, коэффициент отражения V от дна рассчитывается по формуле $V = \frac{Z_{bl} - Z_{1l}}{Z_{bl} + Z_{1l}}$, где импеданс среды «1» $Z_{1l} = \omega\rho_1/b_{1l}$, $Z_{bl} = \omega\rho_b/b_{bl}$ – входной импеданс полупространства, результирующая невязка задавалась $< 10^{-8}$, область локализации корней $0,5l\pi/h$ и $l\pi/h$. Вертикальное и горизонтальное волновые числа в полупространстве были выражены через b_1 с помощью формул

$$\xi_l = -\sqrt{k_1^2 - b_{1l}^2}, \quad (2.3)$$

$$b_{1l} = \sqrt{k_1^2 - \xi_l^2}, \quad (2.4)$$

$$b_{bl} = \sqrt{k_b^2 - \xi_l^2}. \quad (2.5)$$

Отрицательный знак в формуле для горизонтального волнового числа и около мнимой части волнового числа в полупространстве соответствуют выбору временного множителя в виде $\exp(i\omega t)$ [6, 10].

Существуют и корни (2.2), для которых $\text{Im}(b_{bl}) > 0$. Эти корни соответствуют несобственным модам или «квазимодам» (вытекающие, *leaky*), число которых бесконечно [7, 9]. Условие излучения для квазимод не выполняется, поле экспоненциально возрастает с глубиной. Поле квазимод можно аппроксимировать интеграл по берегам разреза, т.е. часть полного поля, не

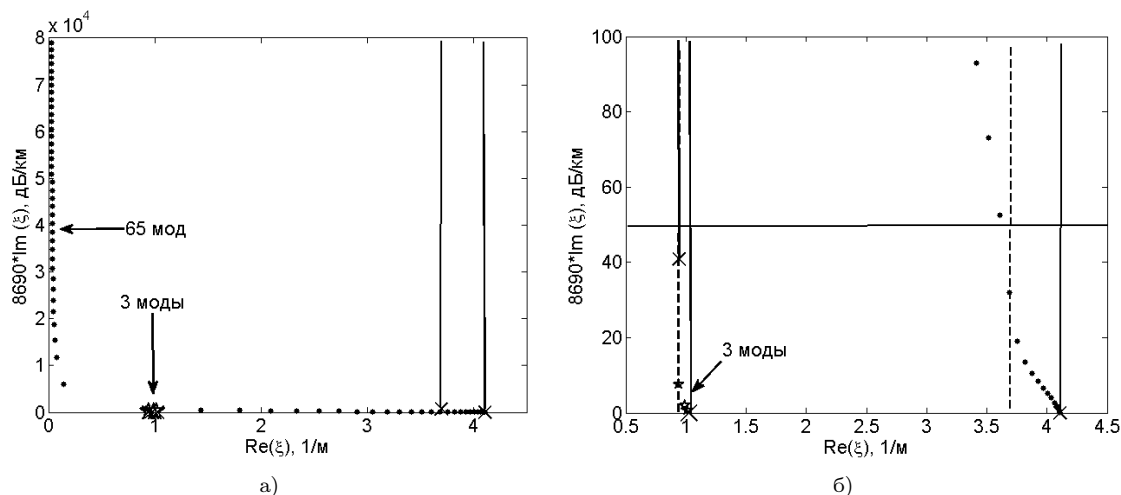


Рис. 2. Полосы на комплексной плоскости горизонтально-волновых чисел; а) — панорама, б) — увеличенный фрагмент

выражающуюся через нормальные волны. Изучению целесообразности включения в полное поле квазимод посвящена статья [7].

Другой способ, позволяющий перевести квазимоды в обычные диссипативные и аппроксимировать интеграл по берегам разреза — замыкание волновода абсолютно жесткой границей снизу на достаточно большой глубине, такой, чтобы спадающее поле мод было уже пренебрежимо мало [8]. В этом случае поле с непрерывным спектром волновых чисел (интеграл по берегам разреза) преобразуется в нормальные волны, число которых велико, но конечно.

3. Особенности нормальных волн

Для единообразия и удобства последующего анализа, как и в монографии [9], определим параметрическую частоту $k_1 h \nu$, $\nu = \sqrt{1 - (c_1/c_b)^2}$.

Дно без потерь. Согласно [9] при возрастании параметрической частоты $k_1 h \nu$ первый действительный корень дисперсионного уравнения (2.2) соответствует критической частоте, определенной по закону Снелля, $(k_1 h \nu)_1 = \pi/2$, при этом $h b_{1l} = \pi/2$. Критические параметрические частоты последующих мод и вертикальные волновые числа образуют последовательность $(k_1 h \nu)_{cl} = h b_{1l} = (l - 1)\pi/2$.

Рассмотрим отличия характеристик нормальных волн, возникающие вследствие поглощения энергии в дне.

Полоса и разрезы. Возьмем реальный волновод мелкого моря — точку, где проводился эксперимент SAX-99. Параметры следующие: $h = 20$ м, $c_1 = 1530$ м/с, $\rho_1 = 1023$ кг/м³, $\rho_b = 2048$ кг/м³; $c_b = 1700$ м/с, $\beta_b = 0,02$ на частоте $f = 1000$ Гц — многомодовый; $c_b = 1670$ м/с, $\beta_b = 0,005$ на частоте $f = 250$ Гц — маломодовый характер распространения [10, 11].

На рис. 2 показан I-й квадрант комплексной плоскости горизонтально-волновых чисел и вычисленные полюсы, соответствующие собственным модам в много- и маломодовом режиме. Формальный знак перед (2.3) отброшен и полюсы перемещены в привычный I-й квадрант.

Крестами отмечены точки ветвления радикалов (2.4) и (2.5) $\pm k_1$ и $\pm k_2$, линиями — разрезы Пекериса (II — разрезы). На увеличенном фрагменте (справа) пунктир — проекция точки ветвления $+k_2$ на вещественную ось. По вертикали — модальный коэффициент поглощения, равный $8690 \cdot \text{Im}(\xi_l)$, дБ/км.

В маломодовом режиме всего 3 захваченные моды, диссипативных нет. Соответствующие полюсы расположены левее II-разреза, выходящего из точки $+k_1$, и ниже разреза, выходящего

из точки $+k_2$. С ростом частоты в многомодовом режиме число полюсов стремительно возрастает. На панораме рис. 2а — 65 мод, из них 12 захваченных и 53 диссипативных. Модальный коэффициент поглощения для старших диссипативных мод достигает огромных значений — многие тысячи дБ/км. Главная ветвь радикала (2.5) соответствует условию $\text{Re}(\xi) = 0$, а разрез, идущий из точки $+k_2$ направо, проходит по линии $\text{Re}(\xi) = 0$. В работе [7] такой вид разреза, аналогичный П-разрезу, назван М-разрез, поскольку система Matlab автоматически выбирает знак комплексного корня по этому правилу. Разрез из той же точки влево аналогичен разрезу Юинга–Жардецки–Пресса (ЮЖП) [9] и проходит вдоль гиперболической линии, так что диссипативные моды оказываются ниже, а квазимоды — выше линии разреза, и таким образом исключаются из полного поля.

В работе [6] приведен следующий критерий возможности обнаружения моды в волноводе: затухание моды на расстоянии равном десять водных глубин не должно превышать 10 дБ. Эта граница — 50 дБ/км отмечена горизонтальной линией на рис. 2б. Видно, что практически все диссипативные моды вряд ли могут быть обнаружены.

М. Букингом в работе [6] приводит следующую формулу для количества собственных мод в зависимости от угла потерь:

$$l_{\max} = \left[1 - \frac{\beta_b^2 \text{ctg}^4(\chi_c)}{R^4} \right] \frac{2Rfh \sin(\chi_c)}{c_1} + \frac{1}{2}, \quad (3.1)$$

где

$$R = \sqrt{1 + \beta_b^2 \text{ctg}^2(\chi_c) \left\{ 1 + \left(\frac{2\pi fh}{c_2 \text{arcth}(\rho_1/\rho_2)} \right)^2 \right\}}.$$

Число захваченных мод определяется формулой

$$l_{mSnell} = \frac{2fh}{c_1} \sin(\chi_c) + \frac{1}{2}. \quad (3.2)$$

Вычисления по формулам (3.1), (3.2) дают для многомодового характера распространения $l_{\max} = 65$, $l_{mSnell} = 12$ мод; для маломодового $l_{\max} = 3$, $l_{mSnell} = 3$, что в точности соответствует численным расчетам.

На рис. 3 показаны зависимости модального коэффициента поглощения и фазовой скорости нормальной волны $u_l = \omega / \text{Re}(\xi_l)$ в зависимости от угла скольжения для много- и маломодового характера распространения.

Диапазон ограничен только модами с возможностью их обнаружения. На рисунке нанесены границы: критический угол скольжения (на рис. 2б немного разный для маломодового и многомодового случая), минимальное (c_1) и максимальное (c_b) значение фазовых скоростей захваченных мод. Хорошо видны все 12 и 3 захваченные моды. Для диссипативных мод угол скольжения оказывается больше предельного, а фазовая скорость больше скорости звука в полупространстве. Для высших диссипативных мод угол скольжения приближается к 90° , а фазовая скорость соответственно достигает огромных значений.

Критические частоты мод. Для вычисления критических частот мод в зависимости от тангенса потерь целесообразно взять другие акустические характеристики нижней границы волновода. Первый тип — песчаное дно со свойствами SAX-99: $\rho_b = 2048 \text{ кг/м}^3$; $c_b = 1700 \text{ м/с}$. Второй тип — илистое дно: $\rho_b = 1800 \text{ кг/м}^3$; $c_b = 1600 \text{ м/с}$ — лишь немного больше, чем в воде [10, 11].

Графики зависимости критической частоты для 10 мод от тангенса потерь в полупространстве показаны на рис. 4.

По оси ординат отложены значения относительной критической частоты Ω , умноженной на номер моды. Частота Ω здесь определена как отношение критической частоты $f_{cl}(\beta_b)$, вычисленной при решении дисперсионного уравнения (2.2), к критической частоте, определенной из закона Снелля: $\Omega = f_{cl}(\beta_b) / f_{clSnell}$. Видно, что, чем больше номер моды и чем меньше

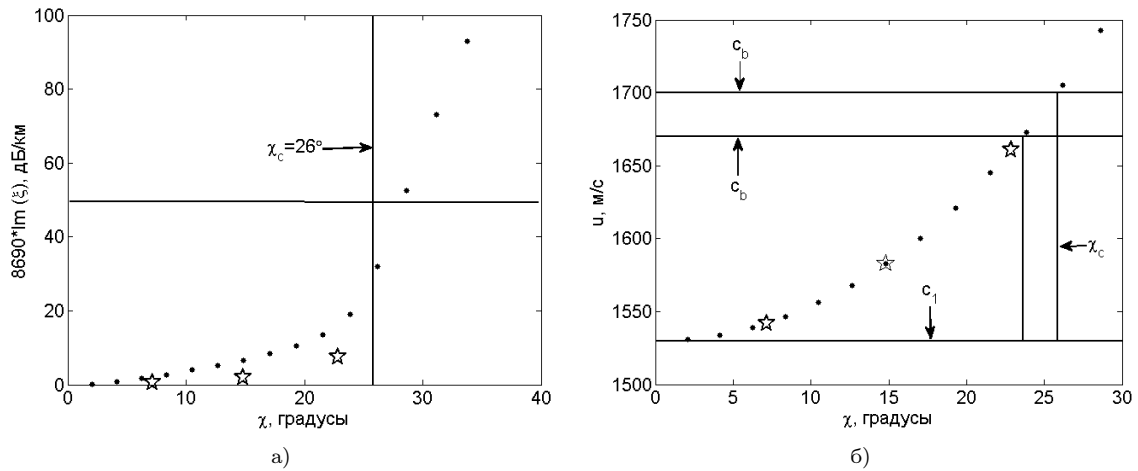


Рис. 3. а) Модальный коэффициент поглощения в зависимости от угла скольжения; б) фазовая скорость мод в зависимости от угла скольжения

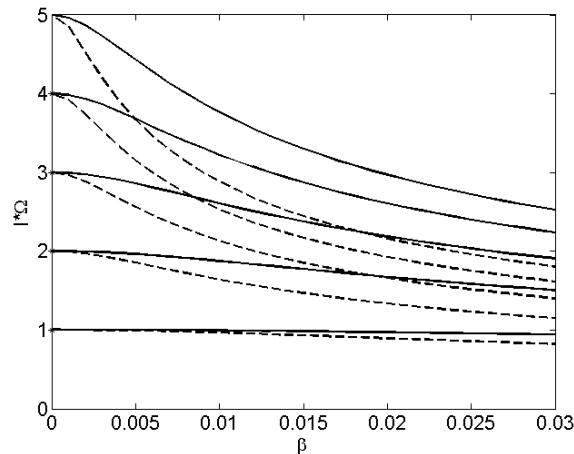


Рис. 4. Зависимость критической частоты нормальных волн от угла потерь в полупространстве. Линии: сплошная — песчаное, пунктир — илистое дно

акустическая и объемная плотности грунта, тем значительнее проявление поглощения в полупространстве. При $\beta_b \approx 0,03$ для илистого дна критическая частота 5-й моды уменьшается до $\approx 45\%$ и до 60% для песчаного, от вычисленных из закона Снелля. Критическая частота первой моды для любых грунтов изменяется незначительно.

Волновые числа мод. На рис. 5 показаны частотные зависимости действительных и мнимых частей вертикальных волновых чисел полупространства и водного слоя. Как и в [9], по горизонтали — параметр $k_1 h \nu$. Из рис. 5 а видно, как изменяется $\text{Im}(b_{bl})$ при приближении к критической частоте, где $\text{Im}(b_{bl}) = 0$.

Крестами отмечены критические частоты мод, вычисленные по закону Снелля. Вертикальная пунктирная линия отсекает диссипативную и захваченную части зависимости $b_{bl}(k_1 h \nu)$.

Разделив вещественные и мнимые части и записывая выражение (2.1) для поля в полупространстве в виде

$$p_{bl}(z) = p_{1l}(z = h) \exp(\text{Im}(b_{bl})(z - h)) \exp(-i \text{Re}((b_{bl})(z - h))) = |p_{bl}(z)| \exp(-i \arg(p_{bl})),$$

можно видеть, что $\text{Im}(b_{bl})$ имеет смысл «вертикального» показателя затухания, $\text{Re}(b_{bl})$ — вертикальной пространственной частоты моды.

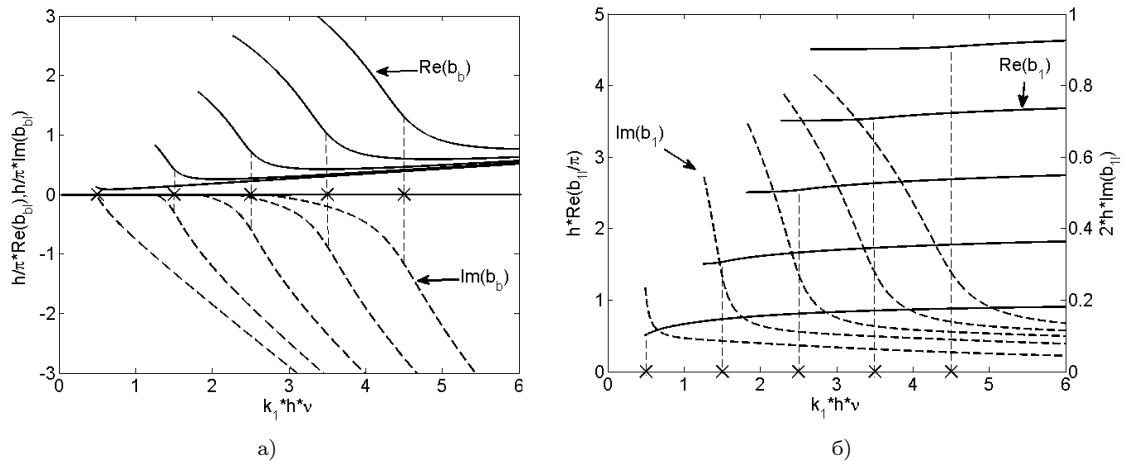


Рис. 5. Частотные зависимости вертикальных волновых чисел: а) — в полупространстве, б) — в водном слое; × — критическая частота определенная по закону Снелля

На рис. 56 — графики действительных и мнимых частей вертикальных волновых чисел в водном слое. Из дисперсионного уравнения (2.2), представленного в форме

$$V_l = \exp(-2h \operatorname{Im}(b_{1l})) \exp(i((2l - 1)\pi - 2h \operatorname{Re}(b_{1l}))) = |V_l| \exp(i \arg(V_l)),$$

видно, что $\operatorname{Im}(b_{1l})$ определяет модуль коэффициента отражения, а $\operatorname{Re}(b_{1l})$ — его фазу. Возрастание $\operatorname{Im}(b_{1l})$ приводит к уменьшению модуля коэффициента отражения и увеличению утечки звуковой энергии в полупространство. На высоких частотах, где $\operatorname{Im}(b_{1l}) \rightarrow 0$, $|V_l| \rightarrow 1$, а $\arg(V_l) \rightarrow \pi(2l - 1) - 2\pi$.

На критической частоте каждой моды величины $h \operatorname{Re}(b_{1l})$ образуют последовательность: $(2l - 1)\pi/2$, что соответствует [9], но значение параметрической частоты $k_1 h \nu$ оказывается несколько меньше $(2l - 1)\pi/2$, характерных для волновода без поглощения.

Выводы

Показывается, что в мелководных волноводах собственные моды целесообразно подразделять на захваченные и диссипативные. Для собственных мод выполняется условие излучения, но для диссипативных угол скольжения эквивалентного луча оказывается больше предельного. При расчетах звуковых полей на тональной частоте в случае многомодового характера распространения подключение нефизичных квазимод полностью лишено смысла, поскольку обнаружимыми являются считанные диссипативные моды, а для высших номеров коэффициент поглощения достигает тысяч дБ/км. Случай маломодового характера распространения требует дополнительного исследования. Численным расчетом показано, что критическая частота диссипативных мод оказывается ниже, чем определенная из закона Снелля, причем снижение тем больше, чем выше номер моды. Эффект снижения критической частоты в большей степени проявляется для слабоуплотненных морских осадков.

Снижение критической частоты мод совершенно незначительно при тональных расчетах и, наоборот, принципиально важно при расчетах импульсных звуковых полей, поскольку позволяет выявить важный атрибут поля моды — грунтовую или головную волну, когда угол скольжения эквивалентного моде луча оказывается равен или больше предельного [12]. Если при вычислении акустического поля в широкой полосе нижней границей диапазона взять критическую частоту Снелля, после обратного фурье-преобразования, т.е. перехода во временную область, поле грунтовой волны воспроизводится неправильно, время ее вступления запаздывает. В наибольшей степени этот эффект проявляется для высших мод и в случае слоистого дна.

Литература [References]

1. Katsnelson, B., Petnikov, V., Lynch, J., *Fundamentals of shallow water acoustics*. Springer, New York, Dordrecht, Heidelberg, London, 2012.
2. Григорьев В.А., Луньков А.А., Петников В.Г. Затухание звука в мелководных акваториях с газонасыщенным дном. *Акустический журнал*, 2015, т. 61, № 1, с. 90–100. DOI 10.7868/S0320791915010025 [Grigor'ev, V.A., Lun'kov, A.A., Petnikov, V.G., Attenuation of sound in shallow-water areas with gas-saturated bottoms. *Acoustical Physics*, vol. 61, no. 1, pp. 85–95. DOI 10.1134/S1063771015010029]
3. Григорьев, В.А., Кацнельсон, Б.Г., Lynch, J.F., Определение эффективных параметров дна мелкого моря по спектрам широкополосных сигналов в условиях гидродинамической изменчивости. *Акустический журнал*, 2016, т. 62, № 3, с. 330–340. DOI 10.786X/S0320791916030072 [Grigor'ev, V.A., Katsnel'son, B.G., Lynch, J.F., Determining the effective parameters of a Shallow-Water bottom from wideband signal spectra under conditions of hydrodynamic variability. *Acoustical Physics*, 2016, vol. 62, no. 3, pp. 339–349. DOI 10.786X/S0320791916030072]
4. Пекерис, К., Теория распространения звука взрыва в мелкой воде. В *Распространение звука в океане*. Изд-во иностр. лит., Москва, 1951, с. 48–156. [Pekeris, C.L., Theory of propagation of explosive sound in shallow water. *Geol. Soc. Am. Memoir*, vol. 27. DOI 10.1130/MEM27-2-p1]
5. Tolstoy, I., The Pekeris waveguide revisited. *J. Acoust. Soc. Am*, 2006, vol. 120, iss. 3, pp. 1183–1185. DOI 10.1121/1.2221536
6. Buckingham, M.J., Giddens, E.M., On the acoustic field in a Pekeris waveguide with attenuation in the bottom half-space. *J. Acoust. Soc. Am*, 2006, vol. 119, iss. 1, pp. 123–147. DOI 10.1121/1.2141212
7. Григорьев, В.А., Петников, В.Г., О возможности представления акустического поля в мелком море в виде суммы нормальных мод и квазимод. *Акустический журнал*, 2016, т. 62, № 6, с. 681–698. [Grigor'ev, V.A., Petnikov, V.G., On the possibility of representing an acoustic field in shallow water as the sum of normal modes and quasimodes. *Acoustical Physics*, 2016, vol. 62, no. 6, pp. 700–716. DOI 10.1134/S1063771016050031]
8. Evans, R.B., Truncating the Pekeris problem. *J. Acoust. Soc. Am*, 2020, vol. 148, iss. 3, pp. 1507–1509. DOI 10.1121/10.0001961
9. Бреховских, Л.М., *Волны в слоистых средах*. Наука, Москва, 1973. [Brekhovskikh, L.M., *Waves in layered media*. Academic Press, New York, 1960.]
10. Лисютин, В.А., Ластовенко, О.Р., Оценка влияния внутреннего и вязкого трения на дисперсию и затухание звука в неконсолидированных морских осадках. *Акустический журнал*, 2020, т. 66, № 4, с. 420–436. DOI 10.31857/S0320791920040061 [Lisyutin, V.A., Lastovenko, O.R., Assessing the influence of internal and viscous friction on dispersion and sound attenuation in unconsolidated marine sediments. *Acoustical Physics*. 2020, vol. 66, iss. 4, pp. 401–415. DOI 10.1134/S1063771020040065]
11. Лисютин, В.А., Простая акустическая модель неконсолидированных морских осадков с внутренним и вязким трением. *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*, 2018, т. 15, № 3, с. 39–51. [Lisyutin, V.A., *Ekologicheskiy vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva* = *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2018, no. 3, pp. 39–51. (in Russian)] DOI 10.31429/vestnik-15-3-39-51
12. Лисютин, В.А., Ластовенко, О.Р., Довгаленко, В.В., Лучин, В.Л., Петренко, Н.В., Метод симуляции импульсной характеристики горизонтально-слоистого гидроакустического волновода с жидким дном. *Инженерный вестник Дона*, 2020, № 1. [Lisyutin, V.A., Lastovenko, O.R., Dovgalenko, V.V., Luchin, V.L., Petrenko, N.V., *Inzhenernyy vestnik Dona* = *Don Engineering Bulletin*, 2020, № 1. (in Russian)] URL: <https://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2020/6281>