

УДК 548.735.6 : 552.112

ЛОКАЛЬНАЯ КОНЦЕНТРАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ В ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛАХ ЕСТЕСТВЕННОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ

B. B. Bardushkin¹, A. N. Nikitin², A. P. Sychev³, V. B. Yakovlev⁴

LOCAL CONCENTRATION OF STRESS AND STRAIN IN POLYCRYSTALLINE
MATERIALS OF A NATURAL ORIGIN

Bardushkin V. V., Nikitin A. N., Sychev A. P., Yakovlev V. B.

The data obtained with the help of the neurographic experiment (the IBR-2 reactor in the Incorporated Institute of Nuclear Research, Dubna) has made it possible to solve the problem of defining effective elastic constants and operators of stress and strain concentrations of olivine samples, selected in different regions of the Earth, with the application of the method of generalized singular approximation of the random functions theory.

При моделировании поведения поликристаллических агрегатов необходимо учитывать множество факторов. К важнейшим из них относятся минеральный состав, свойства минералов, образующих поликристаллическую среду, преимущественная ориентировка кристаллитов (текстура), определяющая анизотропию их физико-механических свойств. Если исключено влияние других причин, то в рамках теории случайных функций возможно вычисление эффективных характеристик таких поликристаллических агрегатов [1]. Основными величинами, определяющими локальные особенности структурно неоднородных материалов, являются операторы концентрации напряжений и деформаций. Для упругих сред методы определения указанных операторов приведены в [2–5]. Данная работа посвящена развитию этого направления применительно к оливиносодержащим горным породам, составляющим основу мантии Земли.

К настоящему времени разработано большое количество методов, позволяющих с той или иной степенью точности определять эф-

фективные упругие постоянные микронеоднородных поликристаллических материалов [1,6]. Одни из них пригодны только для расчета конкретных видов структур, другие имеют более широкую область применения. К наиболее полным методам расчета, учитывающим стохастический характер расположения формы и ориентации кристаллитов в поликристаллическом агрегате, относятся методы, основанные на теории случайных функций.

Материальные тензоры микронеоднородной среды — случайные функции координат. В соответствии с этим физические поля в них также будут случайными функциями точки. Рассмотрим общую схему расчета эффективных упругих характеристик текстурированных поликристаллов в рамках теории случайных функций.

Для поликристаллических материалов тензоры напряжений σ , деформаций ε , модулей упругости c и податливости s являются случайными функциями координат и могут быть представлены в виде суммы средних

¹Бардушкин Владимир Валентинович, канд. физ.-мат. наук, доцент Московского института электронной техники.

²Никитин Александр Николаевич, д-р физ.-мат. наук, профессор Объединенного института ядерных исследований.

³Сычев Александр Павлович, канд. физ.-мат. наук, доцент Ростовского государственного университета путей сообщения.

⁴Яковлев Виктор Борисович, д-р физ.-мат. наук, профессор Московского института электронной техники, e-mail: yakovlev@gulipin.miee.ru.

значений и флюктуаций

$$\sigma(\mathbf{r}) = \langle \sigma(\mathbf{r}) \rangle + \sigma'(\mathbf{r}), \quad \varepsilon(\mathbf{r}) = \langle \varepsilon(\mathbf{r}) \rangle + \varepsilon'(\mathbf{r}),$$

$$c(\mathbf{r}) = \langle c(\mathbf{r}) \rangle + c'(\mathbf{r}), \quad s(\mathbf{r}) = \langle s(\mathbf{r}) \rangle + s'(\mathbf{r}).$$

В рамках линейной теории флюктуации линейно зависят от средних значений

$$\sigma'(\mathbf{r}) = P(\mathbf{r})\langle \sigma(\mathbf{r}) \rangle, \quad \varepsilon'(\mathbf{r}) = Q(\mathbf{r})\langle \varepsilon(\mathbf{r}) \rangle. \quad (1)$$

Здесь тензорные операторы $P(\mathbf{r})$ и $Q(\mathbf{r})$ являются в общем случае интегральными операторами, описывающими взаимодействие между кристаллическими включениями. Угловые скобки в выражениях определяют усреднение по ансамблю, которое для статистически однородных поликристаллов, т.е. при выполнении гипотезы эргодичности, совпадает с усреднением по объему. Тогда связь между локальными и средними напряжениями и деформациями в материале может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} \sigma(\mathbf{r}) &= (I + P(\mathbf{r}))\langle \sigma(\mathbf{r}) \rangle, \\ \varepsilon(\mathbf{r}) &= (I + Q(\mathbf{r}))\langle \varepsilon(\mathbf{r}) \rangle, \end{aligned} \quad (2)$$

где I — единичный симметричный тензор четвертого ранга.

Таким образом, локальные напряжения и деформации можно охарактеризовать безразмерными операторами концентраций напряжений и деформаций (тензоры четвертого ранга), представляющими собой отношения локальных к средним значениям

$$K^\sigma(\mathbf{r}) = I + P(\mathbf{r}), \quad K^\varepsilon(\mathbf{r}) = I + Q(\mathbf{r}). \quad (3)$$

Удобство такого представления заключается в том, что при данных предположениях операторы концентраций напряжений и деформаций должны зависеть только от материальных параметров среды и микроструктуры материала, а не от прикладываемых нагрузок.

Из уравнений (1)–(3) в предположении однородности полей деформаций ($\varepsilon'(\mathbf{r}) = 0$) и напряжений ($\sigma'(\mathbf{r}) = 0$) в поликристаллическом материале легко получить операторы концентрации напряжений и деформаций в виде

$$K^\sigma(\mathbf{r}) = c(\mathbf{r})\langle c(\mathbf{r}) \rangle^{-1}, \quad K^\varepsilon(\mathbf{r}) = s(\mathbf{r})\langle s(\mathbf{r}) \rangle^{-1}.$$

Другим предельным значением для этих соотношений является единичный тензор I .

Для приближений, учитывающих взаимодействие зерен неоднородностей (кристаллитов), вычисления усложняются. Для корректного анализа операторов концентраций напряжений и деформаций в этом случае необходимо решать систему дифференциальных уравнений (уравнения равновесия) с соответствующими граничными условиями

$$L_{ij}(\mathbf{r})u_j(\mathbf{r}) = -f_i(\mathbf{r}), \quad (4)$$

где $L_{ij}(\mathbf{r}) = \nabla_k c_{ijkl}(\mathbf{r})\nabla_l$ — дифференциальный оператор; $f_i(\mathbf{r})$ и $u_i(\mathbf{r})$ — компоненты вектора объемных сил и вектора смещения. Дифференциальное уравнение (4) есть стохастическое дифференциальное уравнение 2-го порядка. Для бесконечной среды решение этого уравнения обычно ищут, используя метод функций Грина, с помощью специально вводимого однородного тела сравнения [1, 7]. Обозначим операторы и характеристики тела сравнения верхним индексом c , а разность между величинами неоднородной среды и тела сравнения — двойным штрихом. После преобразований [1, 7] связь между локальными и средними по материалу деформациями будет иметь вид

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = K^\varepsilon(\mathbf{r})\langle \varepsilon(\mathbf{r}) \rangle,$$

где

$$K^\varepsilon(\mathbf{r}) = (I - Q(\mathbf{r})c''(\mathbf{r}))^{-1}((I - Q(\mathbf{r})c''(\mathbf{r}))^{-1})^{-1}.$$

Принимая во внимание выражение для расчета эффективных характеристик [1, 7]

$$\begin{aligned} c^* &= \langle c(\mathbf{r})(I - Q(\mathbf{r})c''(\mathbf{r}))^{-1} \rangle \times \\ &\quad \times \langle (I - Q(\mathbf{r})c''(\mathbf{r}))^{-1} \rangle^{-1}, \end{aligned}$$

получим формальное выражение для оператора концентраций напряжений

$$\begin{aligned} K^\sigma(\mathbf{r}) &= c(\mathbf{r})(I - Q(\mathbf{r})c''(\mathbf{r}))^{-1} \times \\ &\quad \times \langle c(\mathbf{r})(I - Q(\mathbf{r})c''(\mathbf{r}))^{-1} \rangle^{-1}. \end{aligned}$$

В данной работе использовалось обобщенное сингулярное приближение теории случайных функций, предполагающее наложение некоторых ограничений на ядро интегрального оператора Q . Воспользуемся для вычислений только сингулярной составляющей тензора Грина уравнения равновесия (4), зависящей лишь от дельта-функции Дирака,

но не от радиус-вектора. В этом случае интегральная свертка дельта-функции переводит интегральный оператор Q в функционал g . Физический смысл такого приближения заключается в предположении однородности полей напряжений и деформаций только в пределах неоднородности. Расчетной формулой обобщенного сингулярного приближения теории случайных функций является выражение

$$c^* = \langle c(\mathbf{r})(I - gc''(\mathbf{r}))^{-1} \rangle \langle (I - gc''(\mathbf{r}))^{-1} \rangle^{-1}. \quad (5)$$

Используя эти предположения, получим следующие соотношения для операторов концентрации полей напряжений и деформаций:

$$K^\sigma(\mathbf{r}) = c(\mathbf{r})(I - gc''(\mathbf{r}))^{-1} \times \langle c(\mathbf{r})(I - gc''(\mathbf{r}))^{-1} \rangle^{-1}; \quad (6)$$

$$K^\varepsilon(\mathbf{r}) = (I - gc''(\mathbf{r}))^{-1} \langle (I - gc''(\mathbf{r}))^{-1} \rangle^{-1}. \quad (7)$$

Соотношения (5)–(7), будучи основополагающими в рамках обобщенного сингулярного приближения теории случайных полей, учитывают взаимодействия между зернами кристаллитов.

Соотношение (5) можно представить в несколько ином, более удобном для вычислений виде

$$c^* = \langle (c(\mathbf{r}) - b)^{-1} \rangle^{-1} + b, \quad b = c^c + g^{-1}. \quad (8)$$

Если принять, что кристаллиты неоднородного материала отличаются лишь ориентировкой кристаллографических осей, то процедура усреднения в выражении (8) будет сведена к интегрированию только по всевозможным эйлеровым углам $\varphi_1, \Phi, \varphi_2$:

$$(c^* - b)^{-1} = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\varphi_1, \Phi, \varphi_2) \times \times (c(\varphi_1, \Phi, \varphi_2) - b)^{-1} \sin \Phi d\Phi d\varphi_1 d\varphi_2, \quad (9)$$

где $f(\varphi_1, \Phi, \varphi_2)$ — функция распределения зерен кристаллитов по ориентациям (ФРО) [1, 7]. Поэтому вычисление ФРО — основная задача текстурного анализа. К сожалению, ФРО как количественная мера кристаллографической текстуры, дающая более точное представление о ней, не поддается прямому измерению. Это приводит к задаче количественного текстурного анализа — вычисле-

нию ФРО по конечному числу полюсных фигур, наглядно показывающих предпочтительные ориентировки кристаллитов [8, 9]. Полюсной фигурой называется графическое изображение функции распределения нормалей (полюсов) к одной определенной кристаллографической плоскости $\{hkl\}$ образца. Для графического изображения функции используется стереографическая проекция. При этом функция распределения полюсов представляет собой вероятность совпадения нормали к кристаллографической плоскости $\{hkl\}$ с различными направлениями в образце. Работы по определению и изучению кристаллографических текстур ведутся в России на пучке №7а импульсного реактора ИБР-2 в Объединенном институте ядерных исследований (г. Дубна) с помощью исследовательских установок НСВР (нейтронный спектрометр высокого разрешения) и СКАТ (спектрометр для количественного анализа текстур) [8, 9].

В статье на основе данных нейтронографического эксперимента на реакторе ИБР-2 решена задача определения эффективных упругих характеристик и рассчитаны операторы концентрации напряжений и деформаций образцов оливинов, отобранных в различных районах земного шара (табл. 1).

Одним из методов решения данной задачи для поликристаллических текстурированных материалов, к которым относятся и исследуемые в работе оливины, является представление ФРО в виде разложения в ряд по обобщенным шаровым функциям $T_l^{mn}(g)$ [10] (здесь g — элемент эйлерова пространства вращений, определяемый углами $\varphi_1, \Phi, \varphi_2$). Обобщенные шаровые функции описываются формулой

$$T_l^{mn}(g) = \exp(im\varphi_1) P_l^{mn}(\cos \Phi) \exp(in\varphi_2),$$

где $P_l^{mn}(\cos \Phi)$ — обобщенные функции Лежандра. При $x = \cos \Phi$ они имеют вид

$$P_l^{mn}(x) = \frac{(-1)^{l-m} i^{n-m}}{2^l (l-m)!} \times \times \sqrt{\frac{(l-m)!(l+n)!}{(l+m)!(l-n)!}} (1-x)^{-\frac{n-m}{2}} (1+x)^{-\frac{n+m}{2}} \times \times \frac{d^{l-n}}{dx^{l-n}} \left[(1-x)^{l-m} (1+x)^{l+m} \right].$$

При этом

$$f(g) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \sum_{n=-l}^l C_l^{mn} T_l^{mn}(g),$$

где C_l^{mn} — коэффициенты разложения, полученные из эксперимента по конечному числу полносных фигур.

При вычислении ФРО в качестве базисных можно выбрать действительные функции $S_l^{mn}(g)$. Согласно [10]

$$S_l^{mn}(g) = \frac{i^{m-n}}{\sqrt{2}} (T_l^{mn}(g) + T_l^{-m-n}(g)),$$

$$m - n \equiv 0 \pmod{2};$$

$$S_l^{mn}(g) = \frac{i^{m-n+1}}{\sqrt{2}} (T_l^{mn}(g) - T_l^{-m-n}(g)),$$

$$m - n \not\equiv 0 \pmod{2};$$

$$S_l^{00}(g) = T_l^{00}(g).$$

Группы симметрии поликристаллического образца и кристаллитов накладывают на ФРО ряд ограничений, которые можно учесть введением симметричных обобщенных функций $G_l^{\mu\nu}(g)$:

$$G_l^{\mu\nu}(g) = \sum_{m=-l}^l \sum_{n=-l}^l A_l^{n\nu} B_l^{m\mu} S_l^{mn}(g).$$

При выборе коэффициентов $A_l^{n\nu}$ следует учитывать симметрию образца (симметрию внешнего воздействия), а коэффициентов $B_l^{m\mu}$ — симметрию кристаллитов. Эти коэффициенты должны быть ортонормированными, и их можно выбрать соответственно

$N(l)$ и $M(l)$ линейно независимыми способами. Окончательно ФРО $f(g)$ представляется в виде

$$f(g) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{M(l)} \sum_{\nu=1}^{N(l)} \sum_{m=-l}^l \sum_{n=-l}^l C_l^{\mu\nu} A_l^{n\nu} B_l^{m\mu} S_l^{mn}(g).$$

Необходимо отметить следующее [10]:

– при вычислении эффективных характеристик материалов, описываемых тензорами ранга не выше r , можно ограничиться только первыми $l \leq r$ членами ряда разложения ФРО по обобщенным шаровым функциям;

– при отбрасывании высших членов ряда по l ФРО может принимать отрицательные значения, так как в разложении $f(g)$ используются знакопеременные функции.

Поскольку упругие характеристики исследуемых образцов оливинов описываются тензорами не выше четвертого ранга, то, как правило, для вычисления свойств ограничиваются только тремя четными членами разложения ФРО в ряд по обобщенным шаровым функциям. Поэтому используется функция $f_4(g)$:

$$f_4(g) = 1 + \sum_{\mu,\nu} C_2^{\mu\nu} G_2^{\mu\nu}(g) + \sum_{\mu,\nu} C_4^{\mu\nu} G_4^{\mu\nu}(g).$$

Графики, соответствующие сумме первых трех членов разложения по l ФРО, отражающие особенности текстуры исследуемых образцов оливинов для некоторых углов φ_1 , Φ , φ_2 , представлены на рис. 1.

Таким образом, для получения численных значений эффективных упругих характеристик по формуле (9) необходимо знать ФРО $f(\varphi_1, \Phi, \varphi_2)$ и выбрать параметры тела сравнения. Фактически указанные параметры —

Сведения об опытных оливиносодержащих образцах

Т а б л и ц а 1

Название образца	Географическое место происхождения
9721	Иврийская зона, Балмучийский перидотитовый массив (Северная Италия)
9722	Иврийская зона, Балмучийский перидотитовый массив (Северная Италия)
Na5n	Норвегия
Zb1	Базальтовые лавы Богемского массива (г. Железный Брод, Чехия)
Oliv1	Канарские острова
Oliv2	Канарские острова
SEM1	Базальтовые лавы Богемского массива (г. Железный Брод, Чехия)
BQ4	Массив Кукас Албанской мирдитовой зоны

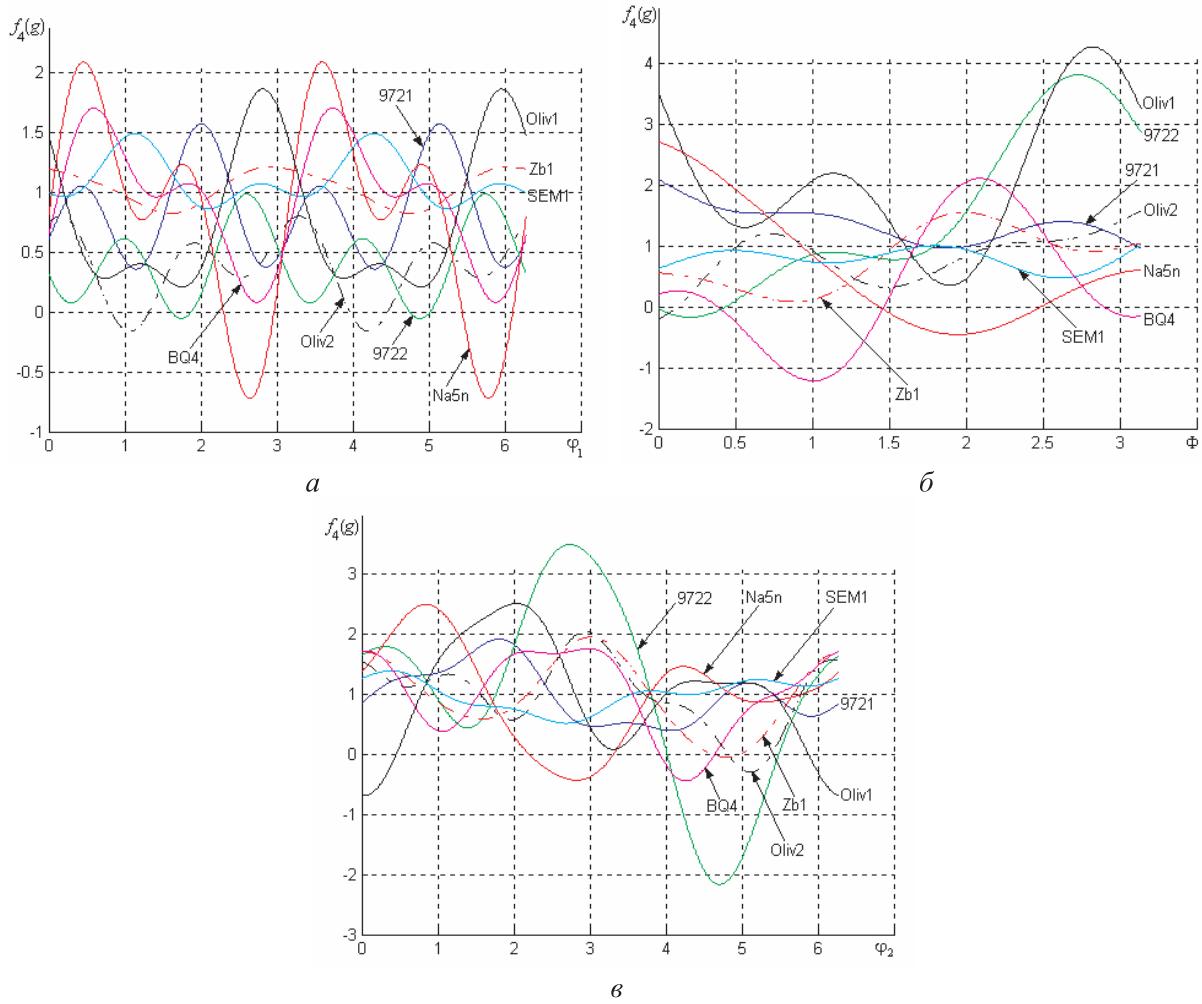


Рис. 1. Сечения неполной ФРО:

а) при $\Phi = \pi/2, \varphi_2 = \pi/4$; б) при $\Phi = 3\pi/4, \varphi_2 = \pi/4$; в) при $\Phi = \pi/4, \varphi_2 = 3\pi/4$

это эффективные характеристики поликристалла. Они могут быть рассчитаны в различных приближениях. Если предположить однородность полей напряжений и принять $c^c = 0$, получим в (8) приближение Ройсса. Если предположить однородность полей деформаций и принять $c^c = \infty$, получим в (8) приближение Фойгта. Опыт показывает, что наилучший выбор параметров тела сравнения в методе самосогласования получается при использовании приближения Хилла $c^c = c_{\text{Hill}}^*$ (полусумма эффективных характеристик по Фойгту и Ройссу).

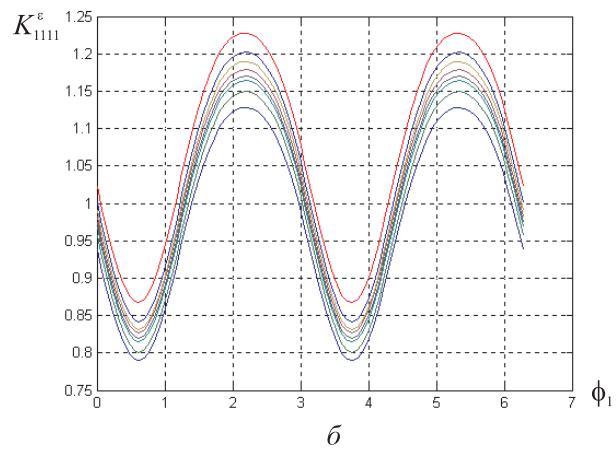
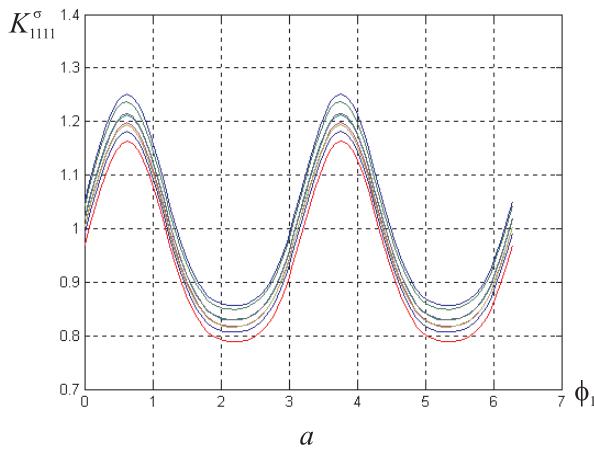
На основе обобщенного сингулярного приближения теории случайных функций был разработан комплекс программ вычисления упругих постоянных и операторов концентраций напряжений и деформаций текстуриро-

ванных поликристаллических материалов, состоящих из кристаллитов любой симметрии. В табл. 2 представлены отличные от нуля эффективные упругие постоянные c^* исследуемых образцов оливинов, рассчитанные в приближениях Фойгта, Ройсса, Хилла и методом самосогласования (в качестве параметров тела сравнения при этом использовано приближение Хилла $c^c = c_{\text{Hill}}^*$). Также в работе по формулам (6) и (7) были проделаны расчеты для операторов концентраций напряжений и деформаций исследуемых образцов оливинов. Следует отметить хорошее соответствие между собой этих расчетных зависимостей при всевозможных эйлеровых углах для всех исследуемых поликристаллов. На рис. 2–7 отражены значения операторов концентрации напряжений и деформаций K_{1111}, K_{1122} ,

Таблица 2

Значения отличных от нуля эффективных модулей упругости c_{ij}^* образцов оливинов, ГПа

Метод	Оливин	c_{11}^*	c_{22}^*	c_{33}^*	c_{44}^*	c_{55}^*	c_{66}^*	c_{12}^*	c_{13}^*	c_{23}^*
c_{Voight}^*	9721	249,70	237,68	243,51	81,37	83,50	82,19	78,58	79,28	78,19
	9722	238,82	249,87	243,51	83,69	81,17	81,53	77,93	77,44	80,03
	Na5n	254,33	234,72	243,51	81,81	83,06	81,36	77,75	79,18	78,29
	Zb1	243,64	243,22	243,51	81,27	83,60	82,45	78,84	76,56	80,91
	Oliv1	246,33	244,48	243,51	81,76	83,11	80,48	76,87	78,00	79,47
	Oliv2	247,30	240,24	243,51	80,47	84,40	82,11	78,50	79,29	78,18
	SEM1	243,68	242,84	243,51	81,88	82,98	82,62	79,02	78,68	78,79
	BQ4	236,71	250,04	243,51	82,25	82,61	82,50	78,90	75,01	82,46
c_{Reuss}^*	9721	240,13	229,79	234,63	78,37	80,38	79,18	75,93	76,42	75,60
	9722	230,55	240,57	234,71	80,71	78,13	78,69	75,56	74,79	77,45
	Na5n	244,92	226,98	234,98	78,62	80,45	78,79	75,61	77,03	75,52
	Zb1	232,90	236,40	234,72	78,52	80,24	79,39	76,09	73,36	78,69
	Oliv1	235,73	235,93	234,64	78,71	80,07	78,24	74,91	75,17	76,83
	Oliv2	237,81	232,30	234,64	77,99	80,79	79,00	75,76	75,87	76,14
	SEM1	234,61	234,42	234,67	78,95	79,81	79,50	76,23	75,81	76,22
	BQ4	226,50	243,46	234,85	79,37	79,38	79,40	76,20	72,16	80,26
c_{Hill}^*	9721	244,91	233,74	239,07	79,87	81,94	80,68	77,26	77,85	76,89
	9722	234,69	245,22	239,11	82,20	79,65	80,11	76,74	76,12	78,74
	Na5n	249,62	230,85	239,25	80,21	81,75	80,07	76,68	78,11	76,90
	Zb1	238,27	239,81	239,12	79,89	81,92	80,92	77,47	74,96	79,80
	Oliv1	241,03	240,20	239,08	80,23	81,59	79,36	75,89	76,59	78,15
	Oliv2	242,56	236,27	239,08	79,23	82,59	80,56	77,13	77,58	77,16
	SEM1	239,15	238,63	239,09	80,41	81,40	81,06	77,62	77,25	77,50
	BQ4	231,61	246,75	239,18	80,81	80,99	80,95	77,55	73,59	81,36
c_s^*	9721	247,04	235,47	241,03	80,50	82,60	81,32	77,90	78,54	77,52
	9722	236,49	247,27	241,04	82,83	80,28	80,71	77,31	76,74	79,35
	Na5n	251,73	232,54	241,12	80,88	82,32	80,62	77,21	78,63	77,57
	Zb1	240,60	241,34	241,05	80,48	82,62	81,56	78,13	75,72	80,34
	Oliv1	243,35	242,09	241,03	80,88	82,23	79,84	76,39	77,28	78,78
	Oliv2	244,65	238,02	241,03	79,76	83,36	81,21	77,79	78,39	77,67
	SEM1	241,14	240,48	241,04	81,03	82,07	81,72	78,29	77,94	78,13
	BQ4	233,77	248,21	241,08	81,43	81,66	81,60	78,18	74,26	81,88
Монокристалл оливина		324,00	198,00	249,00	66,70	81,00	79,30	59,00	79,00	78,00

Рис. 2. Зависимости операторов: K_{1111}^σ (а) и K_{1111}^ϵ (б) от угла φ_1 при $\Phi = \pi/4$, $\varphi_2 = 3\pi/4$ исследуемых оливинов

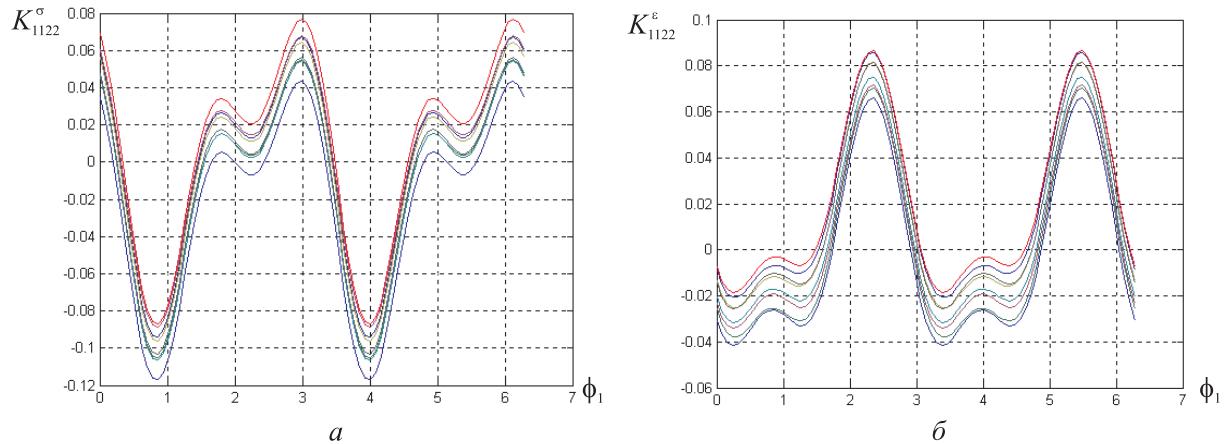


Рис. 3. Зависимости операторов: K_{1122}^σ (а) и K_{1122}^ε (б) от угла φ_1 при $\Phi = \pi/4$, $\varphi_2 = 3\pi/4$ исследуемых оливинов

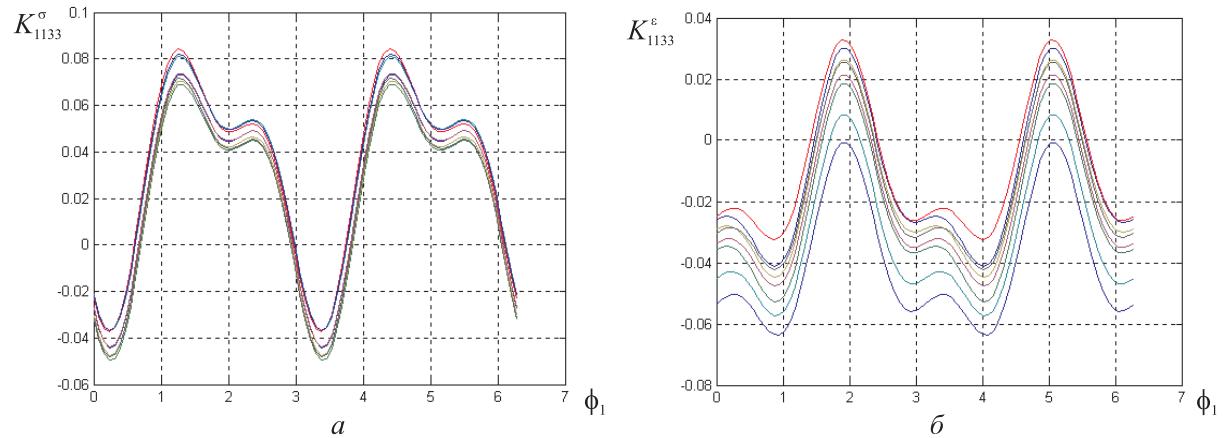


Рис. 4. Зависимости операторов: K_{1133}^σ (а) и K_{1133}^ε (б) от угла φ_1 при $\Phi = \pi/4$, $\varphi_2 = 3\pi/4$ исследуемых оливинов

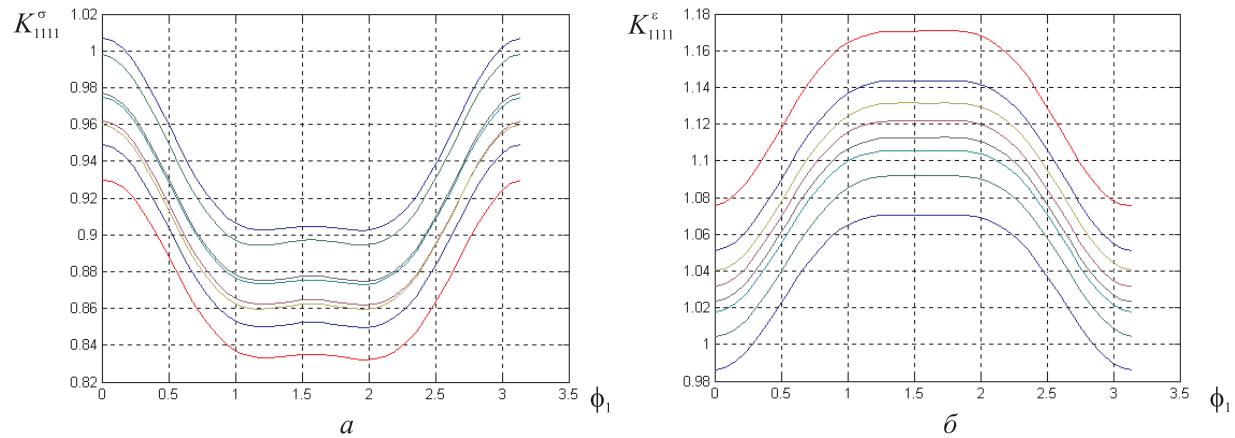


Рис. 5. Зависимости операторов: K_{1111}^σ (а) и K_{1111}^ε (б) от угла φ_1 при $\Phi = \pi/2$, $\varphi_2 = 3\pi/4$ исследуемых оливинов

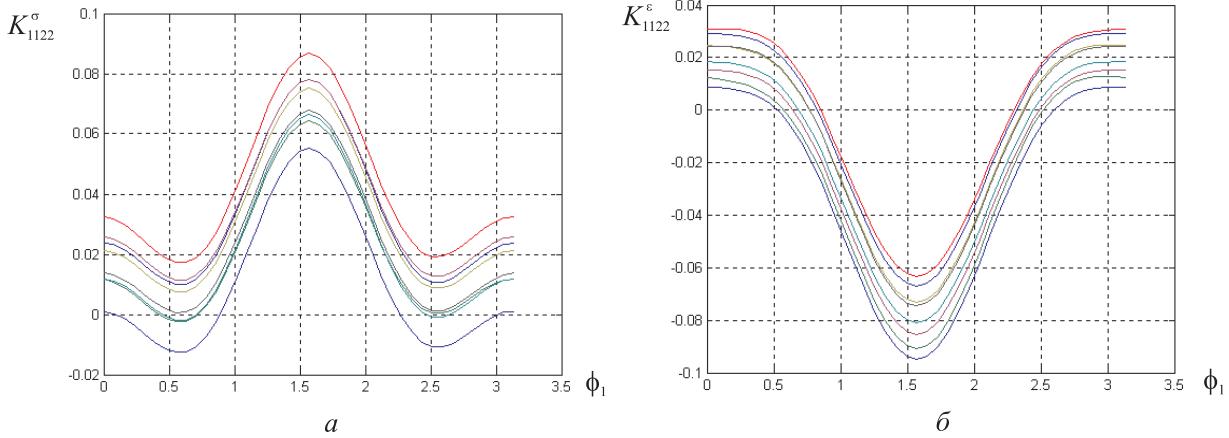


Рис. 6. Зависимости операторов: K_{1122}^{σ} (а) и K_{1122}^{ε} (б) от угла φ_1
при $\Phi = \pi/2$, $\varphi_2 = 3\pi/4$ исследуемых оливинов

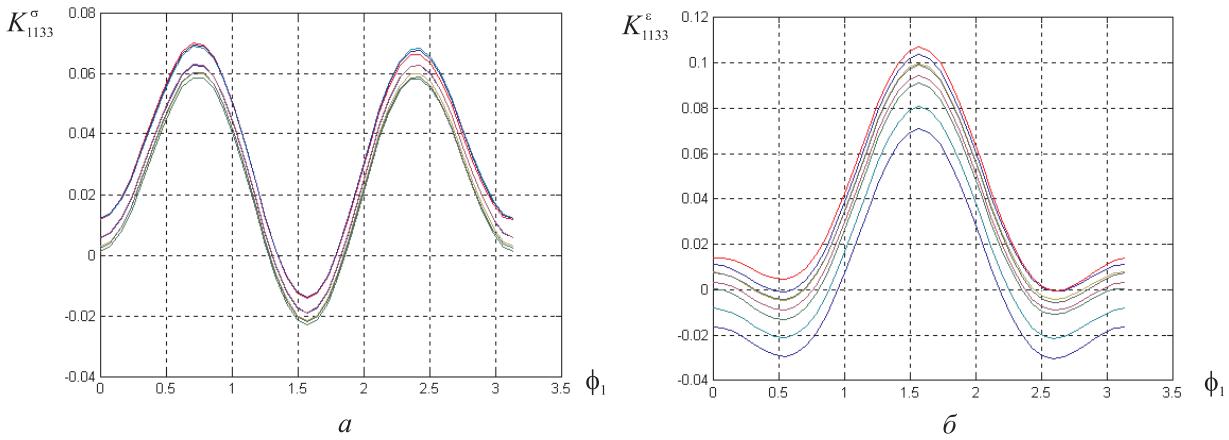


Рис. 7. Зависимости операторов: K_{1133}^{σ} (а) и K_{1133}^{ε} (б) от угла φ_1
при $\Phi = \pi/2$, $\varphi_2 = 3\pi/4$ исследуемых оливинов

K_{1133} при различных эйлеровых углах, подтверждающие данное соответствие.

На рис. 8 для наглядного представления о значениях операторов концентраций напряжений и деформаций приведены зависимости K_{1111}^{σ} и K_{1111}^{ε} от углов φ_1 и Φ при $\varphi_2 = \pi/4$ для оливина 9721. Для всех остальных образцов поликристаллов эти зависимости имеют аналогичный вид.

На основании проведенных расчетов ФРО, эффективных упругих постоянных, операторов концентраций напряжений и деформаций поликристаллических оливинитов можно сделать следующие выводы. Во-первых, несмотря на сильные отличия в значениях ФРО (рис. 1–3), рассчитанные эффек-

тивные упругие постоянные и операторы концентраций напряжений и деформаций указывают на схожесть кристаллографической симметрии исследуемых образцов.

Во-вторых, и монокристалл, и поликристаллы оливина имеют одну и ту же орторомбическую симметрию свойств (табл. 2).

В-третьих, образцы ZB1, Oliv1, SEM1 находились под действием более изотропного напряженно-деформированного состояния по сравнению с другими, так как их симметрия свойств близка к кубической.

В-четвертых, значения операторов K_{1111}^{σ} и K_{1111}^{ε} близки к единице (рис. 2, 5, 8), а K_{1122}^{σ} , K_{1122}^{ε} и K_{1133}^{σ} , K_{1133}^{ε} — к нулю (рис. 3, 4, 6, 7). Это определяется тем, что данные операторы описывают связь между

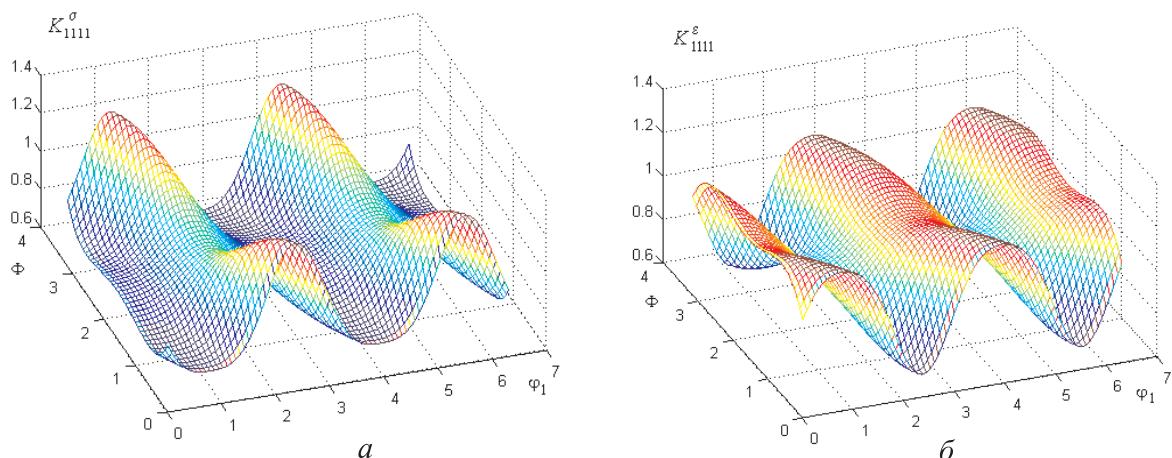


Рис. 8. Зависимости операторов: K_{1111}^{σ} (а) и K_{1111}^{ε} (б) от углов φ_1 и Φ при $\varphi_2 = \pi/4$ для оливина 9721

внешним воздействием в определенном направлении (вторая пара индексов) и внутренним напряженно-деформированным состоянием (откликом) также в определенном направлении (первая пара индексов).

В-пятых, несмотря на одинаковый характер поведения графиков зависимостей операторов концентраций напряжений и деформаций, количественные значения этих операторов различны (разброс составляет 5–10%). Это связано с различиями в термодинамических условиях и механизмах текстурообразования исследуемых материалов (например, оливины 9721, 9722 и BQ4 формировались в результате длительных экструзивных процессов, а SEM1 и ZB1 — в ходе вулканической деятельности, характеризующейся быстрым выносом породы и ее охлаждением).

Литература

1. Шермергор Т. Д. Теория упругости микронеоднородных сред. М.: Наука, 1977. 399 с.
2. Маслов Б. П. Концентрация напряжений в изотропной матрице, армированной анизотропными включениями // ПМ. 1987. Т. 23. С. 73–79.
3. Маслов Б. П. Напряженно-деформированное состояние в матрице стохастически арми-рованных композитов // МКМ. 1989. № 3. С. 396–402.
4. Hill R. J. Interfacial operators in the mechanics of composite media // Mech. Phys. Solids. 1983. Vol. 31. № 4. P. 347–357.
5. Кунин И. А., Соснина Э. Г. Концентрация напряжений на эллипсоидальной неоднородности в анизотропной среде // ПММ. 1973. Т. 37. С. 306–315.
6. Сендецки Дж. Упругие свойства композитов // Механика композиционных материалов / Под ред. Дж. М. Сендецки. М.: Мир, 1978. С. 61–101.
7. Шермергор Т. Д., Яковлев В. Б. Концентрация напряжений на поверхности полости в текстурированной геофизической среде // Изв. РАН. Физика Земли. 1998. № 1. С. 81–89.
8. Вальтер К., Исаков Н. Н., Никитин А. Н., Уллемайер К., Хайнитц Й. Исследования текстурного строения геоматериалов дифракционным методом с помощью нейтронного спектрометра высокого разрешения в лаборатории нейтронной физики им. И.М. Франка Объединенного института ядерных исследований // Изв. РАН. Физика Земли. 1993. № 6. С. 37–44.
9. Соболев Г. А., Никитин А. Н. Нейтронография в геофизике // Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2001. Т. 32. Вып. 6. С. 1359–1404.
10. Bunge H. J. Texture Analysis in Material Science. L.: Butterworth, 1982. 330 p.

Статья поступила 20 февраля 2003 г.

Московский институт электронной техники (Технический университет)

Объединенный институт ядерных исследований

Ростовский государственный университет путей сообщения

© Бардушкин В. В., Никитин А. Н., Сычев А. П., Яковлев В. Б., 2004